Решение задач по СТО.

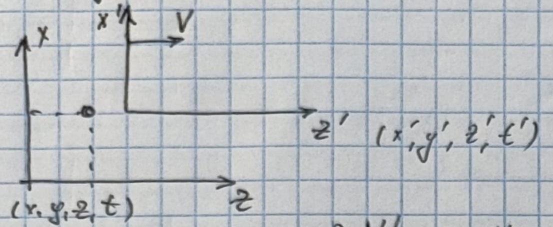
$$\begin{cases} z' = \dfrac{z - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ t' = \dfrac{t - \frac{V}{c^2} z}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ x' = x \\ y' = y \end{cases}$$

← Прямое преобр-е Лоренца

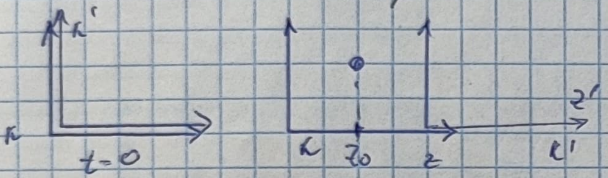
Обратное →

$$\begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = \dfrac{z' + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ t = \dfrac{t' + \frac{V}{c^2} z'}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

$$\beta = \frac{V}{c}$$

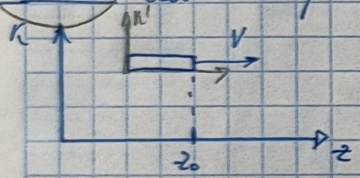


$$z' = \frac{z - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} = \left\{ \frac{V}{c} \ll 1 \right\} \Rightarrow z' = z - Vt$$



$$z' = z_0 - Vt < z_0$$

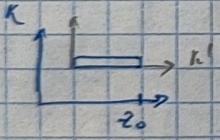
б. №545. Есть некоторая с.о. и есть стержень со ск-ю V



$l = \Delta t V < l_0$ – собств. длина (в с.о. движ. со стержнем)

Событие 1: правый конец стержня имеет коорд.

в K: $z_1 = z_0$, $t = t_1$

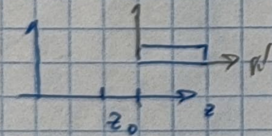


$$z_1' = \frac{z_0 - Vt_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t_1' = \frac{t_1 - \frac{V}{c^2} z_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Событие 2: левый конец стержня прошёл в z_0:

в K: $z_2 = z_0$; $t = t_2 = t_1 + \Delta t$



$$z_2' = \frac{z_0 - V(t_1 + \Delta t)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

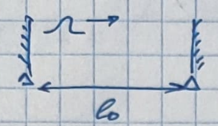
$$t_2' = \frac{(t_1 + \Delta t) - \frac{V}{c^2} z_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$l_0 = |z_1' - z_2'| = \frac{z_0 - Vt_1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{z_0 - Vt_1 - V\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\overbrace{V\Delta t}^{l}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

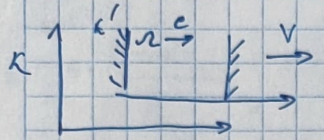
$$\Rightarrow l = V\Delta t = l_0 \sqrt{1-\beta^2} < l_0$$ ч. т. д.

Б. №547. Док-ть, что $d\tau = dt\sqrt{1-\beta^2}$

Есть 2 зеркала и зайчик двигается направо, отражается, потом налево → один период τ

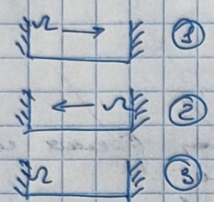


Вводится K', где вся конструкция неподв. и K, где конструкция движется с V



$d\tau$ – в собств. системе; dt – в сист. K.

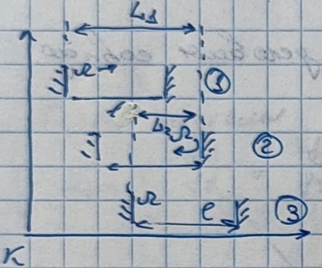
В K'



$$\tau' = \Delta t'_{12} + \Delta t'_{23} = \frac{2l_0}{c}$$

$$\Delta t'_{12} = \Delta t'_{23} = \frac{l_0}{c}$$

В K:



$\tau = \Delta t_{12} + \Delta t_{23}$ ← учит. Лоренцево сокращение.

$$c\cdot\Delta t_{12} = L_1 = l + V\Delta t_{12}$$

$$\Delta t_{12} = \frac{l}{c-V}$$

$$c\,\Delta t_{23} = L_2 = l - V\Delta t_{23}$$

$$\Delta t_{23} = \frac{l}{c+V}$$

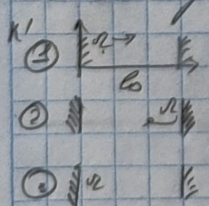
$$\Rightarrow \tau = \frac{l}{c+V} + \frac{l}{c-V} = \frac{l}{c}\left(\frac{1}{1-\beta} + \frac{1}{1+\beta}\right) = \frac{l}{c}\cdot\frac{2}{1-\beta^2} =$$

$$= \left\{ l = l_0\sqrt{1-\beta^2} \right\} = \frac{2l_0}{c\sqrt{1-\beta^2}} = \tau'\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Rightarrow \tau' = \tau\sqrt{1-\beta^2}$$

$$\Rightarrow d\tau = dt\cdot\sqrt{1-\beta^2}$$

Можно решать через события.



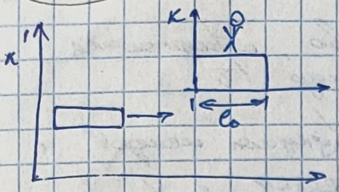
Соб. 1: $x_1' = 0$; $t_1' = 0$

Соб. 2: $x_2' = l_0$, $t_2' = \Delta t'_{12} + 0$

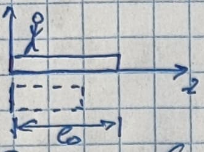
Соб. 3: $x_3' = 0$; $t_3' = \Delta t'_{12} + \Delta t'_{23} = \tau'$

→ Найти соотв. события в K через преобр. и выразить через $\tau = \Delta t_{12} + \Delta t_{23}$

Б №551а. l_0, Δt. Какова отн. ск-ть масштабов? $V_{отн}$-?
Сначала совпали ~~правые~~ левые концы, затем правые концы



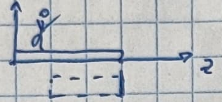
Соб. 1.: совпали левые концы масштабов:



$$x_1 = 0 \; ; \; t_1 = 0$$

$$x_1' = 0 \; ; \; t_1' = 0$$

Соб. 2: совпали правые концы.



$$x_2 = l_0 \; ; \; t_2 = \Delta t$$ ← как раз время совп. по условию.

$$x_2' = \frac{l_0 - V\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} \; ; \; t_2' = \frac{\Delta t - \frac{V}{c^2} l_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

По сути V - это и есть отн. ск-ть. Из условия совпад. получается:

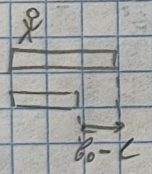
$$l_0 = x_2' - x_1' = \frac{l_0 - V\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} = l_0$$

$$l_0 - V\Delta t = l_0\sqrt{1-\beta^2}$$

$$V\Delta t = l_0\left(1 - \sqrt{1-\beta^2}\right)$$

$$\Rightarrow V_{отн} = \frac{l_0}{\Delta t}\left(1 - \sqrt{1-\beta^2}\right)$$

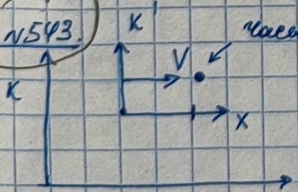
Можно было сразу сказать, ибо длина её сокращается



$$\Rightarrow V\Delta t = l_0 - l \Rightarrow \text{ч.т.д.}$$

Домашняя работа

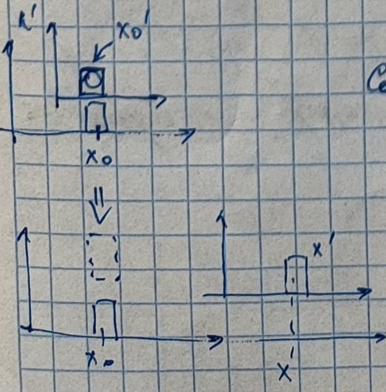
Б №543.



Часы, покоящиеся в K' в т. (x_0', y_0', z_0') в момент t_0' проходят мимо точки (x_0, y_0, z_0) где находятся часы, показыв. t_0

Соб. 1: K: $x = x_0$; $y = y_0$; $z = z_0$; $t = t_0$

K': $x' = x_0'$; $y' = y_0'$; $z' = z_0'$; $t' = t_0'$



Соб. 2. (произвольное): K: (x, y, z, t);
K': (x', y', z', t')

z, y не преобр.:

$$z' - z_0' = z - z_0$$

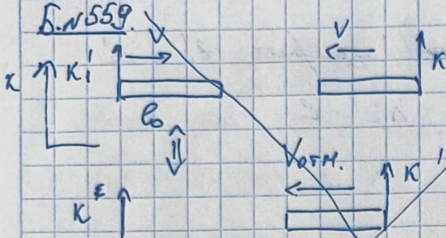
$$y' - y_0' = y - y_0$$

$$x - x_0 = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_0' + Vt_0'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Rightarrow x - x_0 = \frac{(x'-x_0') + V(t'-t_0')}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t - t_0 = \frac{t'-t_0' + \frac{V}{c^2}(x'-x_0')}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Б.№559.



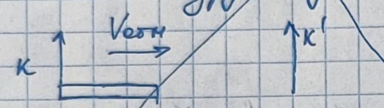
Задача состоит в выводе правильного закона сложения скоростей;

Из преобр. Лоренца:

$$dz = \frac{dz' + v\,dt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$dt = \frac{dt' + \beta\frac{dz'}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

или по другому:



как прав. польз-ся

Ск-ть системы отсч. K':

$$V_{отн} = \frac{dz}{dt} = \frac{dz' + v\,dt'}{dt' + \beta\frac{dz'}{c}} = \frac{v_z' + v}{1 + \beta\frac{v_z'}{c}}$$

$$\Rightarrow V_{отн} = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

$$l = l_0\sqrt{1 - \left(\frac{V_{отн}}{c}\right)^2} = l_0\sqrt{1 - \frac{4v^2}{\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)^2 c^2}} =$$

$$= l_0\sqrt{\frac{\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)^2 - 4\frac{v^2}{c^2}}{\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)^2}} = l_0\sqrt{\frac{1 - 2\frac{v^2}{c^2} + \frac{v^4}{c^4}}{\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)^2}} =$$

$$= l_0 \cdot \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

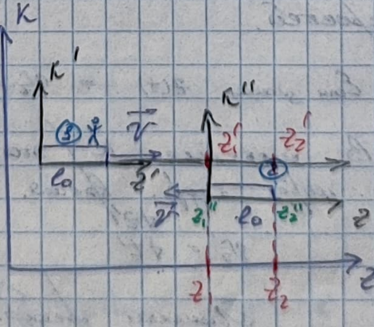
28.03.23г.

№559

Преобр-я Лоренца:

$$z' = \gamma(z - Vt)$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}z\right)$$

$$z = \gamma(z' + V't')$$
$$t = \gamma\left(t' + \frac{V}{c^2}z'\right)$$



Вводим 2 события.

Соб. 1: измер. коорд. левого конца стержня №2. к | Удобнее перейти к интервалам времени и расст-ям.

K: z_1, t_1

K': z_1', t_1'

K'': z_1'', t_1''

$\Delta z = z_2 - z_1$, $\Delta t = t_2 - t_1$

$\Delta z' = z_2' - z_1'$, $\Delta t' = t_2' - t_1'$

$\Delta z''$, $\Delta t''$

Соб. 2. измерение правого конца ст. №2.

K: z_2, t_2

K': z_2', t_2'

K'': z_2'', t_2''

С точки зрения наб. в K' должен измерить z_1' и z_2' одновременно, т.е. $\Delta t' = 0 \to \Delta z'$, тогда $\boxed{\Delta z' = l}$

Пересчитаем $K' \to K$

$$\Delta z = \gamma(\Delta z' + \underbrace{V\Delta t'}_{=0}) = \gamma l$$

$$\Delta t = \gamma(\underbrace{\Delta t'}_{=0} + \frac{V}{c^2}\Delta z') = \gamma \frac{V}{c^2} l$$

Пересчитаем теперь эти интервалы из $K \to K''$. Но она движется в др. сторону $\to$ меняем знак:

$$\Delta z'' = \gamma(\Delta z + V\Delta t) = \gamma(\gamma l + \gamma\frac{V^2}{c^2} l) = \gamma^2 l (1+\beta^2)$$

$$\Delta t'' = \gamma(\Delta t + \frac{V}{c^2}\Delta z) = \gamma(\gamma\frac{V}{c^2} l + \frac{V}{c^2}\gamma l) = 2\gamma^2\frac{V}{c^2} l \neq 0$$

Т.к. в K'' не имеет значения в какие моменты времени мы мерим z_1'' и z_2'' $\to$ $\Delta z'' = l_0$

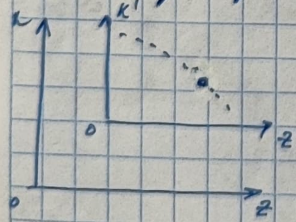
$$\Rightarrow \gamma^2 l(1+\beta^2) = l_0 \to l = l_0 \cdot \frac{1-\beta^2}{1+\beta^2}$$

2 способ:

Если бы была известна $V_{отн}$, то можно было исп-ть ф-лу для сокр-я длины:

$$l = l_0\sqrt{1-\left(\frac{V_{отн}}{c}\right)^2}$$

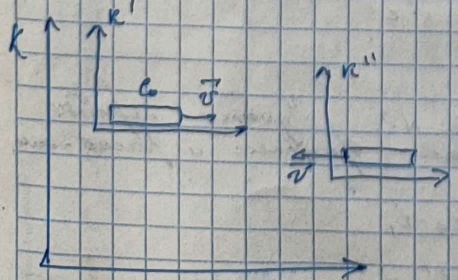
Ф-ла преобр-я скоростей.



Если знаем $z(t) \to v_z = \frac{dz(t)}{dt}$

В системе K' эта точка будет иметь др. коорд. и др. время.

$$v_z' = \frac{dz'}{dt'}$$



Линии преобр. Лоренца для дифф-лов:

$$v_z' = \frac{\gamma(dz - V dt)}{\gamma(dt - \frac{V}{c^2}dz)} = \frac{\frac{dz}{dt} - V}{1 - \frac{V}{c^2}\frac{dz}{dt}} = \frac{v_z - V}{1 - \frac{V}{c^2}v_z}$$

В системе K:

$$v_z = -v$$

Тогда ск-ть стержня ② в системе K':

$$v_z' = \frac{-v-v}{1+\frac{v^2}{c^2}} = -\frac{2v}{1+\frac{v^2}{c^2}} = V_{отн.}$$

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{4v^2}{\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)^2\cdot c^2}} = l_0\,\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{1+\frac{v^2}{c^2}}$$

Эффект Доплера (преобразования волнового 4х вектора).

Пусть есть некоторый 4х вектор в K и K' сист. отсч.:

$$\overleftrightarrow{A} = (A_1, A_2, A_3, A_4) \quad ; \quad \overleftrightarrow{A'} = (A_1', A_2', A_3', A_4')$$

Общие преобр-я:

$$\overleftrightarrow{R} = (x, y, z, ict)$$

$$A_1' = A_1$$

$$A_2' = A_2$$

$$A_3' = \frac{A_3 + i\beta A_4}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad R_3' = \frac{R_3 + i\beta R_4}{\sqrt{1-\beta^2}} \iff z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$A_4' = \frac{A_4 - i\beta A_3}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow ict' = \frac{ict - i\beta z}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}z}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Волновой 4х вектор:

$$\overleftrightarrow{K} = \left(k_x, k_y, k_z, i\frac{\omega}{c}\right)$$

Из условия инвар-ти фазы: $e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}} = e^{-i\overleftrightarrow{K}\overleftrightarrow{R}}$

$$k_x' = k_x$$

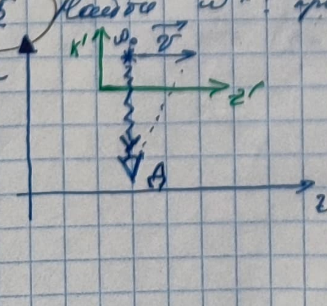
$$k_y' = k_y$$

$$k_z' = \frac{k_z + i\beta i\frac{\omega}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{k_z - \frac{v}{c^2}\omega}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$i\frac{\omega'}{c} = \frac{i\frac{\omega}{c} - i\beta k_z}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \omega' = \frac{\omega - k_z v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_z' = \gamma\left(k_z - \frac{v}{c^2}\omega\right) \\ \omega' = \gamma(\omega - k_z v) \\ k_z = \gamma\left(k_z' + \frac{v}{c^2}\omega'\right) \\ \omega = \gamma(\omega' + k_z' v) \end{cases}$$

№575 Найти ω - ? при поперечном эффекте Доплера.



— продольный эффект

Считаем в K' ист. излучает $\omega' = \omega_0$

$$k_z = \gamma\left(k_z' + \frac{v}{c^2}\omega_0\right)$$

$$\omega' \leftrightarrow \omega_0$$

$$\omega = \gamma(\omega_0 + k_z' v)$$

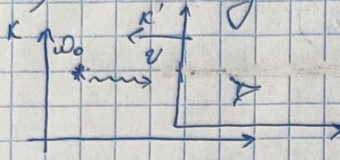
В обычной с.о.: в К: $k_z = 0$, тогда $\vec{k}' \perp \vec{z}_0$ (по усл.),
тогда:

$$k_z' = -\frac{v}{c^2}\,\omega_0$$

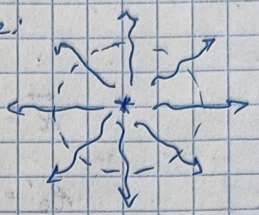
$$\Rightarrow \omega = \gamma\left(\omega_0 - \frac{v}{c^2}\,\omega_0 \cdot v\right) = \gamma\,\omega_0\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) =$$

$$= \omega_0\,\frac{1-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \omega_0\sqrt{1-\beta^2}$$

№576. λ_0, какую λ' зафиксирует наблюдатель? движ. со ск-ю V, если
а) набл-ль движется к источнику:

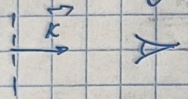


Подробнее:



Сферич. волна м.б. представлена в виде пл. волн. (ряд Фурье.)

Т.е. к ▷ движется плоск. волна:



$$\Rightarrow k_x = k_y = 0$$

$$k_z = k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\omega_0}{c}$$

K' движется к K, преобр. меняем "−" на "+":

$$\omega' = \gamma(\omega + k_z v) = \gamma\left(\omega_0 + \frac{\omega_0}{c}v\right) = \gamma\,\omega_0(1+\beta) = \omega_0\sqrt{\frac{(1+\beta)^2}{1-\beta^2}} =$$

$$= \omega_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

$$\lambda' = \frac{2\pi}{k'} = \frac{2\pi c}{\omega'} = \frac{2\pi c}{\omega_0}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = \lambda_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

$$k_z' = \gamma\left(\frac{\omega_0}{c} + \frac{v}{c^2}\,\omega_0\right) = \frac{\gamma\,\omega_0}{c}(1+\beta)$$

$$k_z' = \frac{\omega'}{c} = \omega_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$ вып-ся.

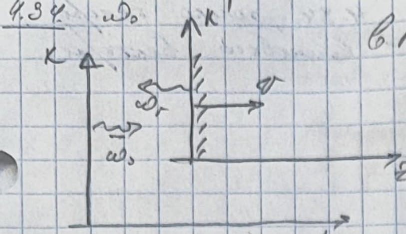
$$\Rightarrow \boxed{k'^2 = \frac{\omega'^2}{c^2}}$$ в каждой ИСО вып-ся

б) движется от источника ⇒ просто изменится знак у ск-ти.

$$\Rightarrow \lambda' = \lambda_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

$$k_z' = \omega_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

4.34.

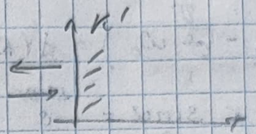


в K: $\overleftrightarrow{K_i} = (0, 0, k_z, i\frac{\omega_0}{c})$

$\frac{\omega_0}{c}$

в K': $\overleftrightarrow{K_i} = (\dots k_{iz}, i\frac{\omega'}{c})$

дальше происходит отражение: меняется напр-е волн. вектора



$\overleftrightarrow{K_r}' = (-k_{iz}', i\frac{\omega'}{c})$? найти

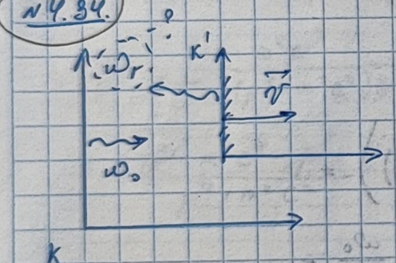
переходим из K' в K: $\overleftrightarrow{K_r} = (k_{rz}, i\frac{\omega_r}{c})$

в 4.35 волна идёт под углом

k_x, k_z

Домашняя работа.

№4.34.



В с.о. K: $\overleftrightarrow{K} = (0, 0, k_z, i\frac{\omega_0}{c})$

Тогда в K':

$$k_z' = \gamma(k_z - \frac{v}{c^2}\omega_0) = \gamma(\frac{\omega_0}{c} - \frac{v}{c^2}\omega_0) = \frac{\gamma\omega_0}{c}(1-\beta)$$

$$\omega' = \gamma(\omega_0 - \frac{\omega_0}{c}v) = \gamma\omega_0(1-\beta)$$

В K' происходит отражение, т.е. меняется напр-е волнового вектора:

$$k_{z_r}' = -k_z' = -\frac{\gamma\omega_0}{c}(1-\beta)$$

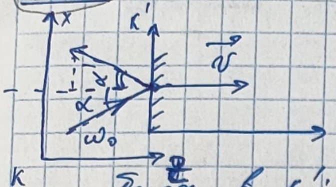
$$\Rightarrow k_{z_r} = \gamma\cdot\left(-\frac{\gamma\omega_0}{c}(1-\beta) + \frac{v}{c^2}\cdot\gamma\omega_0(1-\beta)\right) = \gamma^2\cdot\frac{\omega_0}{c}\left(-1+\beta+\beta(1-\beta)\right) = \frac{\omega_0}{c}\frac{1}{(1-\beta^2)}\cdot(-\beta^2+2\beta-1) =$$

$$= -\frac{\omega_0}{c}\frac{1}{(1-\beta^2)}(\beta^2-2\beta+1) = -\frac{\omega_0}{c}\frac{1}{(1-\beta^2)}(\beta-1)^2$$

$|k_{z_r}| = \frac{\omega_r}{c} \Rightarrow \omega_r = c\cdot|k_{z_r}|$

$$\omega_r = +\omega_0\frac{(1-\beta)^2}{(1-\beta^2)} = \omega_0\frac{1-\beta}{1+\beta} = \omega_0\cdot\frac{1-v/c}{1+v/c}$$

№1.35



Рассуждаем аналогично 4.34 только теперь есть поперечные компоненты волнового вектора, которые не преобразуются.

$\Rightarrow \; k_z = k\cos\alpha.$

Тогда в K':

$$k_z' = \gamma\left(k_z - \frac{v}{c^2}\omega_0\right) = \gamma\left(k\cos\alpha - \frac{v}{c^2}\omega_0\right) = \gamma\cdot\frac{\omega_0}{c}(\cos\alpha - \beta)$$

$$k_x' = k_x = k\sin\alpha = \frac{\omega_0}{c}\sin\alpha$$

$$k'^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2}\left(\sin^2\alpha + \gamma^2(\cos\alpha-\beta)^2\right)$$

$$tg\,\alpha' = \frac{k_x'}{k_z'} = \frac{\sin\alpha}{\gamma(\cos\alpha-\beta)} \quad ; \quad 1 + tg^2\alpha' = \frac{1}{\cos^2\alpha'}$$

$$k_{z_r}' = -\gamma\frac{\omega_0}{c}(\cos\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow k_{z_r} = \gamma\left(-\gamma\frac{\omega_0}{c}(\cos\alpha-\beta) + \frac{v}{c^2}\omega'\right) \circleddash$$

$$\omega' = \gamma\left(\omega_0 - \frac{\omega_0}{c}\cos\alpha\, v\right)$$

$$\circleddash\ \gamma\left(-\gamma\frac{\omega_0}{c}(\cos\alpha-\beta) + \frac{v}{c^2}\cdot\gamma\omega_0\left(1 - \frac{v}{c}\cos\alpha\right)\right) =$$

$$= -\gamma^2\cdot\frac{\omega_0}{c}\cdot\left[\cos\alpha - \beta - \beta + \beta^2\cos\alpha\right] = -\gamma^2\frac{\omega_0}{c}\left[\cos\alpha + \beta^2\cos\alpha - 2\beta\right]$$

(?) $$tg\,\alpha'' = \frac{|k_{z_r}'|}{k_x} = \frac{\gamma^2\frac{\omega_0}{c}\left[\cos\alpha + \beta^2\cos\alpha - 2\beta\right]}{\frac{\omega_0}{c}\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha + \beta^2\cos\alpha - 2\beta}{(1-\beta^2)\sin\alpha}$$

4.04.23г. СТО (практика) — на зачёте

№~~621~~, ~~623~~, 4.46, 625, 637, 642, 4.47, 4.53, 4.54.

доделать

Импульс и энергия.

$$\vec p = \frac{m\vec v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\mathcal{E}}{c^2}\vec v$$

$$\mathcal{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \qquad v=0 \Rightarrow \mathcal{E}_0 = mc^2 \text{ – энергия покоя}$$

$$\mathcal{E} = \sqrt{c^2p^2+m^2c^4}$$

$v\neq 0$: $T = \mathcal{E} - mc^2 \qquad (\mathcal{E} > mc^2)$

$$v = \frac{pc}{\sqrt{p^2+m^2c^2}} \quad ;$$

№621. Выразить импульс через кин. энергию.

$$T = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$$

$$p^2 = \frac{m^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} \ , \quad \frac{p^2}{m^2} = \frac{v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow v^2 = \frac{p^2}{m^2} - \frac{p^2}{m^2}\frac{v^2}{c^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{\frac{p^2}{m^2}}{1+\frac{p^2}{m^2c^2}} = \frac{p^2c^2}{m^2c^2+p^2}$$

$$\frac{T}{mc^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\left(\frac{T}{mc^2}+1\right)^2}$$

$$1 - \frac{p^2c^2}{(p^2+m^2c^2)c^2} = \frac{1}{\left(\frac{T}{mc^2}+1\right)^2}$$

$$\frac{\cancel{p^2}+m^2c^2-\cancel{p^2}}{p^2+m^2c^2} = \frac{1}{\left(\frac{T}{mc^2}+1\right)^2}$$

$$m^2c^2\left(\frac{T}{mc^2}+1\right)^2 = p^2+m^2c^2 \rightarrow p^2 = m^2c^2\left[\frac{T^2}{m^2c^4} + \frac{2T}{mc^2} + \cancel{1} - \cancel{1}\right] =$$

$$\Rightarrow p^2 = \frac{T^2}{c^2} + 2mT = T\cdot\left(\frac{T}{c^2}+2m\right) = \frac{T}{c^2}(T+2mc^2)$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2mc^2)}$$

можно было по-другому.

= 4.46

№623. Частица массой m обл-т энергией $\mathcal{E}$. v - ?

$$\mathcal{E}^2 = \frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} \Leftrightarrow \mathcal{E}^2 - \mathcal{E}^2\frac{v^2}{c^2} = m^2c^4$$

$$\mathcal{E}^2 - m^2c^4 = \mathcal{E}^2\frac{v^2}{c^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{c^2(\mathcal{E}^2-m^2c^4)}{\mathcal{E}^2} \Rightarrow v = \frac{c}{\mathcal{E}}\sqrt{\mathcal{E}^2-m^2c^4} = \frac{c}{\mathcal{E}}\sqrt{\mathcal{E}^2-\mathcal{E}_0^2}$$

$$v = c\sqrt{1-\left(\frac{mc^2}{\mathcal{E}}\right)^2}$$

Если $T \ll mc^2 = \mathcal{E}_0$, то частица нерелятив.

Если $T \gg \mathcal{E}_0$, то это ультрарелятив.

$$v = c\sqrt{\frac{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}{\mathcal{E}^2}} = \frac{c}{\mathcal{E}}\sqrt{(\mathcal{E}-\mathcal{E}_0)(\mathcal{E}+\mathcal{E}_0)} = \frac{c}{\mathcal{E}_0}\sqrt{(\mathcal{E}-\mathcal{E}_0)2\mathcal{E}_0} =$$

$$= c\sqrt{\frac{2(\mathcal{E}-\mathcal{E}_0)}{\mathcal{E}_0}} = c\sqrt{\frac{2(\mathcal{E}-mc^2)}{mc^2}}$$

№4.46 Масса частицы m, . Найти v-?

1) m, $\mathcal{E}$ v-?
2) m, T, v-?
3) m, p v-?

См. пред. задачи.

№625. Масса m, заряд $\tilde{e}$, прошла разность потенц. U. $v_0 = 0$
Найти v-?

В механике 3СЭ: $\frac{mv^2}{2} = eU \Rightarrow v_{н} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

Но теперь: $T = eU$ изменится выражение для T

$$\mathcal{E} - mc^2 = eU$$

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = eU \iff \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = eU + mc^2$$

$$\left(\frac{mc^2}{eU+mc^2}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{m^2c^4}{e^2U^2 + 2meUc^2 + m^2c^4}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{\tilde{e}^2U^2 + 2m\tilde{e}Uc^2 + \cancel{m^2c^4} - \cancel{m^2c^4}}{(\tilde{e}U + mc^2)^2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{c}{\tilde{e}U + mc^2}\sqrt{\tilde{e}^2U^2 + 2m\tilde{e}Uc^2}$$

$$\text{или } v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1+\frac{eU}{mc^2}\right)^2}}$$

Нерелятивистский случай: $T \ll mc^2$. $\Rightarrow \frac{eU}{mc^2}$ малый параметр

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{(1+x)^2}} \approx \sqrt{1-(1+x)^{-2}} \approx \sqrt{1-(1-2x)} \approx \sqrt{2x}$$

$$v \approx c\sqrt{\frac{2eU}{mc^2}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$\approx \sqrt{1-(1-2x+3x^2)} \approx \sqrt{2x-3x^2} = \sqrt{2x}\cdot\sqrt{1-\frac{3}{2}x}$$

$$v \approx c\sqrt{\frac{2eU}{mc^2}}\sqrt{1-\frac{3eU}{2mc^2}} \approx \sqrt{\frac{2eU}{m}}\cdot\left(1 - \frac{3\tilde{e}U}{4mc^2}\right)$$

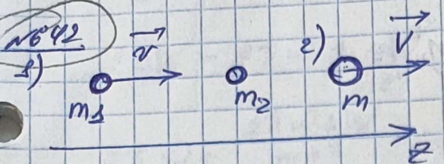
Ультрарелятив. предел: $\frac{mc^2}{\tilde{e}V} \ll 1$.

$$v = c\sqrt{1-\frac{1}{\left(1+\frac{eU}{mc^2}\right)^2}} = c\sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{\tilde{e}U}\right)^2\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{mc^2}{\tilde{e}U}\right)^2}} \qquad v \approx c\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{mc^2}{\tilde{e}U}\right)^2\right]$$

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{(x+1)^2}} \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

Домашняя работа.

№4.42

1) 

$m - ?\quad V - ?$

$$\left.\begin{aligned} &\text{ЗСЭ: } \frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + m_2c^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \\ &\text{ЗСИ: } \frac{m_1 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{mV}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \end{aligned}\right\}$$

$$m = \frac{m_1 v}{V}\,\frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + m_2c^2 = \frac{m_1 v\, c^2}{V}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \Big/ : c^2$$

$$m_1 + m_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_1 v}{V} \Rightarrow V = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m = \frac{m_1 v}{m_1 v}\cdot\left(m_1 + m_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)\cdot\frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

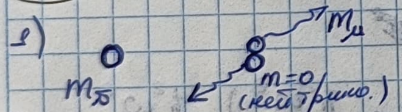
$$m^2 = \left(m_1 + m_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2\cdot\frac{1 - \frac{m_1^2v^2}{c^2\left(m_1+m_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} =$$

$$= \frac{\left(m_1+m_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2 - \frac{m_1^2v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_1^2 + 2m_1m_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + m_2^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{m_1^2v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} =$$

$$= m_1^2 + m_2^2 + \frac{2m_1m_2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

№4.47

Найти кин. энергию μ-мезона после распада.

1) 

W_ν — энергия нейтрино.

ЗСЭ: $m_\pi c^2 = \frac{m_\mu c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + W_\nu$

ЗСИ: $0 = \frac{m_\mu v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - p_\nu$, где $c^2p^2 + m^2c^4 = \mathcal{E}^2$

$W_\nu^2 = c^2p_\nu^2 \to p_\nu = \frac{W_\nu}{c}$

$$\Rightarrow \frac{W_\nu}{c} = \frac{m_\mu v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\mathcal{E}_\mu = m_\mu c^2 + T_\mu$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_\pi c^2 = \frac{m_\mu c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + W_\nu \\ \frac{W_\nu}{c} = \frac{m_\mu v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \to W_\nu = \frac{m_\mu v c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m_\pi c^2 = \frac{m_\mu c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{m_\mu v c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_\mu c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{m_\mu \beta c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$ выразим β

$$m_\pi\sqrt{1-\beta^2} = m_\mu(1+\beta)$$

$$m_\pi\sqrt{1-\beta}\,\sqrt{1+\beta} = m_\mu(1+\beta)$$

$$m_\pi \sqrt{1-\beta} = m_\mu \sqrt{1+\beta}$$

$$\frac{m_\pi^2}{m_\mu^2} = \frac{1+\beta}{1-\beta} \Leftrightarrow m_\pi^2 - m_\pi^2\beta = m_\mu^2 + m_\mu^2\beta$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}$$

$$\Rightarrow T_\mu = \frac{m_\mu c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_\mu c^2 = m_\mu c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = m_\mu c^2 \frac{1-\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} =$$

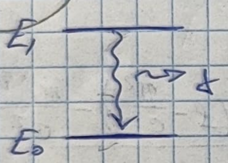
$$= m_\mu c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{m_\pi^2-m_\mu^2}{m_\pi^2+m_\mu^2}\right)^2}} - 1\right) = \left\{\text{как-то можно преобр-ть}\right\} = \frac{(m_\pi - m_\mu)^2}{2m_\pi}c^2 =$$

$$= m_\mu c^2\left(\frac{m_\pi^2+m_\mu^2}{\sqrt{m_\pi^4 + 2m_\pi^2 m_\mu^2 + m_\mu^4 - m_\pi^4 + 2m_\pi^2 m_\mu^2 - m_\mu^4}} - 1\right) =$$

$$= m_\mu c^2\left(\frac{m_\pi^2+m_\mu^2}{2m_\pi m_\mu} - 1\right) = \frac{(m_\pi-m_\mu)^2}{2m_\pi}c^2$$

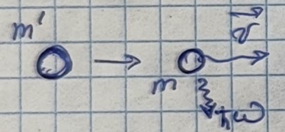
№4.53

Опр-ть частоту излучения гамма-кванта ω.



ЗСЭ: учит. энергию возбуждения ΔW:

$$mc^2 + \Delta W = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + \hbar\omega$$



ЗСИ: $$0 = \frac{mv}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\hbar\omega}{c} \Leftrightarrow \frac{m\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\hbar\omega}{c}$$

$$\frac{\hbar^2\omega^2}{c^2} = \frac{m^2c^2\beta^2}{1-\beta^2}$$

$$\frac{\hbar^2\omega^2}{c^2} - \beta^2\frac{\hbar^2\omega^2}{c^2} = m^2c^2\beta^2 \Leftrightarrow \beta^2$$

$$\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4} - \beta^2\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4} = \beta^2 \rightarrow \beta^2\left(1+\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}\right) = \frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}$$

$$-\beta^2\left(1+\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}\right) + \left(1+\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}\right) = -\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4} + 1 + \frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}$$

$$\left(1+\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}\right)(1-\beta^2) = 1. \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \sqrt{\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}+1}$$

подставим в 1е ур-е системы:

$$mc^2 + \Delta W = mc^2\cdot\sqrt{\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}+1} + \hbar\omega \quad \Big| : mc^2$$

$$1 + \frac{\Delta W}{mc^2} = \sqrt{\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}+1} + \frac{\hbar\omega}{mc^2}$$

$$1 + \frac{2\Delta W}{mc^2} + \frac{\Delta W^2}{m^2c^4} = \frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4} + 1 + \frac{2\hbar\omega}{mc^2}\sqrt{\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}+1} + \frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}$$

$$\frac{\Delta W}{mc^2} + \frac{\Delta W^2}{m^2c^4} = \frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4} + \frac{\hbar\omega}{mc^2}\sqrt{\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}+1}$$

$$(mc^2 + \Delta W - \hbar\omega) = mc^2\sqrt{\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}+1}$$

$$\left(1+\frac{\Delta W}{mc^2} - \frac{\hbar\omega}{mc^2}\right)^2 = \frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}+1$$

$$\cancel{1} + \frac{2\Delta W}{mc^2} - \frac{2\hbar\omega}{mc^2} + \frac{\Delta W^2}{m^2c^4} - \frac{2\hbar\omega\Delta W}{m^2c^4} + \cancel{\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}} = \cancel{\frac{\hbar^2\omega^2}{m^2c^4}} + \cancel{1}$$

$$2\Delta W - 2\hbar\omega + \frac{\Delta W^2}{mc^2} - \frac{2\hbar\omega\Delta W}{mc^2} = 0$$

$$2\hbar\omega + \frac{2\hbar\omega\Delta W}{mc^2} = 2\Delta W + \frac{\Delta W^2}{mc^2}$$

$$\hbar\omega\left(2 + \frac{2\Delta W}{mc^2}\right) = \Delta W\left(2 + \frac{\Delta W}{mc^2}\right)$$

$$\hbar\omega\left(2mc^2 + 2\Delta W\right) = \Delta W\left(2mc^2 + \Delta W\right)$$

$$\underline{\omega} = \frac{\Delta W}{\hbar}\left(\frac{2mc^2 + 2\Delta W - \Delta W}{2mc^2 + 2\Delta W}\right) = \underline{\frac{\Delta W}{\hbar}\left(1 - \frac{\Delta W}{2mc^2 + 2\Delta W}\right)}$$

Движение заряженных частиц в ЭМ поле и преобр. полей.

№4.37. Дано: m, q в эл-ом поле. Найти движение частицы $x(t), y(t), z(t)$. $\to \vec{r}(t)$

$\vec{E}$, q, x

Начальные условия: $\vec{r}(0)=0$, $\vec{v}(0)=0$

В случае класси. частицы:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = qE \quad \to \quad x(t) = \frac{qE}{2m}t^2$$

В релятивистском случае:

$$p_x(t) = qEt$$

$$W = \sqrt{(mc^2)^2 + p^2c^2}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E} + \frac{q}{c}\underbrace{[\vec{v},\vec{B}]}_{0} = qE\vec{x}_0 \Rightarrow \text{движение вдоль } x$$

(1) $\frac{dp}{dt} = qE$; $\frac{dx}{dt} = v_x(t) \Rightarrow$ нужно найти $v_x(t)$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \to \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{p} = \frac{W}{c^2}\vec{v}$$

$$v_x = \frac{c^2}{W}p_x = \frac{p_x}{m}$$

Из (1):

$$p(t) = qEt + \underbrace{p_0}_{=0}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{c^2qEt}{\sqrt{m^2c^4 + q^2E^2c^2t^2}}$$

$$p^2 = \frac{m^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} \to p^2 - \frac{p^2v^2}{c^2} = m^2v^2$$

$$\left(m^2 + \frac{p^2}{c^2}\right)v^2 = p^2 \Rightarrow v^2 = \frac{p^2c^2}{m^2c^2+p^2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{pc}{\sqrt{p^2+m^2c^2}}$$

$$\Rightarrow x(t) = \underbrace{x_0}_{=0} + \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t \frac{cqEt}{\sqrt{q^2E^2t^2+m^2c^2}}\,dt = \int_0^t \frac{cqE\,d(t^2)}{\sqrt{q^2E^2t^2+m^2c^2}}\cdot\frac{1}{2} =$$

$$= \frac{cqE\cdot 2}{2\,q^2E^2}\cdot\sqrt{(qEt)^2+m^2c^2}\,\Big|_0^t = \frac{c}{qE}\left(\sqrt{(qEt)^2+m^2c^2} - mc\right)$$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{mc^2}{qE}\left(\sqrt{\left(\frac{qEt}{mc}\right)^2+1} - 1\right) \\ y(t) = z(t) = 0 \end{cases}$$

В нерелят. пределе: $T \ll mc^2$, при малых $t \to 0$ ск-ть $v \ll c$.

тогда $\frac{qEt}{mc} \ll 1$.

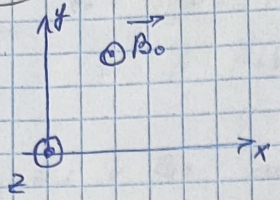
$$x(t) \approx \frac{mc^2}{qE}\left(\cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{q^2E^2t^2}{m^2c^2} - \cancel{1}\right) = \frac{qE}{2m}t^2$$

но это при малых временах.

Ультрарелятив. частица

$$x(t) \approx \frac{mc^2}{qE}\left(\frac{qEt}{mc} + \ldots\right) = ct + \ldots$$

№4.38. Теперь частица движется в пост. магн. поле. m, q



$$\vec{B} = B_0 \vec{z}_0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{q}{c}[\vec{v} \times \vec{B}]$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{q}{c}[\vec{v} \times \vec{B}]$$

$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_л \perp \vec{v} \Rightarrow |\vec{v}| = const$ и работа не совершается, т.е. вып-ся закон сохр-я энергии.

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ ; \quad \mathcal{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \vec{p} = \frac{\mathcal{E}}{c^2}\vec{v}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathcal{E}}{c^2}\vec{v}\right) = \frac{q}{c}[\vec{v} \times \vec{B}]$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{c^2} = m\gamma \Rightarrow m\gamma \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{qB_0}{c}[\vec{v} \times \vec{z}_0]$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{\frac{qB_0}{\gamma mc}}_{\omega_c}[\vec{v} \times \vec{z}_0] = \underbrace{\frac{qB_0}{\gamma mc}}_{\omega_c}(-\vec{y}_0 \cdot v_x + \vec{x}_0 v_y)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \omega_c v_y & \Big/ \cdot \frac{d}{dt} \quad \frac{d^2 v_x}{dt^2} = \omega_c \frac{dv_y}{dt} \Rightarrow \frac{d^2 v_x}{dt^2} + \omega_c^2 v_x = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -\omega_c v_x & \Big/ \frac{d}{dt} \Big/ \cdot i \quad \dots \quad \frac{d^2 v_y}{dt^2} + \omega_c^2 v_y = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = 0 & \Rightarrow v_z = v_{0z} \end{cases}$$

$$\frac{d}{dt}(v_x + i v_y) = \omega_c (v_y - i v_x)$$

$$\frac{d}{dt}(v_x + i v_y) = -i\omega_c (v_x + i v_y)$$

$$v_x + i v_y = C e^{-i\omega_c t}$$

$$v_x = v_\perp \cos(\omega_c t + \alpha)$$

$$\Rightarrow v_y = \frac{1}{\omega_c}\frac{dv_x}{dt} = -v_\perp \sin(\omega_c t + \alpha)$$

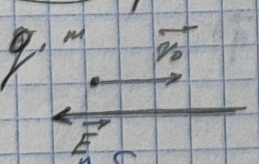
$$|\vec{v}_\perp| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = const$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = x_0 + \int_0^t v_\perp \cos(\omega_c t + \alpha)\,dt = x_0 + \frac{v_\perp}{\omega_c}[\sin(\omega_c t + \alpha) - \sin\alpha] \\ y(t) = y_0 + \int_0^t (-v_\perp)\sin(\omega_c t + \alpha)\,dt = y_0 + \frac{v_\perp}{\omega_c}[\cos(\omega_c t + \alpha) - \cos\alpha] \\ z(t) = z_0 + v_{0z} t \end{cases}$$

— винтовая линия, как в классике.

№694. $q, m, \mathcal{E}, E$; $\vec{E} \parallel \vec{v}_0$. Найти пробег l - ? в тормоз. однородном эл-м поле.

$q > 0$



1 способ: через 2 з-н Ньютона.

2 способ: через энергию.

Работа поля идёт на замедление частицы.

$T = qEl \Rightarrow \mathcal{E} = T + mc^2$

$\mathcal{E} - mc^2 = qEl \Rightarrow l = \frac{\mathcal{E} - mc^2}{qE}$

В СО разделение $\vec{E}$ и $\vec{B}$ имеет условно.

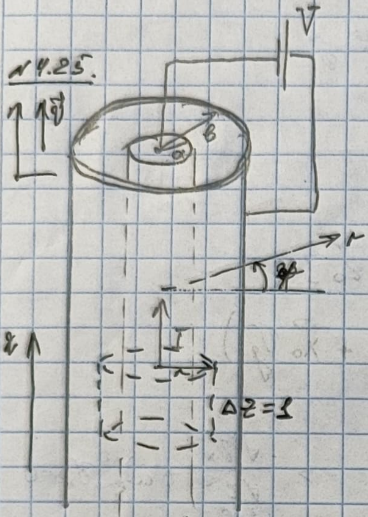
$$\vec{E}'_\perp = \frac{\vec{E}_\perp + \frac{1}{c}[\vec{v}\times\vec{B}_\perp]}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\vec{B}'_\perp = \frac{\vec{B}_\perp - \frac{1}{c}[\vec{v}\times\vec{E}_\perp]}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\vec{E}'_\parallel = \vec{E}_\parallel$$

$$\vec{B}'_\parallel = \vec{B}_\parallel$$

№4.25.



Дано: a, b, V, I

Введем цилиндр. сист. коорд.: (r, φ, z)

По теореме Остроградского Гаусса:

$$\oint_S (\vec{E}\cdot\vec{n})\, dS = 4\pi Q$$

$$\Delta z \cdot 2\pi r \cdot E_r(r) = 4\pi Q$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{2Q}{r}\vec{r}_0$$

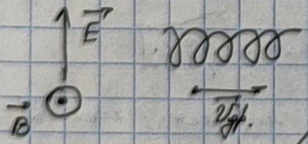
По определению:

$$V = \int_a^b E_r(r)\, dr = 2Q \ln\frac{b}{a} \Rightarrow 2Q = \frac{V}{\ln\frac{b}{a}}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{V}{r\ln\frac{b}{a}}\vec{r}_0$$

$$\oint_l B_l\, dl = \frac{4\pi}{c} I \to 2\pi r B_\varphi = \frac{4\pi}{c} I \Rightarrow \vec{B} = \frac{2I}{cr}\vec{\varphi}_0$$

В какой с.о. и при каких условиях будет только магнитное поле?



В с.о. центра масс $\vec{E}=0$ ← было на 1 курсе.

Но как? Используем не изменяющиеся величины при переходе, инварианты?

(2) $\vec{E}^2 - \vec{B}^2 = inv \Rightarrow \vec{E}^2 - \vec{B}^2 = \vec{E}'^2 - \vec{B}'^2$

(1) $(\vec{E}\cdot\vec{B}) = inv$

Посчитаем скалярное пр-е: $(\vec{E}\cdot\vec{B}) = 0$

$\Rightarrow \exists K' \begin{cases}\vec{E}'=0\\ \vec{B}'\neq 0\end{cases}$ или $\begin{cases}\vec{B}'=0\\ \vec{E}'\neq 0\end{cases}$

- Если $\vec{E}'=0$ из (2): $\vec{E}^2 - \vec{B}^2 < 0 \Rightarrow B'^2 = B^2 - E^2$
- Если $\vec{B}'=0 \Rightarrow \vec{E}^2 - \vec{B}^2 > 0$

Т.е. эта такая с.о. K', которая движется вдоль z.

Нужно найти v - ?

$\left(\frac{2I}{cr}\right)^2 - \left(\frac{V}{r\ln\frac{b}{a}}\right)^2 > 0$ такая с.о. существует.

$$\Rightarrow \frac{4I^2}{c^2} - \frac{V^2}{\ln^2\frac{b}{a}} > 0$$

E_r и B_φ мы знаем => из 2й ф-лы преобр-я полей.

$$\vec{E}_\perp' = \frac{E_r\cdot\vec{r}_0 + \frac{1}{c}[v\vec{z}_0 \times B_\varphi\vec{\varphi}_0]}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \left\{[\vec{z}_0\times\vec{\varphi}_0] = -\vec{r}_0\right\} =$$

$$= \frac{E_r\cdot\vec{r}_0 - \frac{vB_\varphi}{c}\vec{r}_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 0 \text{ по усл.}$$

$$\Rightarrow E_r - \frac{vB_\varphi}{c} = 0$$

$$\Rightarrow v = \frac{cE_r}{B_\varphi} = \frac{c\cdot V}{r\ln\frac{b}{a}}\cdot\frac{cr}{2I} = \frac{Vc^2}{2I\ln\frac{b}{a}}$$

Немного поговорим о массе:

$\overleftrightarrow{P} = (\vec{p}, i\frac{\mathcal{E}}{c})$; $\overleftrightarrow{R} = (\vec{r}, ict)$

Интервал инвариантен

$$(ds)^2 = (dr)^2 - (c\,dt)^2$$

$(d\overleftrightarrow{R}, d\overleftrightarrow{R}) = inv$

$(\overleftrightarrow{P}\cdot\overleftrightarrow{P}) = inv$

$(\overleftrightarrow{R}\cdot\overleftrightarrow{K}) = i(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ — фаза, она инвариантна.

Посчитаем:

$(\overleftrightarrow{P}\cdot\overleftrightarrow{P}) = \vec{p}^2 - \frac{\mathcal{E}^2}{c^2}$ подставим $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$; $\mathcal{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$(\overleftrightarrow{P}\cdot\overleftrightarrow{P}) = \frac{m^2v^2}{(1-\frac{v^2}{c^2})} - \frac{m^2c^2}{(1-\frac{v^2}{c^2})} = \frac{m^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}(v^2-c^2) = \frac{-m^2c^2(1-\frac{v^2}{c^2})}{1-\frac{v^2}{c^2}} = -m^2c^2$$

$$(\overleftrightarrow{P}\cdot\overleftrightarrow{P}) = -m^2c^2 = inv$$

почему масса должна от чего-то зависеть?