

Билет 1

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{\sin z^2}{(z-2)(z-3)} \text{ в окрестности точки } z=3, \text{ в кольце } 2 < |z| < 3$$

2 Построить область $\operatorname{Re} z^4 > \operatorname{Im} z^4$.

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)} \quad (D: |z-1-i| < 2).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{\sin^2 ax}{x^2(x^2+b^2)} dx, \quad a > 0, \quad \operatorname{Re} b > 0.$$

Билет 2

1 Разложить в ряд Лорана

$\frac{\operatorname{tg} z}{(z-1)(z-3)}$ в окрестности точки $z=1$, в кольце $1 < |z| < 3$

2 Вычислить $(-3-3i)^3/(1-i)^{1/2}$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 - 2ix - 1 - a^2)^3}, \quad a > 0$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi + 1}{\sin \varphi + 2} d\varphi;$$

Билет 3

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{e^{1/z}}{(z-2i)(z-3i)} \text{ в окрестности точки } z=i, \text{ в кольце } 1 < |z| < 3$$

2 Построить область $\operatorname{Re} \frac{1}{z} < \frac{1}{2}$

3 Вычислить интеграл

$$\int_D \frac{\operatorname{ctg} z}{z} dz \quad (D: |z| > 1).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(4 - 3 \sin^2 x)^2};$$

Билет 4

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{e^{1/(z-1)}}{(z-1)(z-2)} \text{ в окрестности точки } z=1, \text{ в кольце } 1 < |z| < 2$$

2 Проверить функции на аналитичность $F = |z|^2 \exp(-z)$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} z \sin \frac{z+1}{z-1} dz \quad (D: |z| < 2).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{\sin ax}{x(x^2+b^2)} dx, \quad a > 0, \quad \operatorname{Re} b > 0.$$

Билет 5

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{\sin 1/z}{(z+1)(z+2i)} \text{ в окрестности точки } z=i, \text{ в кольце } 1 < |z| < 2$$

2 Построить область

$$\begin{cases} \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) < -\frac{1}{2}, \\ |\arg z| < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} \frac{dz}{(z^2-1)^2(z-3)^2} \quad (D: 2 < |z| < 4).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 6x}{x^2 + 4x + 13} dx;$$

Билет 6

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{e^{1/z}}{(z-2i)(z-3i)} \text{ в окрестности точки } z=i, \text{ в кольце } 1 < |z| < 3$$

2 Построить область

$$\left| \frac{z+2}{z+4} \right| < 1.$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_D \sin \frac{z}{z+1} dz \quad (D: |z| > 3).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{x^a - b^a}{x^a + b^a} \frac{\sin ax}{x} dx, \quad a > 0, \quad \operatorname{Re} b > 0.$$

Билет 7

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2}{(z-2i)(z-3i)} \text{ в окрестности точки } z=i, \text{ в кольце } 1 < |z| < 3$$

2 Построить

$$\begin{cases} \operatorname{Re} z = -1, \\ |\operatorname{Im} z| < \pi. \end{cases}$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{x - \sin x}{x^3(x^2 + a^2)} dx, \quad \operatorname{Re} a > 0.$$

Билет 8

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2}{(z^2+25)(z-1)} \text{ в окрестности точки } z=0, \text{ в кольце } 1<|z|<5$$

2 определить тип особых точек

$$f_2(z) = \frac{e^z}{\sin \frac{1}{z} \cdot (\cos z + 1)},$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1)e^{ix}}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

...

$I = i$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2 + 3\cos^2 x)^2}$$

Билет 9

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z-1}{(z^2+7^2)(z-1)} \text{ в окрестности точки } z=2, \text{ в кольце } 2 < |z| < |a|, |a| > 2$$

2 определить тип особых точек

$$f_1(z) = \frac{e^{\frac{1}{z-1}}}{\sin z \cdot (z-i)}$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} \frac{z^2 \sin^2 \frac{1}{z}}{(z-1)(z-2)} dz \quad (D: |z| < 3).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1)\cos 4x}{x^2 - 4x + 6} dx.$$

Билет 10

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2}{(z^2+25)(z^2-1)} \text{ в окрестности точки } z=0, \text{ в кольце } 1 < |z| < 5$$

2 определить тип особых точек

$$f_2(z) = \frac{e^z}{\sin \frac{1}{z} \cdot (\cos z + 1)},$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 4ix - 5)^2},$$

$x = \sqrt{5}$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \phi}{5 + 3 \cos \phi} d\phi.$$

Re b < 0

Билет 11

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2}{(z^2 - b^2)(z - 2)} \text{ в окрестности точки } z=b, b<2, \text{ в кольце } b<|z|<2$$

2 Найти аналитическую функцию по ее действительной части

$$u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2y.$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{x^6 dx}{(x^4 + a^4)^2},$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 10} dx.$$

Билет 12

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2}{(z^2 - 25)(z^2 - 1)} \text{ в окрестности точки } z=5, \text{ в кольце } 1 < |z| < 5$$

2 Найти аналитическую функцию $f(z)$, если

$$\operatorname{Im} f(z) = x \cdot \operatorname{sh} x \cdot \sin y + y \cdot \operatorname{ch} x \cdot \cos y \quad \text{и} \quad f(1) = \operatorname{ch} 1.$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} \frac{z^5}{z+1} e^{1/z} dz \quad (D: |z| < 2).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{\cos x}{(x^a + a^2)^3} dx, \quad \operatorname{Re} a > 0.$$

Билет 13

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{\sin z^2}{(z^2+25)(z-1)} \text{ в окрестности точки } z=0, \text{ в кольце } 1<|z|<5$$

2 Найти аналитическую функцию, если

$$\operatorname{Im} f(z) = e^{-y}(x \cos x - y \sin x);$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2ix - 2}$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2 + a^2)^3} dx,$$

Билет 14

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{e^{2/z}}{(z^2+1)((z-3)} \text{ в окрестности точки } z=0, \text{ в кольце } 1 < |z| < 3$$

2 Вычислить

$$(2+i)^4/(1+2i)^{0.25}$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} \frac{\sin z \, dz}{(z^3-z)(z-i)} \quad (D: |z-1| < 1).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1) \cos 2x}{x^3-4x+5} \, dx.$$

Билет 15

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2+z+1}{(z^2+1)((z-2)^2)} \text{ в окрестности точки } z=1, \text{ в кольце } 1<|z|<2$$

2

Найти аналитическую функцию $f(z)$, для которой:

$$\operatorname{Re} f(z) = \varphi(x^2 - y^2) \text{ — гармоническая функция;}$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} dx.$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos ax}{(x^2 + b^2)^2} dx, \quad a > 0, \quad \operatorname{Re} b > 0.$$

Билет 16

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2+1}{(z^2+1)(z^2+4)} \text{ в окрестности точки } z=-1, \text{ в кольце } 1 < |z| < 2$$

2 Найти образ оси Oy при отображении $w = 2iz - 3i$.

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)} \quad (D: |z-1-i| < 2).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{x \sin x}{(x^2+a^2)^2} dx,$$

Билет 17

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2+1}{(z^2+1)(z^2-9)} \text{ в окрестности точки } z=-\infty, \text{ в кольце } 1<|z|<3$$

2

Найти образ полосы $0 < \operatorname{Re} z < 1$ при отображении $w = \frac{2}{z}$.

3 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)^2}, \quad a>0, b>0.$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3+5x) \sin x}{x^6+10x^2+9} dx.$$

Билет 18

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z}{(z+1)(z^2+10z+9)} \text{ в окрестности точки } z=-1, \text{ в кольце } 1 < |z| < 9$$

2

Какое геометрическое место точек плоскости определяется каждым из следующих соотношений: а) $|z - 2| = |z + 4|$; б) $|z - 2 + i| > 2$.

3 Вычислить интеграл

$$\int_D \frac{z}{z+3} e^{1/3z} dz \quad (D: |z| > 4).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 10} dx.$$

Билет 19

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2 \sin z}{(z+1)(z^2+4)} \text{ в окрестности точки } z=-1, \text{ в кольце } 1 < |z| < 2$$

2 Вычислить $\operatorname{Arcsh}(2i)$

3 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{x^6 dx}{(x^4 + a^4)^2}, \quad a > 0.$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 2x + 10} dx.$$

Билет 20

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z}{(z+1)(z^2+4)} \text{ в окрестности точки } z=0, \text{ в кольце } 1 < |z| < 2, z=\infty$$

2

При отображении $w = z^4$ найти образ области, ограниченной двумя лучами, выходящими из начала координат и образующими угол $\frac{\pi}{2}$.

3 Вычислить интеграл

$$\int_D z \cos \frac{z}{z+1} dz \quad (D: |z| > 2)$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{\cos x dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}, \quad \operatorname{Re} a > 0, \quad \operatorname{Re} b > 0.$$

Билет 21

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{z^2 \sin(z/(z-1))}{(z-1)(z^2+4)} \text{ в окрестности точки } z=-1, \text{ в кольце } 1<|z|<2$$

2 Вычислить $(2-3i)^3 / (-3-2i)^{1/3}$

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} \frac{\sin z}{(z+1)^3} dz, \quad |z|<2$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1) \sin 2x}{x^2+2x+2} dx.$$

Билет 22

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{\sin z}{(z^2+1)(z^2+9)} \text{ в окрестности точки } z=-1, \text{ в кольце } 1 < |z| < 3$$

2 Проверить функции на аналитичность

$$z \cos(z-2)$$

3 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{x^a dx}{(x^2+a^2)^3}, \quad a > 0.$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{\cos ax}{x^4+x^2+1} dx, \quad a > 0.$$

Билет 16

1 Разложить в ряд Лорана

$$\frac{e^{2z}+z}{(z^2+1)(z^2+4)} \text{ в окрестности точки } z=-1, \text{ в кольце } 1<|z|<2$$

2 Найти образ оси Oy при отображении $w = 2iz - 3i$.

3 Вычислить интеграл

$$\int_{\partial D} \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)} \quad (D: |z-1-i| < 2).$$

4 Вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \frac{x \sin 2x}{(x^2+16)^2} dx,$$