

Физическая электроника

Электроника - область науки о прохождении электрического тока через вакуум, газы и т.д. в том случае, когда электроны - движущиеся переносчики заряда и имеют главную роль в передаче заряда.

Из чего состоит любой электронвакуумный прибор?

Световой эмиссии электронов

Световой поток - эл.-орг. пучка

Световой поток - пучка с СВЧ

Световой выторм.

Катод

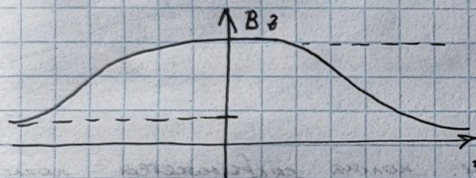
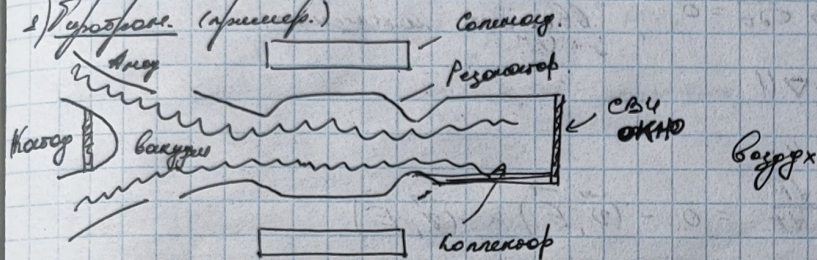
Электронная пучка

Волновод резонатор

Коллектор, выходной волновод.

14.09.23.

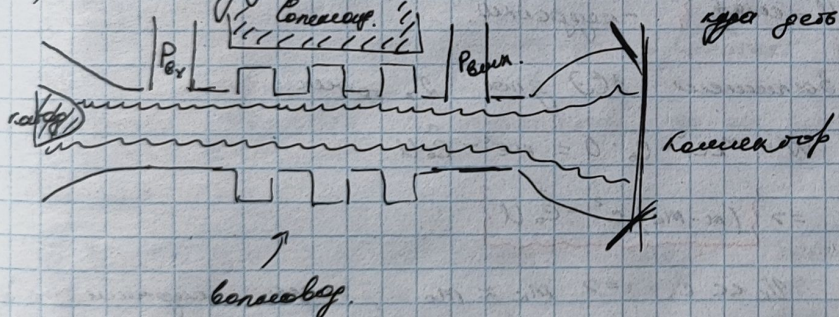
1) Рентроп. (пример.)



4 задачи для решения задачи СВЧ:

1. Как обеспечить достаточный ток.
2. Как сформировать из электронов пучок с зад. св-вами.
3. Как обеспечить эффективное взаимодействие пучка с ЭМП.
4. Как вывести из устройства и куда деть пучок.

2) Принцип действия лампы:



1. Электронная оптика
и о формировании пучков с заданными св-вами.

Световые СВ: $c = 2,998 \times 10^8 \frac{м}{с}$
 заряд электрона: $\tilde{e}_0 = 1,602 \cdot 10^{-19} Кл.$
 $m_e = 9,108 \cdot 10^{-31} кг.$

удельный заряд: $\gamma = \frac{\tilde{e}_0}{m_e} = 1,759 \cdot 10^{19} \frac{Кл}{кг}.$
 $E_0 =$

Излучение энергии

Формир. пучков идет в основном по газу, но в с.д. связь с электроном поля приращивается:

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}(t)) = \vec{E}(t)$$

$$\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}(t)) = \vec{B}(t)$$

Движение частицы по II з.ч.:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = -\tilde{e}_0 \vec{E} - \tilde{e}_0 [\vec{v}, \vec{B}] \quad \text{где} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Согласно условию на $\vec{v}$: $(\vec{v}, [\vec{v}, \vec{B}]) = 0$

$$\Rightarrow \frac{d(m\vec{v})}{dt} = -\tilde{e}_0 (\vec{v}, \vec{E})$$

$$\vec{v} \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{1}{2m} \cdot 2m\vec{v} \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{1}{2m} \frac{d(m\vec{v})^2}{dt} \quad (3)$$

$$(m\vec{v})^2 - (mc)^2 = -m_0^2 c^2 = \text{const.}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2m} \frac{d(m\vec{v})^2}{dt} = \frac{1}{2m} \frac{d(mc)^2}{dt} = \frac{c^2 \cdot 2m}{2m} \frac{dm}{dt} = \frac{d(mc^2)}{dt}$$

Полная энергия $\Rightarrow \frac{dW}{dt} = 0$, введём потенциал.

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$

Полная производная U :

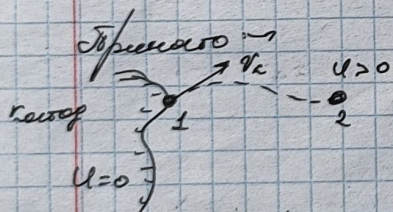
$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = 0 - (\vec{v}, \vec{E}) = -(\vec{v}, \vec{E})$$

Всё подобрано верно:

$$\frac{d(mc^2)}{dt} = \tilde{e}_0 \frac{d\varphi}{dt}$$

Интерпретация, получим что в состоянии покоя составляется полная энергия частицы.

$$\{ W = mc^2 - \tilde{e}_0 U = \text{const} \} \quad \text{— удобно.}$$



Запишем ЗСЭ для 2-х точек.

$$W = mc^2 - \tilde{e}_0 \cdot 0 = mc^2 - \tilde{e}_0 U$$

$$\Rightarrow \{ (m - m_0) c^2 = \tilde{e}_0 U \}$$

Если учесть $v_k \ll c$, $\Rightarrow m_k \approx m_0$, тогда получим

$$(*) \quad \{ (m - m_0) c^2 = \tilde{e}_0 U \} \quad \text{— удобнее}$$

Если движение частицы нерелятивистское, тогда m можно разложить в ряд: и учесть (*):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx m_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right); \quad m_k = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}}} \approx m_0 \left(1 + \frac{v_k^2}{2c^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{m_0 v^2}{2} - \frac{m_0 v_k^2}{2} = \tilde{e}_0 U$$

$$\frac{m_0 v_k^2}{2} = \tilde{e}_0 U_0$$

$$\Rightarrow \frac{m_0 v^2}{2} = \tilde{e}_0 (U + U_0)$$

→ удобно ввести U_0 — энергия покоя электрона, эквивалентная энергии покоя электрона, эквивалентная энергии покоя электрона.

$$\Rightarrow \left\{ v = \sqrt{2\gamma(U+U_0)} \right\}$$

$U \sim \text{светл. В.}$

$U_0 \sim \text{мек. В.}$

$\rightarrow$ во многих случаях можно пренебречь.

$U_0 \ll U : v \approx \sqrt{2\gamma U} \quad (10) \quad \sim \text{нормальный пункт. (порядок } \gamma \text{ и } U \text{ пропорционально связаны)}$

U_0 м.б. неизвестен. катод $\rightarrow$ разность к-т + м.б. тепловая добавка.

Для СВЧ приборов с преобразованием максимума энергии вихревой картовой фрик. в парол. явл. замечание - отношение к-т света к к-т спектров:

$$\left\{ \xi = \frac{c}{v} \right\} \quad (11)$$

Исп-я (10) в прецессив. случае:

$$\xi = \frac{c}{\sqrt{2\gamma U}} = \frac{16}{\sqrt{4[\text{кВ}]}}$$

Если движение релятивистское. Для б.м. части соотношения на то, получаем кинемат. фактор. (отн. электрона к м.б. массы)

$$\frac{m}{m_0} = \left\{ \gamma = 1 + \frac{\tilde{E}_0 U}{m_0 c^2} \right\}$$

$$\gamma = \dots$$

Замечание:

$$\left\{ \gamma = \frac{c}{v} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right\} \sim \text{работает всегда}$$

Сравним релятив. и нерелятив. ф-лы. при $\gamma \gg 1. \Rightarrow \gamma \approx 1 + \frac{1}{2\gamma^2}$

Таблица:

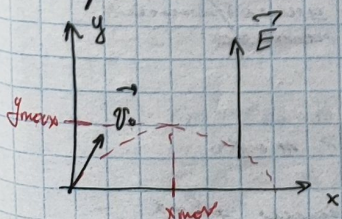
$U, \text{В}$	0,1	1	10	100	1000	10 кВ	100 кВ	1000 кВ
нр. $\leftarrow \gamma_0$	1,000	505	180	50,5	18	5,05	1,6	0,5
р. $\leftarrow \gamma$	1,000	505	180	50,5	18,02	5,13	1,85	2,08

Если $U < 100 \text{ кВ}$ можно использовать нерелятив. ф-лы.

$\gamma > 1$
факт. не корр.
результат

Движение электрона в дон. электрическом и магнитном полях.

1. Нерелятивистское движение: в $\vec{E} = \text{const}$, а есть некоторое $\vec{v}_0$



Ур-е движения:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\gamma \vec{E} \leftarrow \text{по } \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e}{m_0} \vec{E}$$

Упр. нач. условия:

$$y = -\frac{\gamma E t^2}{2} + v_{0y} t; \quad x = v_{0x} t$$

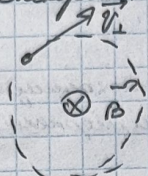
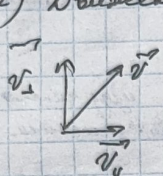
Исплоная время t :

$$y = -\frac{\eta E}{2} \left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x \quad \sim \text{у-е параболы}$$

Найдём максимум:

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow x_{\max} = \frac{(v_{0y} v_{0x})}{\eta E}; y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2\eta E}$$

2) Движение электрона в однородном магнитном поле:



Рассмотрим релятивистский случай.
Ур-я движения:

$$\frac{d(\gamma m \vec{v})}{dt} = -e [\vec{v}, \vec{B}]$$

Сила Лоренца $\vec{F}_L = -e [\vec{v}, \vec{B}] \Rightarrow (\vec{F}_L \perp \vec{v})$ — сила Лоренца не совершает работы — не изменяет энергию электрона $\rightarrow$ не меняется γ — не меняется масса.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e}{m} [\vec{v}, \vec{B}]$$

$$\vec{v} = \vec{v}_{||} + \vec{v}_{\perp}$$

Два незав-х уравнения

$$\begin{cases} \frac{d\vec{v}_{||}}{dt} = 0 & v_{||} = \text{const, но } \sqrt{v_{||}^2 + v_{\perp}^2} = \text{const} \\ \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = -\frac{e}{m} [\vec{v}_{\perp}, \vec{B}] & \Rightarrow |\vec{v}_{\perp}| = \text{const.} \end{cases}$$

Смотрим перпен. пе-ов. Что с ускорением?

$$a = \left| \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} \right| = \sqrt{a_x^2 + a_z^2}$$

Но модуль тангенс. ускорения: $|a_z| = \frac{dv_z}{dt} = 0$

$\Rightarrow$ Электрон имеет только перпендикулярное ускорение a_n .

$$a_n = \frac{v_{\perp}^2}{R} \quad R - \text{радиус кривизны}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{e_0}{m} \times v_{\perp} B \quad \rightarrow \text{найдем радиус кривизны}$$

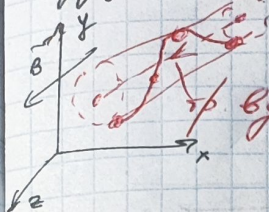
$$R = \frac{v_{\perp}}{\frac{e_0}{m} B} \quad \rightarrow \text{докажем, что движение происходит по окружности}$$

Из механики известно: $\left\{ R = \frac{v_{\perp}}{\omega} \right\}$, где ω — циклотронная частота
 $\left\{ \omega = \frac{e_0}{m} B \right\}$

В нерелят. прил. $\omega = \eta B$, т.е. $\frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow m = m_0$

Полное ур-ие $\vec{E}$ можно представить как сумму ур-ий — поступ. равномерного дрейфа электрона и т. вращательное с угл. частотой $\rightarrow$ винтовая линия.

Вращение $\vec{e}$ вокруг ор-го центра окружности. $\rightarrow$ по час.
вращению вектора.



Осцил: $B \sim 0.1 - 10 \text{ Тл.}$

Пример: $U = 1000 \text{ В}, B = 0.1 \text{ Тл.} - 1000 \text{ Гс.}$

$\vec{e}$ летит под углом $\alpha = 30^\circ$

$U = \hbar \kappa B \approx 100 \kappa B \rightarrow$ перекалс. эффект;

Циклотрон. част.: $\omega_c = \omega_{c0} = \gamma B = 1.76 \cdot 10^4 \cdot 0.1 = 1.76 \cdot 10^4$

$\nu = \frac{\omega_c}{2\pi} \approx 3 \cdot 10^9 \text{ Гц.} = 7 \text{ ГГц}$

Полная ск-сть $\vec{v}$: $\gamma = \frac{1B}{\sqrt{a}} = 10 \Rightarrow \gamma = \frac{c}{v} = 5 \cdot \frac{10^8}{10} \approx 2 \cdot 10^7$

Компоненты:

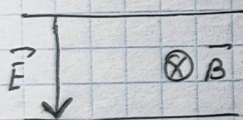
$v_{||} = v \cos \alpha \approx 1.7 \cdot 10^7$

$v_{\perp} = v \sin \alpha = 1.0 \cdot 10^7$

Шаг $\vec{e}$ -траектории: $\lambda = T_c v_{||} = v_{||} \cdot \left(\frac{2\pi}{\omega_c} \right) \approx 6 \text{ см.}$

Радиус вращения: $R = \frac{v_{\perp}}{\omega} = 10^7 / (1.76 \cdot 10^4) \approx 0.6 \text{ см.}$

3) Движение $\vec{e}$ в срезуемых полях



Уравнение движения

$\frac{d(\gamma \vec{v})}{dt} = -\vec{e}_0 \vec{E} - \vec{e}_0 [\vec{v}, \vec{B}]$

Скорости нерелятив. случая: $v/c \ll 1$

$\frac{d\vec{v}}{dt} + \gamma [\vec{v}, \vec{B}] = -\gamma \vec{E}$

или можно переписать

$\ddot{\vec{r}} + \gamma [\dot{\vec{r}}, \vec{B}] = -\gamma \vec{E}$

(19)

линейное неоднородное с const. коэф. анал.

$\vec{r} = \vec{r}_{одн} + \vec{r}_1$ частное решение.

$\Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_{одн} + \vec{r}_1$

Однородное: $\frac{d\vec{v}}{dt} + \gamma [\vec{v}, \vec{B}] = 0 \rightarrow$ в магнитном поле $\vec{r}_{одн} = \vec{r}_{\perp} + \vec{r}_{||}$

Частное ищем в виде $\vec{r}_1 = \text{const.}$

$\frac{d\vec{r}_1}{dt} = 0 \Rightarrow [\vec{r}_1, \vec{B}] = -\vec{E} \quad | \cdot [\vec{B} \times$

$[\vec{B}, [\vec{r}_1, \vec{B}]] = -[\vec{B}, \vec{E}] = [\vec{E}, \vec{B}]$

$\vec{r}_1 \cdot \vec{B} - \vec{B}(\vec{r}_1, \vec{B}) = [\vec{E}, \vec{B}]$ пусть $\vec{r}_1 \perp \vec{B}$

$\Rightarrow \left\{ \vec{r}_1 = \frac{[\vec{E}, \vec{B}]}{B^2} \right\}$

дрейфовая скорость

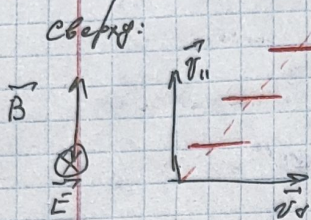
$\vec{v}_d \perp \vec{B}$ $\vec{v}_d = \text{const.}$ $\left| \begin{array}{l} \text{вектор} \\ \text{Лоренца} \end{array} \right.$

Тогда полная скорость $\vec{v}$: $\rightarrow$ движение по параболе вращается.

$$\vec{v} = \vec{v}_{||} + \vec{v}_d + \vec{v}_\perp$$

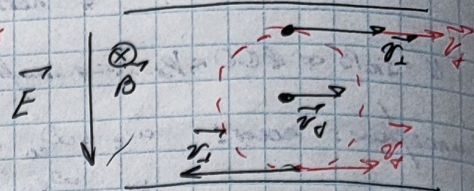
движение вращающегося центра.

Как выглядит движение:



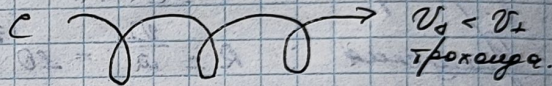
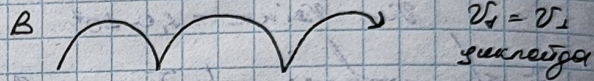
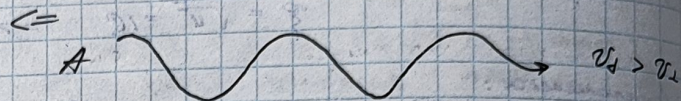
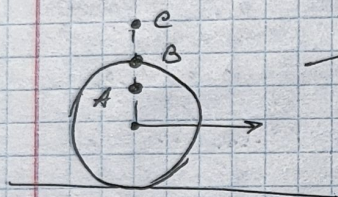
--- вращ. центр.
- движение вращающегося

Собору!

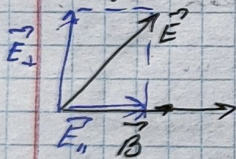


Вид траектории зависит от соотношения v_d и v_d

Век. аналог - движение точки на колесе.



4) Сферическое поле при произвольном угле. И скажем, что случай предельно-близкий



$$\vec{E} = \vec{E}_{||} + \vec{E}_\perp$$

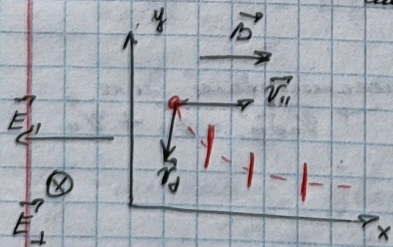
и будем разлагать

$$\vec{v} = \vec{v}'_{||} + \vec{v}'_\perp$$

Представим в ур-е равновесия:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} = -\gamma \vec{E}_\perp - \gamma [\vec{v}'_\perp, \vec{B}] \\ \frac{d\vec{v}'_{||}}{dt} = -\gamma E_{||} \end{cases} \leftarrow \text{прямой член}$$

Полная ск-сть: $\vec{v} = \vec{v}_{||} + \vec{v}_{\perp, \text{ж.}} + \vec{v}_d + \vec{v}_\perp$
 ж. - то вращ. по окружности
 дрейф.

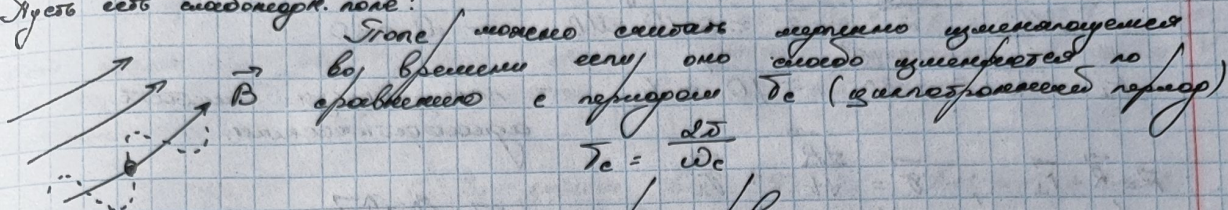


--- движение вращ. центра.

Движение в неоднородных полях.

Резонансное поле всегда неоднородно. Если известна скорость частицы, то движение в резонансе можно описать в неоднородном поле. Движение в неоднородном поле описывается, как в магнетроне.

Пусть есть неоднородное поле:



Магнетронная формулировка:

$$r_c \cdot \left| \frac{dF_r}{dt} \right| \ll F_r$$

Для магнетронного поля: $r_c \cdot \left| \frac{dB}{dt} \right| \ll B$

F_r - r компонента экстр. или лент. поля. Пренебрежительно мал.

1) Скорость продольного движения мала по сравнению с поперечной:

$$v_{||} \ll v_{\perp} \Rightarrow v \approx v_{\perp} \quad \text{где} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \dot{r} = \frac{v}{v_{\perp}} \approx \frac{v}{v_{\perp}}$$

$$\Rightarrow r_c \frac{dB}{dt} = r_c v_{\perp} \frac{dB}{dr} = 2\pi r_{\perp} \cdot \frac{dB}{dr} \ll B$$

$$\Rightarrow \frac{dB}{dr} \ll B$$

~ поле слабо изменяется по сравнению с радиусом Лармора.

т.е. поле довольно медленно меняется по радиусу вращения.

2) Пусть $v_{||} \gg v_{\perp}$

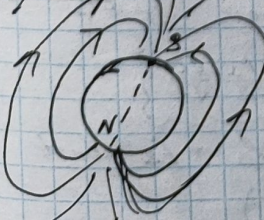
$$\Rightarrow \dot{r} = \frac{v}{v_{||}} \Rightarrow r_c \frac{dB}{dt} = r_c v_{||} \frac{dB}{dr} = h \frac{dB}{dr} \ll B$$

$$\Rightarrow \frac{dB}{dr} \ll B$$

~ поле изменяется слабо на протяжении мала экстронной траектории.

Если выполняется 1) или 2) $\rightarrow$ поле адиабатическое. Наиболее часто встречается адиабатическое поле?

Пример: Земля



Масштаб неоднородности: $L \approx 10^7$ м.
Масштаб мала. поля: $B = 0.2$ Гс.

При малой скорости $\vec{v}$ движение происходит в неоднородном, при малой v в магнетроне.

1) Релятивистская: $v = 0.2 \cdot c \Rightarrow \omega_c = \gamma B = 3 \cdot 10^6$

$$\Rightarrow r_{\perp} = \frac{v}{\omega_c} \approx 20 \text{ м.} \Rightarrow r_{\perp} \ll L \Rightarrow \text{адиабатическое поле.}$$

2) Релятивистская: $v = 0.995c \Rightarrow \gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 10$

$$\Rightarrow \omega_c = \frac{\tilde{e}_0}{m} B = \frac{\tilde{e}_0 \left(\frac{m_0}{m} \right)}{m_0} B = \gamma \frac{B}{\delta} = \frac{\omega_c}{\delta} \approx 3 \cdot 10^5$$

$$\Gamma_{\perp} = \frac{v}{\omega_c} \approx 1000 \text{ м.}, \text{ ио опять}$$

$\Gamma_{\perp} \ll L \Rightarrow$ поле адиабатич.

3) Задача/релятив. масса: $\delta = 10^5$: $\delta = 1 + 2 \text{ МВ}$

$$2 \text{ МВ} = \frac{\delta - 1}{2} \approx \frac{\delta}{2} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ МВ} \rightarrow \omega_c = 30$$

$$\Gamma_{\perp} = \frac{c}{\omega_c} = \frac{3 \cdot 10^8}{30} \approx 10^7 \approx L \rightarrow \text{поле нельзя считать адиабатическим.}$$

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}_{\perp}; \quad \vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \vec{v}_{\perp}$$

Усреднение по периоду гир. движения:

$$\vec{R} = \frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^{t+T_0} \vec{r} dt \rightarrow \text{усредняем по "быстрой" времени (пер. в т.к.)}$$

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^{t+T_0} \vec{v} dt$$

$\vec{R}, \frac{d\vec{R}}{dt}, |\vec{r}_{\perp}|, |\vec{v}_{\perp}|$ - медленно в-е времени (мало изменяются на T_0), а $\vec{r}_{\perp}, \vec{v}_{\perp}$ - быстрые в-е времени

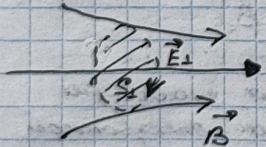
Можно доказать, что в адиабат. поле сохраняется величина, называемая адиабатическим инвариантом.

для эл-го поля инвариант тоже сохраняется

$$J_{\perp} = \frac{p_{\perp}^2}{B} = \text{const}$$

Здесь, $p_{\perp} = m v_{\perp}$ - перпендикулярный импульс, m - перелат. масса, $v_{\perp}$ - вращающ. с-сть.

Пусть $\vec{E}$ входит в соходящееся магнитное поле. В его соотв. с.о. он увидит перпендикулярное магнитное поле.



$\frac{dB}{dt} \neq 0 \rightarrow$ возникает вихревое электрическое поле.

Уравнения Максвелла для полей:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{СИ})$$

$$\oint_{S_1} \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{v} = - \int_{S_1} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{v} \rightarrow \text{теорема Стокса}$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{S_1} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{v} \rightarrow 2\pi r_{\perp} E_{\phi} = - \frac{\partial B}{\partial t} \pi r_{\perp}^2$$

$$\left\{ E_{\phi} = - \frac{r_{\perp}}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \right\}$$

Поле квазистационарное $\rightarrow$ слабо изменяется на $L \rightarrow E_{\phi} = \text{const}$

" $\left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_{\perp} = \text{const}$ (т.к. $\Gamma_{\perp} \frac{\partial E}{\partial t} \ll E$; $\Gamma_{\perp} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right) \ll B$)

$\Rightarrow$ Э-е движется по азимуту:

$$\frac{d}{dt} m v_{\perp} = - \tilde{e}_0 E_{\phi} = \tilde{e}_0 \frac{r_{\perp}}{2} \frac{\partial B}{\partial t}$$

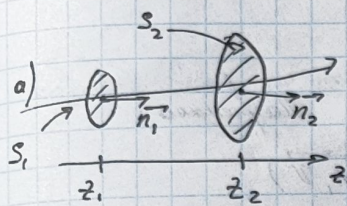
Радиус вращения $\rightarrow$ через поперечный импульс.

$$r_{\perp} = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} = \frac{v_{\perp}}{\frac{eB}{m}} = \frac{mv_{\perp}}{eB} = \frac{p_{\perp}}{eB}$$

$$\Rightarrow \frac{dp_{\perp}}{dt} = \frac{eB}{2} \frac{v_{\perp}}{r_{\perp}} \Rightarrow 2 \frac{p_{\perp}}{r_{\perp}} = \frac{v_{\perp}}{r_{\perp}} \Rightarrow \ln(r_{\perp}^2) = \ln B + \ln C.$$

$$\Rightarrow J_{\perp} = \frac{p_{\perp}^2}{B} = \text{const}, \text{ т.е. } \nabla J_{\perp} = 0$$

Если знаем $J_{\perp}$, то $\rightarrow$ знаем физич. полное отталкивание по окр-ти. Для безупречного движения всё решается аналитически.



В S_1 - знаем всё: v_1, r_1 . Хотим узнать, что будет в S_2 .

Из окр. орбитальной инвариантности:

$$J_{\perp} = \frac{v_{\perp 1}^2}{B_1} = \frac{v_{\perp 2}^2}{B_2} \Rightarrow v_{\perp 2} = v_{\perp 1} \sqrt{\frac{B_2}{B_1}}$$

Радиус вращения: $r_{\perp 2} = \frac{v_{\perp 2}}{\omega_{c2}} = \frac{v_{\perp 2}}{eB_2} \rightarrow$ физическое отталкивание аналитически.

б) Движение вращающегося центра: $\frac{dR}{dt} = ?$

* Пусть $v \ll c$ (нерелятив. движение), т.е. $\frac{v}{c} \ll 1$ и $v_{\perp} = \frac{E}{B} \ll v_1$.
Если применить метод усреднения, то получим выражение:

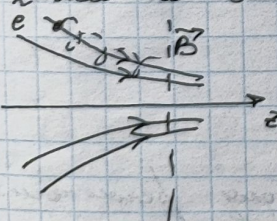
$$\left\{ \frac{dR}{dt} = \underbrace{v_{\parallel} \frac{B}{B}}_{I} + \underbrace{\frac{[E, B]}{B^2}}_{II} - \underbrace{\frac{v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2}{2\gamma B^3} [B, \text{grad} B]}_{III} \right\} \text{ где } \text{grad} B \text{ в 3-х направлениях}$$

- i) Описывает движение вдоль линии. сферой Ланжю
- ii) Движение в перпендикулярных плоскостях $\rightarrow$ дрейф $\perp E$ и B
- iii) Усредненный дрейф $\perp B$ и ∇B .

Скорость вращения: $v_{\perp} = \sqrt{J_{\perp} B}$

Из ЗCU: $v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 = 2\eta u \Rightarrow v_{\parallel} = \sqrt{2\eta u - v_{\perp}^2} = \sqrt{2\eta u - J_{\perp} B}$

Может ли $\tilde{e}$ войти в область безл. сильного магн. поля? Нет!



Если $B \uparrow$ то из $J_{\perp} = \text{const} \Rightarrow v_{\perp} \uparrow$ и если $B \rightarrow \infty$, то и $v_{\perp} \rightarrow \infty$, но $v_{\perp} \text{ г.д. } < c$.

$\Rightarrow$ в какой-то момент кинетическая энергия $\rightarrow$ рост кинетической $v = v_{\text{полн}} = v_{\perp} \Rightarrow$ будет только вращение, но из-за кинетической $E_{\text{кин}}$ магн. поля кинетическая начнет двигаться в ∇B -ой направлении $\rightarrow$ магнитное зеркало (просто для вращения)

Уравнение Лагранжа для движения заряженной частицы в поле.

$L(q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$ - ф-я Лагранжа

обобщенные координаты и скорости: $\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$

Движение системы описывается ур-ем Лагранжа:

$$\frac{1}{\hbar} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad - \text{световая оптика ур-ий описыв. движение нашей системы.}$$

$$n=3: \frac{1}{\hbar} \left(\vec{e}_1 \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} + \vec{e}_2 \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} + \vec{e}_3 \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right) - \left(\vec{e}_1 \frac{\partial L}{\partial q_1} + \vec{e}_2 \frac{\partial L}{\partial q_2} + \vec{e}_3 \frac{\partial L}{\partial q_3} \right) = 0$$

$\nabla_{\vec{v}} L = \vec{P}$ - обобщ. импульс $\nabla_{\vec{q}} L = \vec{F}$ - обобщ. сила

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = P_i \sim \text{обобщ. имп.}; \quad F_i = \frac{\partial L}{\partial q_i} \sim \text{обобщ. сила}$$

Свернули: $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$ ~ ур-е Ньютона!

В сферич. или эллипс. сист. к. используется ф-та Лагранжа:
для электрона:

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + e_0 U - e_0 (\vec{A}, \vec{v})$$

где $\vec{v} = \text{rot } \vec{A}$.

Зам. Показано, что при преобразовании ф-ты Лагранжа в ур-е Лагр. имеет вид:

$$\frac{1}{\hbar} m \vec{v} = -\vec{e}_0 \vec{E} - \vec{e}_0 [\vec{v}, \vec{B}]$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{E} - \nabla U$$

Формула для обобщенного импульса:

$$\vec{P} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \frac{\partial L}{\partial v} \frac{\vec{v}}{v} = \frac{-mc^2}{2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \left(1 - \frac{2v^2}{c^2} \right) \cdot \frac{\vec{v}}{v} - e_0 \vec{A} =$$

$$= \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - e_0 \vec{A} = \vec{p} - e_0 \vec{A}$$

з/упрощение

Ф-та для ф-ты Лагранжа:

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + e_0 U - e_0 (\vec{A}, \vec{v}) = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} +$$

$$+ e_0 U - e_0 (\vec{A}, \vec{v}) =$$

$$= \frac{m_0 c^2 \frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - (m_0 c^2 - e_0 U) - e_0 (\vec{A}, \vec{v}) \quad \oplus$$

W - полная энергия

$$\oplus (m \vec{v}, \vec{v}) - e_0 (\vec{A}, \vec{v}) - W = (\vec{p}, \vec{v}) - e_0 (\vec{A}, \vec{v}) - W$$

$$\Rightarrow \boxed{L = (\vec{p} - e_0 \vec{A}, \vec{v}) - W = (\vec{P}, \vec{v}) - W} \sim \text{для релятивист. движения}$$

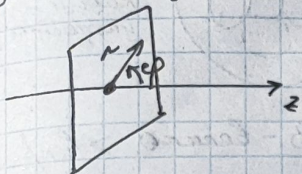
Нерелятивистское движение ($v \ll c$):

$$\vec{p} = m_0 \vec{v}; \quad \vec{P} = m_0 \vec{v} - e_0 \vec{A}; \quad W = \frac{m_0 v^2}{2} - e_0 U$$

$$\Rightarrow \boxed{L = (m_0 \vec{v} - e_0 \vec{A}, \vec{v}) - \left(\frac{m_0 v^2}{2} - e_0 U \right) = \frac{m_0 v^2}{2} + e_0 U - e_0 (\vec{A}, \vec{v})}$$

~ для нерелятив. движения.

Теорема Бунца.
 Пусть есть аксиально-симметричная система зарядов. Хотим
 найти азимутальную с-ть $\vec{E}$: $\dot{\varphi}$ -?



$$\frac{v}{c} \ll 1; \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0; \quad \dot{\varphi} - ?$$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \dot{r}$$

$$v_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt} = r \dot{\varphi}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2$$

Представим в ф-но Лагранжа:

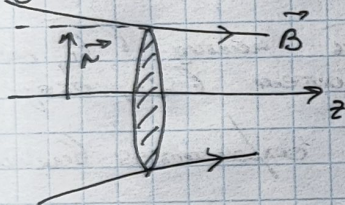
$$L = \frac{m_0 v^2}{2} + e_0 U - e_0 (\vec{A}, \vec{v}) = \frac{m_0}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2) + e_0 U - e_0 (A_r \dot{r} + A_\varphi r \dot{\varphi} + A_z \dot{z})$$

L не зависит от $\varphi \rightarrow \varphi$ циклическая координата.

$\Rightarrow$ ф-е Лагранжа: $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = p_\varphi = \text{const.}$ — интеграл движения.

Дифф-я ф-но Лагранжа: $p_\varphi = m_0 r^2 \dot{\varphi} - e_0 r A_\varphi = \text{const}$

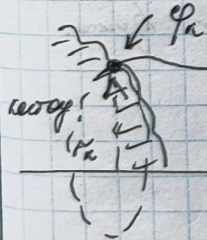
Удобнее с A_φ : поток через окружность:



$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint_L \vec{A} \cdot d\vec{l} = A_\varphi \oint d\varphi = A_\varphi 2\pi r$$

$$r A_\varphi = \frac{\Phi}{2\pi}$$

Пусть есть контур произвольной формы: заряды из r_k с азимут. с-ть $\dot{\varphi}_k \rightarrow$ в поле $\vec{E}, \vec{r}$.



$$p_\varphi = \text{const} = m_0 r_k^2 \dot{\varphi}_k - e_0 \frac{\Phi}{2\pi} = m_0 r_k^2 \dot{\varphi}_k - e_0 \frac{\Phi}{2\pi}$$

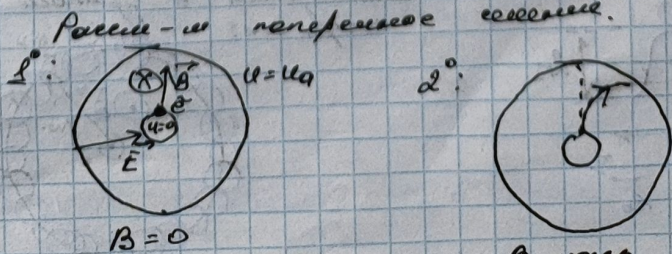
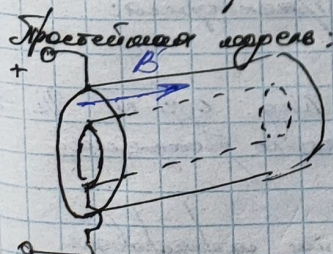
$$\Rightarrow \dot{\varphi} = \frac{r_k^2}{r^2} \dot{\varphi}_k + \frac{\eta(\varphi - \varphi_k)}{2\pi r^2}$$

Обычно $\dot{\varphi}_k = 0$:

$$\dot{\varphi} = \frac{\eta(\varphi - \varphi_k)}{2\pi r^2}$$

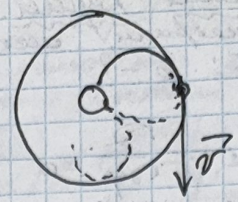
~ теорема Бунца

Кривизенский режим / работы / магнетрона.



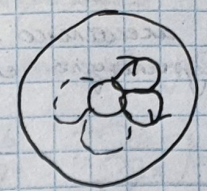
2° - доф. рел. } резонанс
 3° - крив. рел. } работа
 4° - закр. рел. } магнетрон.

3°:



$B \uparrow = B_{кр}$

4°:



квант-униформа

$B - \text{велич.} \geq B_{кр.}$

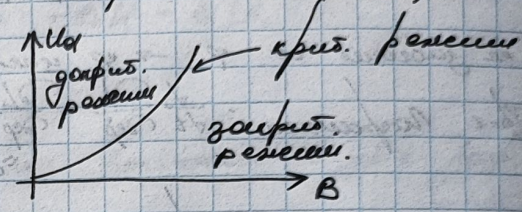
критический резонанс: $\gamma_{кр} = \gamma_a \varphi = \sqrt{2\eta U_a}$

из теоремы Бунца: $\frac{d\varphi}{dt} = \varphi = \frac{2(\gamma - \gamma_{кр})}{2\omega \tau^2}$ - зависит от-ла. катод.

$\gamma = \pi m^2 B$; $\gamma_{кр} = \pi \tau_{кр}^2 B$

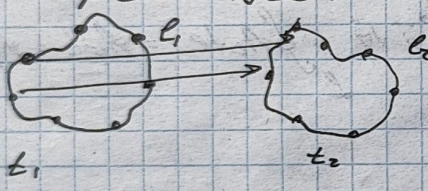
$\Rightarrow \varphi = \frac{\gamma B}{a} \left(1 - \frac{\tau_{кр}^2}{\tau_a^2}\right)$

$\Rightarrow U_a = \frac{\gamma B^2 \tau_a^2}{8} \left(1 - \frac{\tau_{кр}^2}{\tau_a^2}\right)^2$
 ↳ параболы.



26.09.23г.

Инварианты Ландауэра - для рел-ва.



Если нек. ансамбль частиц в t_1 , или на контуре L_1 , затем в t_2 , окаж. на контуре L_2 .
 При таком движении сохраняется величина

$\oint \vec{r} \cdot \vec{E} = \text{const.}$

и "абсолют. инвариант."

дот. и * Задания: Пользуясь инв. Ландауэра вывести рел. теорему Бунца.

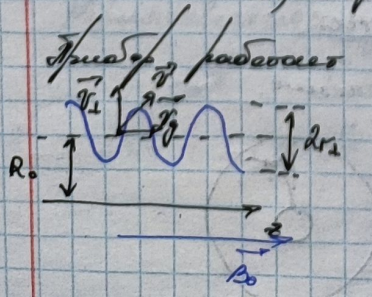
$\dot{\varphi} = \frac{e_0}{2\omega \tau^2 m} (\gamma - \gamma_{кр})$

Магнетронно-инжекционная трубка - сп. установки для икрафона

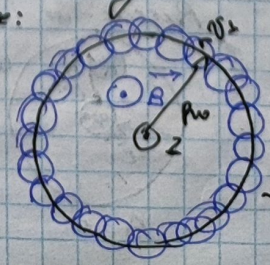
Гиротрон - лин. и куб. лин. диал. длин волн.

Магнетрон: 1 Вт - 10 кВт

Обл. применения: 1) СВЧ нагрев плазмы для терм. синтеза; 2) МВ; 3) тепловыделение икрафона (20-30 - 20-30 кВт для естествен. нагрева); 4) спектроскопия. ($\gamma \approx \tau \tau_{кр}$) - величина частота ~ 10 кГц Вт.

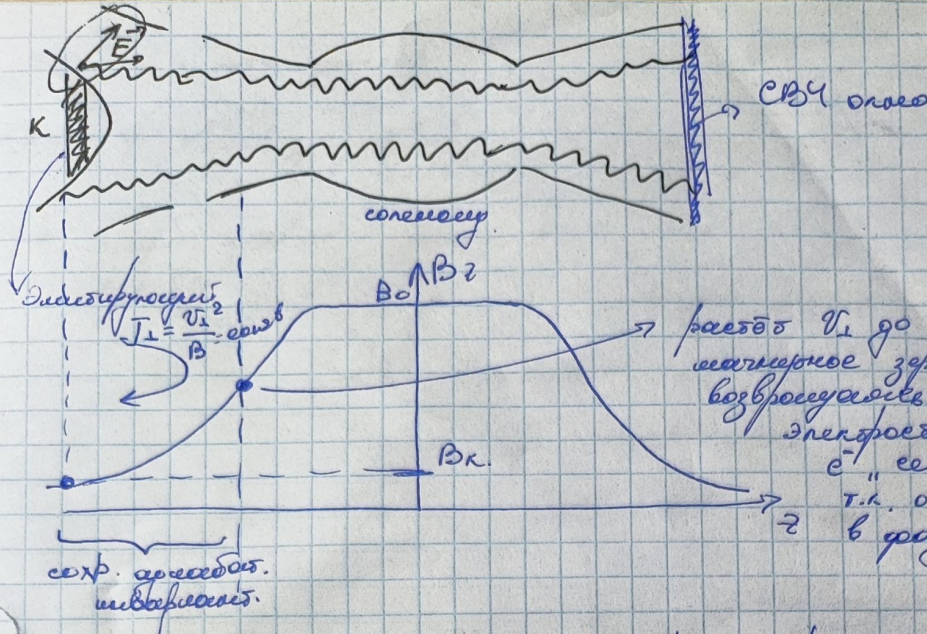


Прибор работает с винтовой лин. в трубе: 3/4 волновой: попер. сеч:



Кад. сур-ств $\tau_{кр} \rightarrow$ эк-но безразлична.

Хотим сформировать такой пучок



растет V_1 до V_k . $\rightarrow$ возникает магнитное зеркало $\rightarrow$ электроны, возвращаясь, попадают уже в электровакуум. зеркало $\bar{e}$ "селе" на которое не попадает, т.к. он должен попасть на К в фазе.

Для пар электронов $\rightarrow$ есть V_2 . В резонатор $\bar{e}$ попадает с большой кин-энергией (обычно мал 0,5-0,7). Попадая в резонатор, электроны отдают часть своей кинетической энергии. Энергия выводится через СВЧ-окно.

$\Rightarrow \bar{e}$ попадает между двумя зеркалами и воз. с частотой ~ 10 МГц. $\sim$ резонанс. частоте. В чек. фазе $\bar{e}$ будет забирать энергию $\rightarrow$ может преодолеть барьер и попасть на катод с кин. эк-но $\rightarrow$ К фазовая, $\bar{e}$ всё больше $\rightarrow$ возникает неустойчивость пучка (вторичная $\bar{e}$ -эмиссия, новые $\bar{e}$ тоже забв. $\rightarrow$ ток растет экспоненциально $\Rightarrow$ пуч-фазатор может стать очень большим.

$\bar{e}$ - отриц. заряд. $\Rightarrow$ величина U между $\bar{e}$ и рез. По Гауссу
$$\Delta U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon V_{II}^2 \ln R_0 \rightarrow \infty \text{ при } g \rightarrow \infty$$

резонатор g или большой пуч-фазатор g . $\rightarrow$ в резонаторе отдают часть кин. энергии и выводят в ускорит. колонну. Эта энергия выводится в СВЧ-окно.

Обычно: $g \sim 1,5 - 1,7$ Почему?

Скорость электронов $g \rightarrow \infty$ ~~или другая причина~~ Разное по фазам. скорости g электронов $\rightarrow$ большой

Растет V_1 до V_k . $\rightarrow$ возникает магнитное зеркало, формируя столбик $\bar{e}$ др. $\bar{e}$

Возник. вторичная электр. эмиссия $\rightarrow \bar{e}$ вылет. с металла

ан. 3 п.х.с.

на экране

$\eta = \frac{v_z}{v_{th}}$ - коэффициент.

Колл. с-сб: $v_z = \frac{qV}{\sqrt{1+q^2}}; v_{th} = \frac{v}{\sqrt{1+q^2}}$

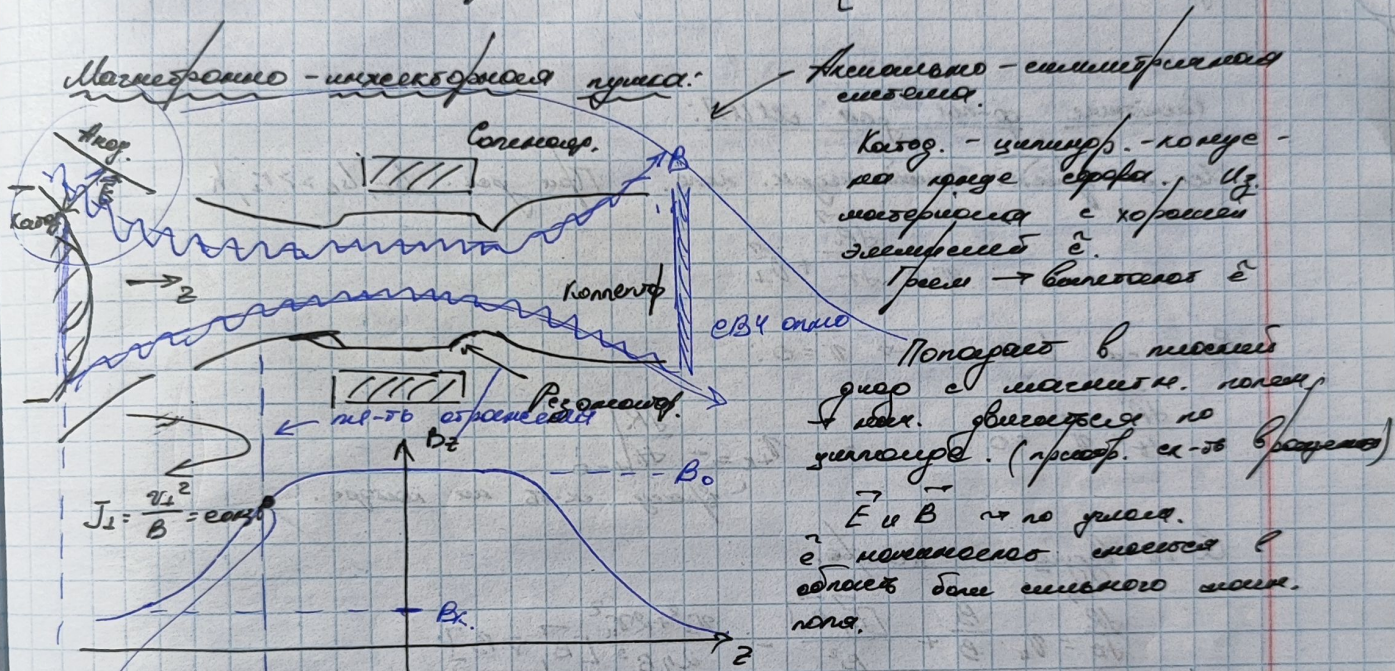
Для колл. электр. потока в пучке

$\frac{v_z^2}{v^2} \approx \frac{W_z}{W} = \eta^2 = \frac{q^2}{1+q^2} \sim \text{доля тепловой энергии}$

КПА преобразов. м.б. вычислен:

$\eta = \eta_{th} t_1$ η_{th} - теоретический КПД.

КПА не может превышать 0,8. $\sim \eta_{th, max}$



Здесь пучок слабоинжекционный. $\rightarrow v_z \uparrow \rightarrow$ попадает в резонатор и пучок движется по цилиндру. $\rightarrow$ в резонаторе выделяется энергия пучка и выходит в цилиндрический коллектор. Эта энергия выводится в СВЧ окно.

Обычно: $q \approx 1,5 - 1,8$ Почему?

Продолжим, хотим $q \rightarrow \infty$ - это означает, что пучок поворачивается, скорость q катодов - большой.

Работает v_z до v_{th} - возникнет магнитное зеркало, формируя спонтанно $\sim q^2 E$.

Возник. возбужденный электр. эмиссия $\rightarrow E$ вырывается с металла.

Поток входит в резонатор → потенциал между сегментами резонатора
 2) В обл. резонатора потенциал φ_0 : $\Delta U = (\omega \epsilon_0 R_0 V_0) \ln \frac{R_p}{R_0}$

$\bar{I}$ - ток проема, R_p - радиус резонатора.
 Очевидно, что при $\omega \rightarrow \infty$, $V_0 \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta U \rightarrow 0$ и можно
 показать, что при этом становится нулевым.

3) Эл-ны должны вращаться (создать свою эл-но э/м поле) $\Rightarrow$
 нужна поперечная сила вблизи оси z.

Решение ф-лы для МПП:

Исп-е предп. слабого магн. поле. При усл. $\epsilon_E, \epsilon_B \gg r_L, h$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \vec{v}_\perp$$

Рассм-м $t=0 \Rightarrow \vec{v} = 0$

$$\frac{d\vec{R}}{dt} + \vec{v}_\perp = 0 \Rightarrow \vec{v}_\perp = - \frac{d\vec{R}}{dt} = 0$$

вращ. к-ть на катод.

К-ть вертешного центра:

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{v}_\perp \frac{\vec{B}}{B} + \frac{[\vec{E}, \vec{B}]}{B^2} = \frac{v_\perp^2 + 2v_\parallel^2}{2\gamma B^3} [\vec{B}, \nabla B]$$

на веру де скар. $\gg$ 3-е скар.

$$\Rightarrow \vec{v}_\perp = - \frac{d\vec{R}}{dt} \approx - \frac{[\vec{E}_k, \vec{B}_k]}{B_k^2}$$

Криволинейная скорость

Мгновенная вращ. к-ть на катод:

$$v_{\perp k} = \frac{E_k \cos \varphi}{B_k}$$

Полное ур-ние $\Rightarrow$ косер к-т.

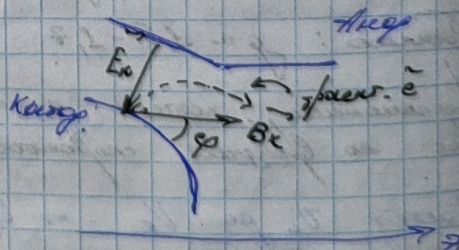
$$\Rightarrow v_{\perp k} = \frac{E_k}{B_k}$$

Ур-е сохранения инварианта:

$$\frac{v_{\perp k}^2}{B_k} = \frac{v_{\perp 0}^2}{B_0} \quad \text{"о" - в рабочем ф-е.}$$

$$\Rightarrow v_{\perp 0} = v_{\perp k} \sqrt{\frac{B_0}{B_k}} = \frac{E_k}{B_k} \sqrt{\frac{B_0}{B_k}}$$

Вблизи катода - компрессия: $\alpha = \frac{B_0}{B_k}$



$$V_{\perp 0} = \frac{E_k}{B_0} \propto \alpha^{3/2}$$

Полн. кинетической энергии электрона, с учетом ЗСЭ:

$$t_1 = \frac{V_{\perp 0}^2}{v^2} = \frac{V_{\perp 0}^2}{2\gamma U_0} = \frac{E_k^2}{B_0^2} \cdot \frac{\alpha^3}{2\gamma U_0}$$

Будем считать все раз. соизмерим:

$$\left\{ \alpha = 1,52 \frac{t_1^{1/3} U_0^{1/3} B_0^{2/3}}{E_k^{1/3}} \right\} \left\{ \begin{array}{l} U_0 [\text{кВ}] \\ B_0 [\text{кГс}] \\ E_k [\frac{\text{кВ}}{\text{мм}}] \end{array} \right.$$

$$t_1 \sim 0,5 - 0,7 \xrightarrow{t_1^{1/3}} \text{const}$$

U_0 — знамен.

B_0 — знамен. из условия резонанса.

E_k — можно менять

$E_k \sim 1-10 \text{ ммкВ}$

— только так

$\times 10 \text{ ммкВ}$ — т.к. вакуум не позволяет →
т.к. можно приближаться → можно
произвести пробой → катод помнется.

$\times 10$ — не удовлетворяет условиям для
пространственного заряда (в фибр.
электрон. пучке).

Если поле электрона $E_k \sim$ поля пучка. →
нужно учитывать эффекты с пучком.
полюс.

Найдём среднюю величину вектора R_0 электрона в
рабочей з-ве.
Формула за пер. цикл. полого резонанса адант. с.з.

$$\bar{\vec{r}} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \vec{r} dt = 0 \rightarrow \text{в среднем } \vec{0}$$

Радиус электрона:

$$r = R_0 + r_{\perp} \cos(\omega_0 t)$$

как правило: $r_{\perp} \ll R_0$.

Из теоремы Бунша следует, что

$$\dot{\varphi} = \frac{\omega(\varphi - \varphi_k)}{2\pi f^2} \Rightarrow \varphi = \varphi_k$$

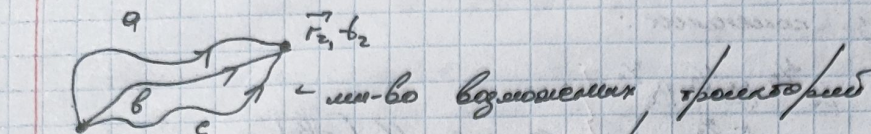
Считаем ток: $\varphi = \omega R_0^2 B_0$ — в раб. з-ве.
В обл. полого резонанса поле, но! $\varphi_k = \omega R_k^2 B_k$

$$\dot{\varphi} = 0 \rightarrow \varphi = \varphi_k \Rightarrow R_0 = \frac{R_k}{\sqrt{\frac{B_0}{B_k}}} = \frac{R_k}{\alpha^{1/2}}$$

Вариационное применение динамики задаваемых криволинейных

1. Принцип Гамильтона.

$$\vec{r}_1 \rightarrow \vec{r}_2 ; t_2 - t_1 = \text{const.}$$



Реализуется та траектория для которой функционал $S = \int_{t_1}^{t_2} L dt$ принимает минимальное значение

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + eU - e_0(\vec{A}, \vec{v})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

2. Функция ускоренного действия.

Если $\vec{u}$ — поле скорости, то с временем зад. — не изм.

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \Rightarrow W = mc^2 - eU = \text{const.}$$

т.е.

$$L = \vec{p} \vec{v} - W \rightarrow \text{уравнение:}$$

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{p} \vec{v} dt - \int_{t_1}^{t_2} W dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{p} \vec{v} dt - \underbrace{W(t_2 - t_1)}_{=\text{const.}}$$

т.е. экстремум действия. как у экстр. ф-ла:

$$S' = \int_{t_1}^{t_2} \vec{p} \vec{v} dt$$

Получим траекторию в лагранжевом виде: $q_i = q_i(t) \rightarrow$ выражено.

3. Принцип Мопертуа.

$$\vec{u} \text{ const: } \vec{v} dt = \vec{v} \vec{e} \Rightarrow S' = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{p} \vec{v} \vec{e}$$

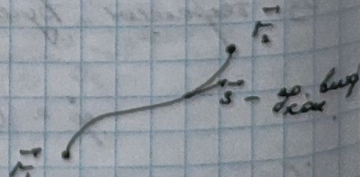
$$\vec{p} = \vec{p} - e\vec{A} \Rightarrow \vec{p} \vec{v} \vec{e} = \vec{p} \vec{v} \vec{e} - e\vec{A} \vec{v} \vec{e}$$

$$\text{т.е.: } \vec{p} \parallel \vec{v} \vec{e}$$

$$\vec{v} \vec{e} = \vec{s} \vec{e}, \text{ где } \vec{s} - \text{единичный вектор}$$

и все представим:

$$\vec{p} \vec{v} \vec{e} = \vec{p} \vec{e} - e\vec{A} \vec{s} \vec{e}$$



Получим:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(mv)^2 = m^2 c^2 - m_0^2 c^2 = \frac{(m_0 c^2)^2}{c^2} - m_0^2 c^2$$

Из ЗЕЭ:

$$W = mc^2 - e_0 U \Rightarrow mc^2 = W + e_0 U$$

$\Rightarrow$ Импульс

$$p = mv = \sqrt{\frac{(W + e_0 U)^2}{c^2} - m_0^2 c^2}$$

Представим в экр. ф-л:

$$\vec{S}' = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left[\sqrt{\frac{(W + e_0 U)^2}{c^2} - m_0^2 c^2} - e_0 \vec{A} \vec{s} \right] d\vec{e}$$

Электронно-оптический экр-т решения.

Рассчитаем изменение импульса:

$$\begin{aligned} \frac{U}{c} \ll 1 \Rightarrow W = mc^2 - e_0 U &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - e_0 U = m_0 c^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) - e_0 U = \\ &= m_0 c^2 + m_0 \frac{v^2}{2} - e_0 U = \text{const.} \end{aligned}$$

На катоде:

$$W = m_0 c^2 + m_0 \frac{v_k^2}{2} - e_0 \cdot 0 = m_0 c^2 + e_0 U_0$$

Введем экр-ый тепловой потенциал:

$$m_0 \frac{v_k^2}{2} = e_0 U_0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p &= \sqrt{\frac{(W + e_0 U)^2}{c^2} - m_0^2 c^2} = \sqrt{\frac{(m_0 c^2 + e_0 (U + U_0))^2}{c^2} - m_0^2 c^2} = \\ &= \sqrt{m_0^2 c^2 + 2e_0 m_0 (U + U_0) + \frac{e_0^2 (U + U_0)^2}{c^2} - m_0^2 c^2} = \sqrt{2m_0 e_0 (U + U_0) \cdot \left[1 + \frac{e_0 (U + U_0)}{2m_0 c^2} \right]} = \\ &= \sqrt{2m_0 e_0 (U + U_0)} \end{aligned}$$

т.к.

$$\frac{e_0 (U + U_0)}{2m_0 c^2} \ll 1$$

т.к. пренебреж. мал

Представим в функции:

$$\vec{S}' = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left[\sqrt{2m_0 e_0 (U + U_0)} - e_0 \vec{A} \vec{s} \right] d\vec{e} = \sqrt{2m_0 e_0} \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left[\sqrt{U + U_0} - \sqrt{\frac{U}{2}} (\vec{A}, \vec{s}) \right] d\vec{e}$$

$\Rightarrow$ Интегрально-опт. решение:

$$S_{\text{фо}} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left[\sqrt{U + U_0} - \sqrt{\frac{U}{2}} (\vec{A}, \vec{s}) \right] d\vec{e}$$

Выполним классич. опыт и функцию Ферми:

Есть метал. фдд: $n = n(r)$

кр. Ферми: $S = \int n d\epsilon \rightarrow \min.$

Сравнивая, получим:

$$n = \sqrt{u + u_0} = \sqrt{\frac{1}{2} (\vec{r}, \vec{r})} \sim \text{электро-опт. коэф. преломления}$$

28.09.23. $\Rightarrow$ Заранее о движении электрона в металле и заранее о распр-ии света в неоднородной среде.

Прямо из вида n видно следует:

- 1) Среда будет анизотропной при $\vec{B} \neq 0$ и изотропной при $\vec{B} = 0$.
- 2) В металле электростат. поле ($\vec{A} = 0$) при $u_0 = 0$ зависит только от ρ и m . Если $u_0 \neq 0$, то завис. зав. от ρ .
- 3) В металле электростат. поле при $u_0 = 0 \rightarrow$ при увелич. потенциала во всех точках ϵ раз трансформ. не меняется.

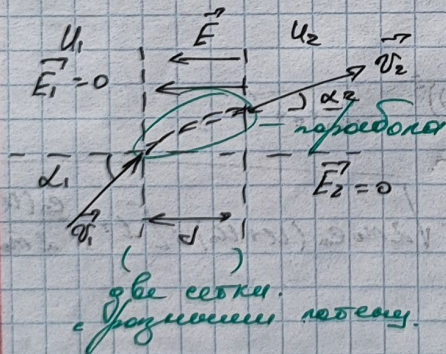
4) Пусть $\vec{A} \neq 0, u_0 = 0$

а) трансформ. будет разным для металлов с разн. $\gamma = \frac{c_0}{c}$.

б) Если завис. u на k , а $\vec{A}$ на $k^{1/2}$ то форма трансформ. не изменится, т.е. если. волн-ая.

$$\frac{u}{v^2} = \text{const} \sim \text{условие подобия.}$$

$\rightarrow$ то трансформ. не изменится.
 $\Rightarrow$ для металлов справ. параболо прил. функции.



Выводим, что поле не искажается между сеток.
внутри сеток $\vec{E}$ растет по параболе.

u_2 зависит от α :

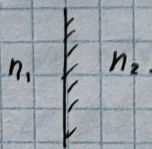
$$u_1 = \sqrt{2\gamma} u_1; \quad u_2 = \sqrt{2\gamma} u_2$$

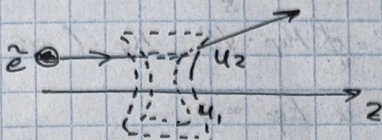
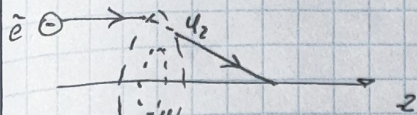
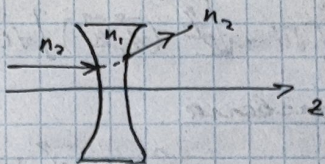
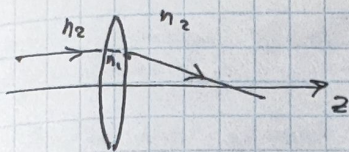
$$E_2 = 0 \Rightarrow u_2 = \text{const} \Rightarrow u_2 \cdot \sin \alpha_1 = u_2 \cdot \sin \alpha_2$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\sqrt{u_2}}{\sqrt{u_1}} = \frac{n_2}{n_1} \leftarrow \text{т.к. поле электростатич.}$$

(по сути 3-й Снеллиуса)

$\Rightarrow$ 2 сетки - аналог границы раздела двух фдд. По аналогии с-ые метал.



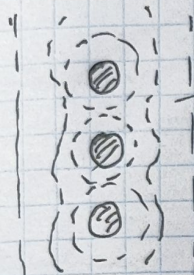


→ Линзы работают
нормо.
Почему?

Собирающая линза.

Рассеивающая линза.

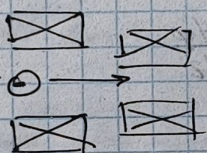
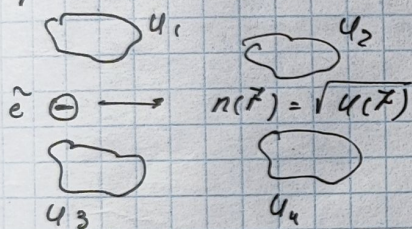
Рассеивающая линза



т.е. получается, что $E_z \neq 0$ Тогда возникает
как нам нужно обеспечить заданный закон
изменения $n(x)$:

$$n = n(\vec{r})$$

Значит берем электроны с нужным распредел. n :



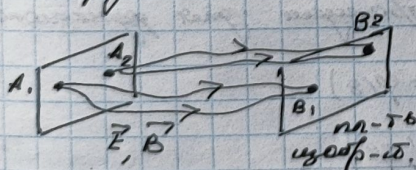
$$n(\vec{r}) = \sqrt{u} - \sqrt{\frac{u}{2}} (\vec{r}, \vec{s})$$

Математическая линза.

Электромагнитная линза.
(нужно располож. в вакууме)

Что нужно получить электромагнитное?

Пл-ть ферритов



- 1) A_1 вылет. луча. и все $\vec{E}$ из A_1 приходят в B_1 → сфокусировка
- 2) св-во подобия, когда образы $A_1, A_2 \sim B_1, B_2$

Диф-ые урав-ия электромагн. полей.

1. Аксиальная симметрия, заряд: $\rho = 0$ и магнитное поле: $H_0 = 0$ (т.е. $U \approx 100$ В, $U \in 91$ В.)

Симметрия в электр. в.к.

2. Сделаем, что луча свободный;

$$\vec{E}_r = 0; \quad \vec{j} = 0$$

свобод. поля = 0, т.е. ток м.т. → мал

$$\Rightarrow S_{40} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} [\sqrt{u} - \sqrt{\frac{1}{2}} (\vec{r}, \vec{s})] d\ell$$

Заменим гр-ю максвелла



$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} = 0 \Rightarrow \int \text{rot}_n \vec{H} dV = 0$$

$$\Rightarrow \oint H_z \cdot d\ell = \oint H_{\varphi} \cdot d\ell = H_{\varphi} \cdot L = 0$$

$$H_{\varphi} = 0 \text{ и } E_{\varphi} = 0$$

$$\Rightarrow \int B_r, B_z \neq 0 \text{ и } E_r, E_z \neq 0$$

Распишем компоненты магнитного поля:

$$B_r = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r A_{\varphi})}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_{\varphi})}{\partial r}$$

"

$$\Rightarrow A_r = A_z = 0 \Rightarrow \vec{A} = (0, A_{\varphi}, 0)$$

$$d\vec{\ell} = (dr, r d\varphi, dz) \text{ - в угл. с.к.}$$

Введем преобразование

$$r' = \frac{dr}{dz}; \quad \varphi' = \frac{d\varphi}{dz}$$

тогда:

$$d\ell = \sqrt{(dr)^2 + (r d\varphi)^2 + (dz)^2} = dz \sqrt{1 + r'^2 + r'^2 \varphi'^2}$$

$$\Rightarrow \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = A_{\varphi} r d\varphi = A_{\varphi} r \varphi' dz$$

Функционал:

$$S_{40} = \int_{z_1}^{z_2} \left(\sqrt{u} \cdot \sqrt{1 + r'^2 + r'^2 \varphi'^2} - \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot r A_{\varphi} \varphi' \right) dz$$

$F \rightarrow$ скалярная экстремальная для функционала

Распишем переменные в виде: $r = r(z), \varphi = \varphi(z)$

$$A_{\varphi} = A_{\varphi}(r, z) \Rightarrow u = u(r, z) \Rightarrow F = F(r, z, r', \varphi')$$

Гр-я Варрона - Остроградского

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi'} \right) - \frac{\partial F}{\partial \varphi} = 0$$

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\partial F}{\partial r'} \right) - \frac{\partial F}{\partial r} = 0$$

φ' - обр-но не $\rightarrow$ функци

Автомат. не обр-но $\rightarrow$ функци

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = 0 \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial \varphi'} = \frac{\sqrt{u} r' \varphi'}{\sqrt{1 + r'^2 + r'^2 \varphi'^2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} r A_{\varphi} = \text{const}$$

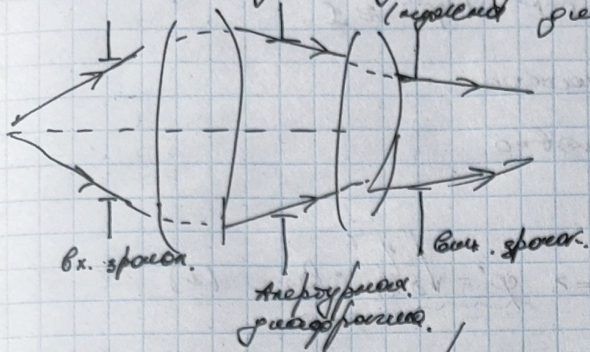
$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\sqrt{u} r'}{\sqrt{1 + r'^2 + r'^2 \varphi'^2}} \right) - \frac{\sqrt{1 + r'^2 + r'^2 \varphi'^2}}{2\sqrt{u}} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\sqrt{u} r \varphi'^2}{\sqrt{1 + r'^2 + r'^2 \varphi'^2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \varphi' \frac{\partial(r A_{\varphi})}{\partial r} = 0$$

Общие соотн, только так можно получить!

электр. гр-я и магнит.

При каких условиях система даёт идеальное и стигматическое изображение?

Величина оптической оси — лучок должен быть дифрагмирован.
(лучок дифрагмирован.)



→ д.е. лучок. д.д. параксиальная — приближена.

Условия: 1) слабое рассеяние от всех элементов
 $\Delta r \ll L_E, L_B$.

2) слабое угловое рассеяние градиентов $\ll$ осев.

Запишем через разложения:

$$1) |u(r, z) - u(0, z)| \ll u(0, z) \Rightarrow u(r, z) \approx u(0, z) = u_2$$

$$|B_z(r, z) - B_z(0, z)| \ll B_z(0, z) \Rightarrow B_z(r, z) \approx B_z(0, z) = B_2$$

$$2) r \ll 1; \quad r \theta' \ll 1.$$

Из асимптотич. след. следует, что такие выражения имеют место для малых r , д.к.

$$E_r(0, z) = 0; \quad B_r(0, z) = 0$$

Найдем радиальную и продольную составляющие эл.-магн. поля

$$E_z = - \frac{\partial u(r, z)}{\partial z} \approx - \frac{\partial u(0, z)}{\partial z} = - \frac{\partial u_2}{\partial z} = - u_2'$$

$$\rho = 0 \Rightarrow \text{div } \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r E_r) + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r E_r) = - E_z' = E_2'(z)$$

Принимем формулу

$$\frac{\partial}{\partial r}(r E_r) = - r E_2'(z) \Rightarrow r E_r = - \frac{r^2}{2} E_2'(z) + F(z)$$

$$E_r = - \frac{r}{2} E_2'(z) + \frac{F(z)}{r} \quad \text{при } r=0 \quad E_r=0 \Rightarrow F \equiv 0$$

$$\Rightarrow E_r = - \frac{r}{2} E_2'(z); \quad \frac{\partial u}{\partial r} = - E_r = \frac{r}{2} E_2'(z) = - \frac{r}{2} u_2''$$

Найдём $r A_\phi$ = ? Из теоремы Бунша:

$$r A_\phi = \frac{u}{2\pi} = \frac{\int B_z(r, z) dS}{2\pi} = \frac{\int B_z(0, z) dS}{2\pi} = \frac{B_2}{2\pi} \int dS = \frac{\pi r^2 B_2}{2\pi}$$

$$r A_\phi = \frac{r^2 B_2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) = r B_z$$

Подставим: и учтем, что

$$r' \ll 1, \quad r\varphi' \ll 1 \quad \Rightarrow \sqrt{1+r'^2 + r^2\varphi'^2} \approx 1$$

Будем считать, что на контуре

$$B_z = 0; \quad \psi_c = 0 \quad \Rightarrow \text{const} = 0$$

Тогда

$$\sqrt{\mu_2} r^2 \varphi' - \sqrt{\frac{\eta}{2}} \cdot \frac{r^2}{2} B_z = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi' = \sqrt{\frac{\eta}{8\mu_2}} \cdot B_z \quad (1)$$

Второе ур-е:

$$\frac{d}{dz} (r' \sqrt{\mu_2}) + \frac{\mu_2''}{4\sqrt{\mu_2}} - \sqrt{\mu_2} r \varphi'^2 + \sqrt{\frac{\eta}{2}} \cdot \varphi' r B_z = 0$$

Подставим из (1) процедура

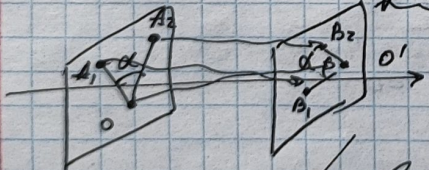
$$\frac{d}{dz} (r' \sqrt{\mu_2}) + \frac{\mu_2''}{4\sqrt{\mu_2}} + \frac{\eta B_z^2 r}{8\sqrt{\mu_2}} = 0 \quad (2)$$

дают тривиальное решение.

Предположения, которые мы используем:

1. Состояние поля
2. Аксиальная симметрия
3. Перегородки
4. Параксиальность
5. Мало поле проф. зазора
6. Магн. поле на контуре = 0
7. Тем. эк-та на контуре = 0

Изобр. св-ва параксиальных
лучей.



Пол-ть, что угол $\rightarrow$ изобр. в угло.

Рассчитаем произвольный луч из A_1 : из 2го ур-я

$$\Delta \varphi = \int_{z_1}^{z_2} \varphi' dz = \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{\frac{\eta}{8\mu_2}} B_z dz \quad \rightarrow \text{угол сохраняется, часто совпадает с } \Delta \varphi$$

Можно показать, что поскольку $\Delta \varphi$ - линейная ф-к. от B_z , то из этого следует св-во паракс. и статичности.

Ур-е паракс. траекторий в электр. поле.

$$B_z = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi' = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \text{const.}$$

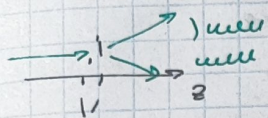
Траектории - плоские. Все св-ва опр-но ур-ем:

$$\frac{d}{dz} (\sqrt{\mu_2} r') + \frac{\mu_2''}{4\sqrt{\mu_2}} = 0 \quad (11)$$

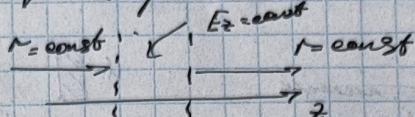
Потенциал должен быть неоднородным? Показали в
результате.

Пусть $E_z = \text{const} \Rightarrow E_z = -U_z' = \text{const} \Rightarrow U_z'' = 0$

$\Rightarrow \frac{d}{dz}(\sqrt{\epsilon} U_z') = 0 \Rightarrow \sqrt{\epsilon} U_z' = \text{const}$ Прямое пока-зв, что
при этом получается



$\Rightarrow$ Будем при паралл. откл. осей.



$z < z_1: r = \text{const} \Rightarrow \sqrt{\epsilon} U_z' = 0$

$z > z_2: \sqrt{\epsilon} U_z' = 0 \Rightarrow r = \text{const}$

Условие существования волны: $|U_z'' \neq 0|$

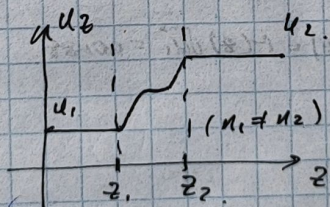
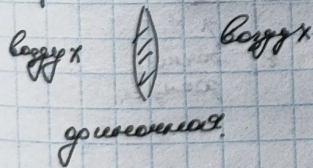
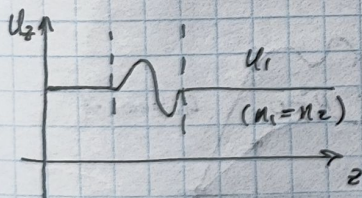
Классификация электронов. волн

Р.А. $\frac{d}{dz}(\sqrt{\epsilon} U_z') + \frac{\epsilon U_z''}{4\sqrt{\epsilon}} = 0$ (II) ~ повед. электр. волн $U_z(z)$
векторы перпендикулярны.

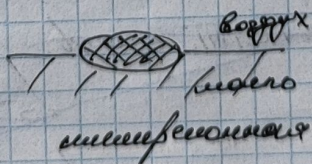
Пусть $U_z'' = 0, U_z' \neq 0, U_z = 0 \Rightarrow$ Вне волны м.д.:

а) $E = 0$
б) $E = \text{const.}$

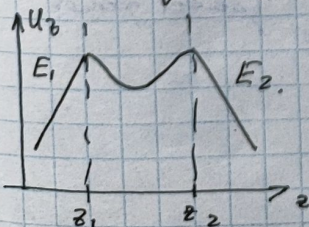
1. Волны с откл. однородного поля



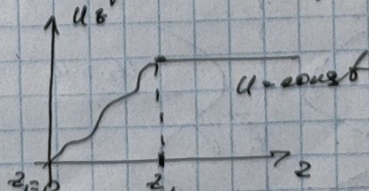
$E = 0$



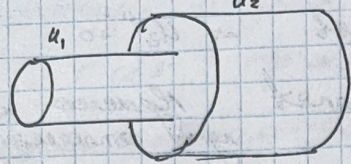
2. Волна - дифракция.



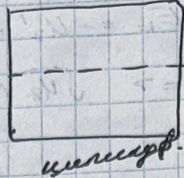
3. Интерференция волн (в фазе
направлено в задан. направлении)



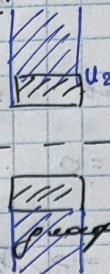
Электростатич. поле линии с о.р.



Цилиндр. поле



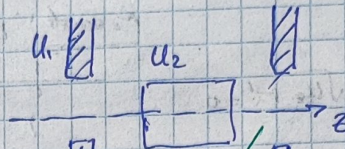
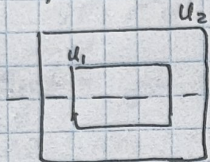
цилиндр.



сферичес.

→ линейное поле

линейное поле



перес. при $\frac{U_2}{U_1} > 10^3$
несуразная цифра

→ линейное поле

→ линейное поле
→ линейное поле
→ линейное поле

Вс. поле с о.р. электростатич. поля - сферичес.

Докажем: формула для парал. пластин

$$\frac{1}{16} (\sqrt{U_2} R')^2 + \frac{1}{4\sqrt{U_2}} = 0 \Rightarrow R(z) = M(z) \sqrt{U_2}$$

$$\frac{1}{16} R'' + \frac{3}{16} \left(\frac{U'}{U} \right)^2 R = 0 \Rightarrow R'' < 0 \quad \text{и } R \text{ - вогнутая вверх}$$

Рассеивание поля и заряды при параллельно о.р. оси

$z < z_1, M(z) = \text{const}$

$U_1 = \text{const} \Rightarrow R(z) = M(z) \sqrt{U_1} = \text{const}$

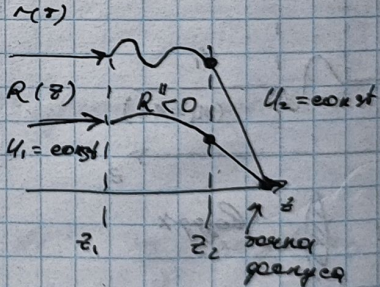
В поле $R'' < 0$

~~$z < z_1, M(z) = \text{const}$~~

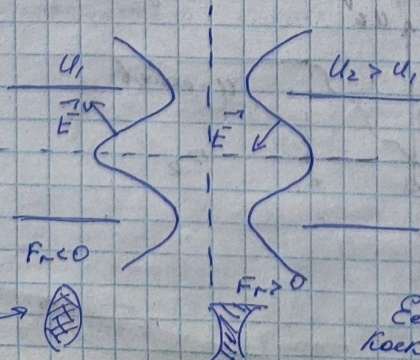
~~$U_1 = \text{const} \Rightarrow R(z) = M(z) \sqrt{U_1} = \text{const}$~~

~~$R'' < 0$~~

$z > z_2 \Rightarrow U_2 = \text{const} \Rightarrow M(z) \text{ убывает}$



Процесс



$$t_1 \sim \frac{1}{\sqrt{2\gamma U_1}}$$

$$t_2 \sim \frac{1}{\sqrt{2\gamma U_2}}$$

$$t_2 > t_1$$

поле

Если поле только из конденсатора
как должно быть $\vec{E}$, чтобы

эта микра стала рассейвающейся?
 Значит автоматическая (экзотика).
 где облучили при фок-ве.
 * соответств. логический вывод.

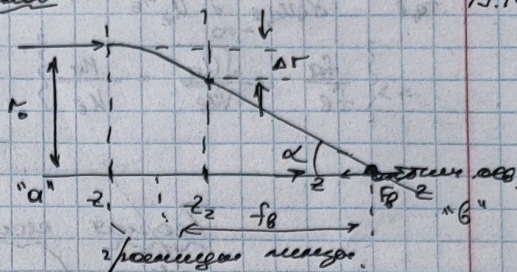
Рассеяние тонкой цилиндрической микры.

19.10.23.

Тонкая микра: $\Delta r \ll r_0$

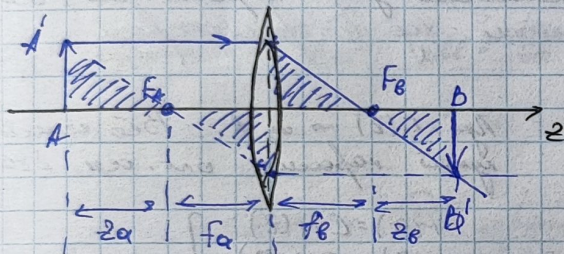
сечение микры.

или $|z_2 - z_1| \ll f_0$ - фокусное расстояние микры $>$ радиуса.



Оцениваем f_0 от z_2 до f_0 - так делаем.

Величины оптик. Как сфокусируется изображение?



Из условия подобия треугольников:

$$\frac{AA'}{f_0} = \frac{BB'}{z_2} ; \frac{AA'}{z_1} = \frac{BB'}{f_0}$$

Величины, по опр-ию:

$$M = \frac{BB'}{AA'} = \frac{z_2}{f_0} = \frac{f_0}{z_1} \Rightarrow z_1 z_2 = f_0^2 \sim \text{связь Ньютона}$$

z_1 знаем. $\rightarrow$ нужно знать фокус.

Применим формулу по области микры и учета, что микра тонкая:

$$\int_{z_1}^{z_2} \left(\sqrt{u_2} \frac{dr}{dz} \right) dz = -\frac{r}{4} \frac{u_2''}{u_2} \Rightarrow \int_{z_1}^{z_2} \left(\sqrt{u_2} \frac{dr}{dz} \right) dz = -\frac{1}{4} \int_{z_1}^{z_2} \frac{r u_2''}{u_2} dz$$

$$\int_{z_1}^{z_2} \left(\sqrt{u_2} \frac{dr}{dz} \right) dz = -\frac{r_0}{4} \int_{z_1}^{z_2} \frac{u_2''}{u_2} dz$$

Связь по формуле преломления,

$$\sqrt{u_2} \frac{dr}{dz} \Big|_{z_1}^{z_2} = -\frac{r_0}{4} \int_{z_1}^{z_2} \frac{u_2''}{u_2} dz$$

$$\frac{dr}{dz} \Big|_{z_2} = -f_0 k, \text{ где } f_0 k \approx \frac{r_0}{f_0}$$

Если связь фокус. $\rightarrow$ для упрощения // опр. акт $\Rightarrow \frac{dr}{dz} \Big|_{z_1} = 0$
 $\Rightarrow$ а дальше это просто f_0

- из рис. 1.

Окончательно:

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{4} \int_{z_1}^{z_2} \frac{u_2''}{u_2} dz, \quad \frac{1}{f_0} = \frac{1}{4} \int_{z_1}^{z_2} \frac{u_2''}{u_2} dz$$

по в.р.р. в.е. изобр.

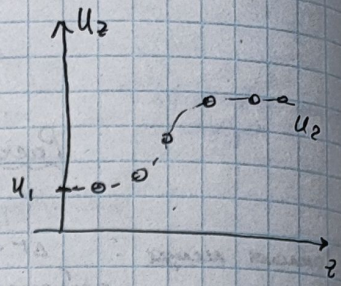
Но! Как правильно рассчитать потенциал анализ можно считать элементарно, а $u_2'' \rightarrow$ будет с двойной

лучи не имеют преобразования. Значит, что все линии поле = 0 $\rightarrow$ расширяет пределы анал. α

$z \notin [z_1, z_2], u_2 = 0 \Rightarrow u_2'|_{z_1, z_2} = 0$

$$\frac{1}{f_{q, \delta}} = \frac{1}{8\sqrt{u_{q, \delta}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u_2'^2}{u_2^{3/2}} dz$$

$\Rightarrow \left\{ \frac{f_a}{f_b} = \frac{\sqrt{u_a}}{\sqrt{u_b}} = \frac{n_a}{n_b} \right\}$ ~ для толстой пленки

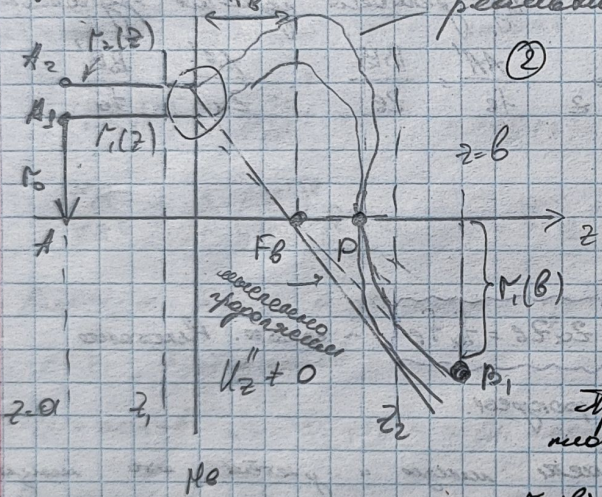


Теория рассеяния дифракционных волн.

Опр. волна считается отраженной внутри пленки поле (лучи сильно отражаются)

$|z_2 - z_1| \sim \tau_b; \Delta r \sim r_0$

Пробь есть волна. Рассеяно семейство лучей паралл. рт. ос. $\rightarrow$ расширяет хор δ -прозрачности



Для $r_1(z) \rightarrow$ из A_1 . Все семейство лучей паралл. ос. α и это:

$$\begin{aligned} r_1(z) &= C_1 r_1(z) \\ r_2(z) &= C_2 r_1(z) \\ r_2'(z) &= C_2 r_1'(z) \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} C_2 &= \frac{A_2}{A_1} \end{aligned} \right\}$$

Применяя это соотношение для произвольных значений z и учитывая

$$\begin{aligned} r_2(b) &= C_2 r_1(b) \\ r_2(a) &= C_2 r_1(a) \\ r_2'(b) &= C_2 r_1'(b) \end{aligned}$$

$\Rightarrow \frac{r_2(b)}{r_2'(b)} = \frac{r_1(b)}{r_1'(b)} \quad \frac{r_2(a)}{r_2'(a)} = \frac{r_1(a)}{r_1'(a)}$

Все обратные изображения точек - дифракционные точки

Фокус - это точка пересечения обратных изображений

Прямые и обратные изображения точек пересекаются в одной и той же главной плоскости (Нв) прямой изображения.

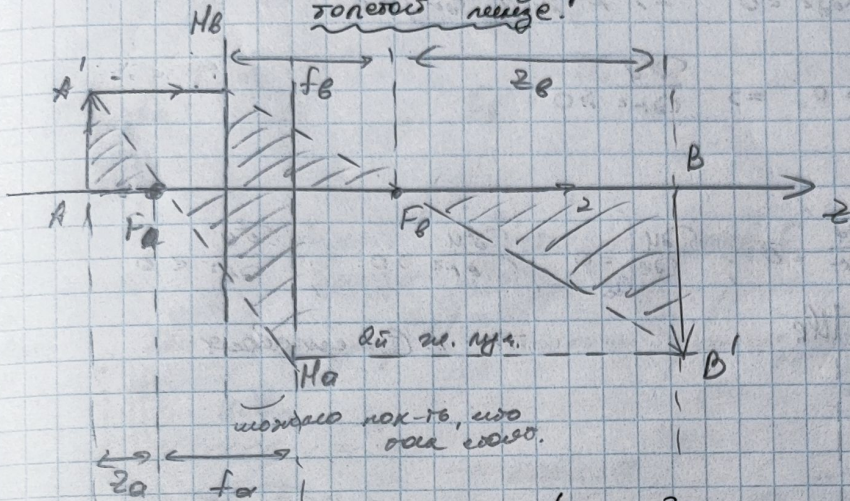
Радиус Френеля - разбег между главной м-пл и фокусом прямой изображения.

$r_1(z)$ - первый главный луч. Аналогичные рассуждения можно провести и из соображений. Второе изображение луча, записанного из п-ва излучения - получились аналогично. Если это все учесть $\rightarrow$ можно легко найти фокус.

Рассчитать раскр-и:

$$f_B = z_{HB} - z_{FB}$$

Построение изобр. в
топосы ниже.



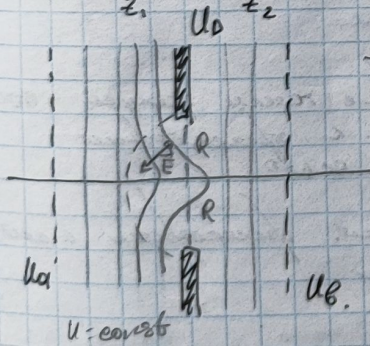
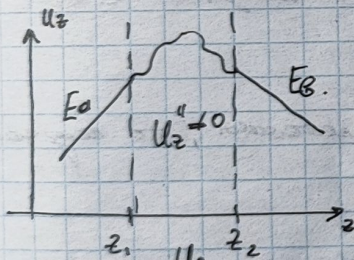
Из подобных тр.: $ll = \frac{f_a}{z_a} = \frac{z_b}{f_b}$

$$z_a z_b = f_a f_b \quad \text{иногда равенство Ньютона}$$

Понятие диафрагмы
и число сред. раскр-е поперечника

возможны случаи:

Пон. D - две сетки, между ними диафрагма.



замещающий диаметр $\rightarrow$ поперечник
и не. сопротивления

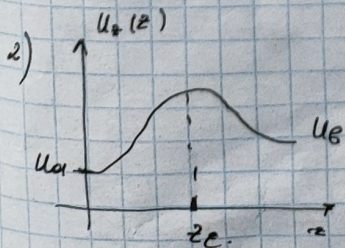
$$1) U_a < U_0 < U_b$$

$$E_a = -\frac{U_0 - U_a}{z_a}; \quad E_b = -\frac{U_b - U_0}{z_b}$$

$$\text{мощность} \sim 2R: |E_a| > |E_b| \Rightarrow F_a > 0$$

и др. условия. $\rightarrow$ величина возмущения $\rightarrow$ зависит
Потенциал рассеивается. $\rightarrow$ больше в обл. более
малого конт.

$\vec{E}$ по нормали к поверхности. $\Rightarrow$ в против. напр. $\rightarrow$ рассеив.



$$U_a < U_0 < U_b$$

по-го финишное поле, где-то
максимум z_e .

В точке максимума:

$$\frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=z_e} = 0 \Rightarrow E_z(0, z_e) = 0$$

$$E_r(0, z) = 0 \Rightarrow E_r(0, z_0) = 0$$

$$z = z_0 - \text{пол. макс} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} < 0 \quad \Rightarrow \Delta u = 0 \quad \text{поприсл. ур-но Лапласа}$$

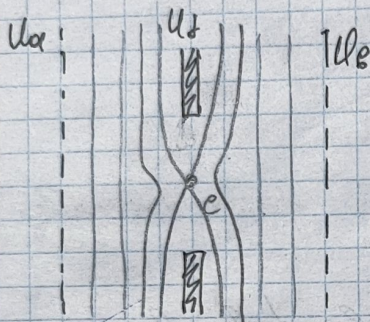
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) > 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} > 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0$$

$$\text{Тогда С: } \frac{\partial u}{\partial r} = 0 ; \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z_0} = 0 ; \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} > 0 ; \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} < 0$$

$\Rightarrow$ т. С - экстремум

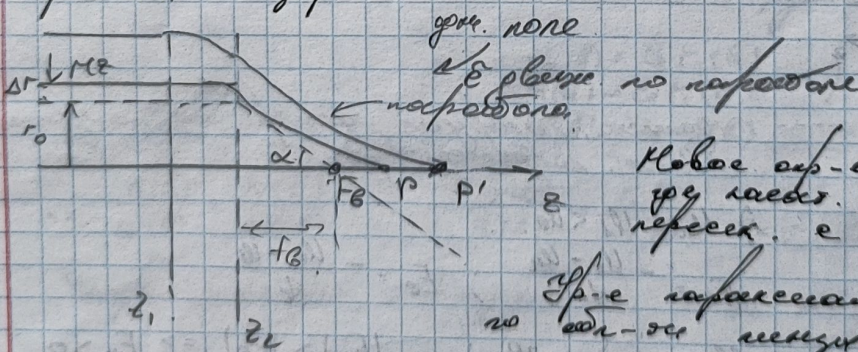


Резкое разделение зон
низкой деформации

Низкая точка - место схождения в вершине линзы

$$\Delta r \ll r_0 ; |z_2 - z_1| \ll f_0$$

Если будем перемещать старое оп-е радиус разогнутой, то получим криволинейное изобр.



Новое оп-е линзы разогнутой - точка пересек. с траекторией

фр-е параксимальной фокусировки и axis

$$\frac{d}{dz} \left(\sqrt{u_2} \frac{dr}{dz} \right) + \frac{r u_2''}{4 \sqrt{u_2}} = 0$$

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{u_2} \frac{dr}{dz} \right) dz = - \int_{z_1}^{z_2} \frac{r u_2''}{4 \sqrt{u_2}} dz$$

Линза плоская, значит $\sqrt{u_2} \approx \sqrt{u_1}$

$$\left. \frac{dr}{dz} \right|_{z_1} = - \frac{r_0}{4} \left. \frac{u_2'}{u_2} \right|_{z_1}$$

$$\left. \frac{dr}{dz} \right|_{z_1} = 0 ; \left. \frac{dr}{dz} \right|_{z_2} = - \frac{r_0}{4} \alpha = - \frac{r_0}{f_0}$$

Подстановка:

$$U_d \left(-\frac{r_0}{f_0} \right) = \frac{r_0}{4} E_z \Big|_{z_1}^{z_2} = \frac{r_0}{4} (E_B - E_A)$$

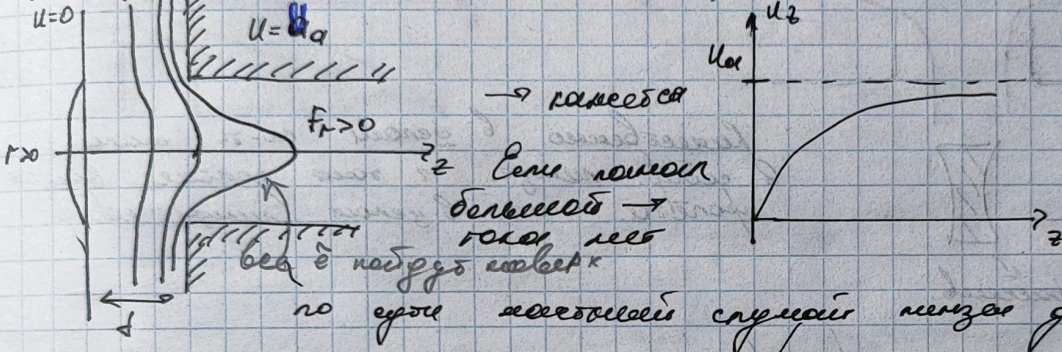
$$\Rightarrow \left\{ f_B = \frac{4U_d}{E_A - E_B} \right\}$$

где $E_A = \frac{U_A - U_d}{d_A}$; $E_B = \frac{U_d - U_B}{d_B}$

$\Rightarrow$ между м.б. содействующей и рассеивающей.

Линное отзеркивание как рассеив.
матрица диаграмм

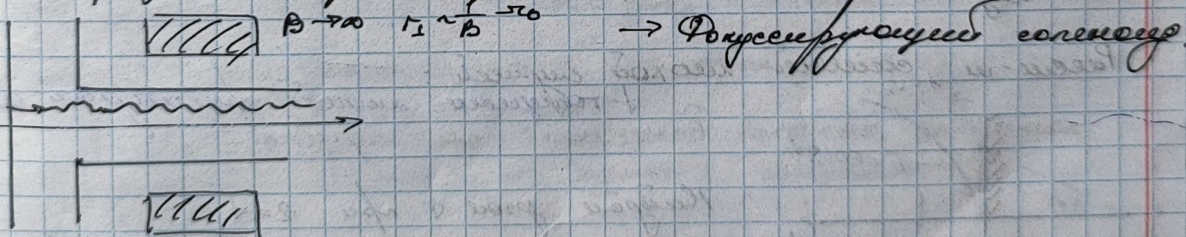
Продолжим ось z с началом трансформации $z=0$.



Из общей ф-лы, получив ф-лу рассеяния. Какой ток добьём до выхода при $L \rightarrow \infty$?

$$f = \frac{4U_d}{-U_A} = -4f \Rightarrow f \rightarrow 0, \text{ всё в фазе с полем}$$

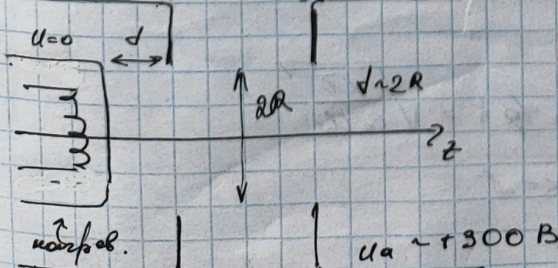
Как предположить проблему? Поставим соленоид.



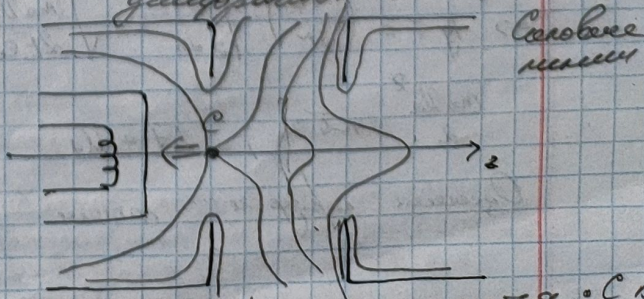
Импульсный обвес

~ м.б., у которой обл. м.б. от-ого лонн лонн. об
какой? Как рассчитать? Аналогично с рассеив. м.б. диаграмм

$U_d < 0$ - м.б. м.б. $U_A > 0$

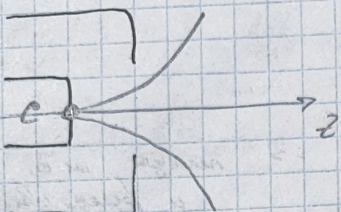
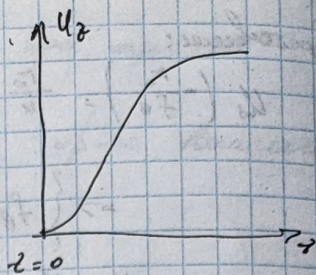


$U_d \sim 10 \text{ В}$ (Формируется электр. м.б. м.б.)



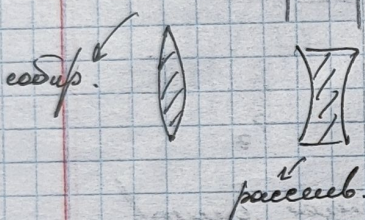
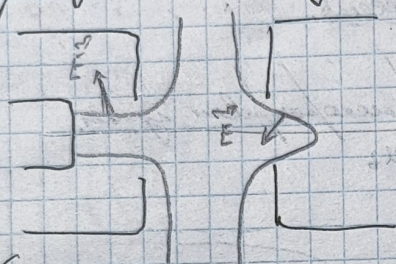
$|U_d|$ уменьшается с C к м.б. м.б. м.б. м.б.

Что если τ, ρ зависят от координат?
 $\tau, \rho, d=0$ — это будет нелинейная
 потенциальная



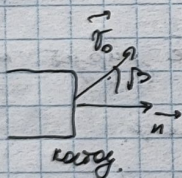
Для дальнейшего упрощения $U_{\text{ли}}$.

$\Rightarrow E$ может ускор. $\rightarrow$ меньше
 $U_{\text{ли}}$ $\rightarrow$ меньше яркость



Качественно в целом ск-ть малая
 в сдвиг. линзе. $\rightarrow$ тогда дольше время
 пролета. $\Rightarrow$ в целом линза собирает.

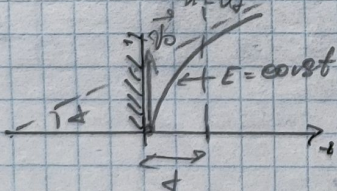
Можно ли при расчёте такой линзы учесть
 параксиальную теорию?



v_0 — тепловая ск-ть, угол и.б. малый!
 центр в лоб не льзет.

Как считать?

Рассеи-и сферич. мейход сущий:
 $\downarrow$ — так же как мейход фрикционной области
 E — потенциал по параксиально.



Найдём прогиб при $z=d$.

$z < d$; $E = \text{const}$.

$$z = \frac{at^2}{2} = \frac{C_0 E t^2}{2m_0} \quad \int \quad z = \frac{C_0 E}{2m_0 v_0^2} t^2$$

$$r = v_0 t = \sqrt{\frac{m_0 v_0^2}{2 E C_0 d}}$$

$$\Rightarrow \lg t = \left(\frac{dz}{dt} \right)^{-1} \Big|_{z=d} = \sqrt{\frac{m_0 v_0^2}{2 E C_0 d}}$$

$$\frac{m_0 v_0^2}{2} = \kappa d \quad ; \quad E d = U_d \quad \rightarrow \quad \lg t = \sqrt{\frac{\kappa d}{C_0 U_d}}$$

Оценим погрешки: хотим $\lg t \ll 1$.

$U_2 \approx 0,1 \text{ В}$, $U_1 \approx 1 \text{ В}$. $\Rightarrow \varphi(\beta) \approx 0,3 \ll 1$.

гипотеза

$\Rightarrow \Delta = \frac{M_{z=1}}{\varphi(\beta)} = 2\beta$ - не зависит от r_0 .

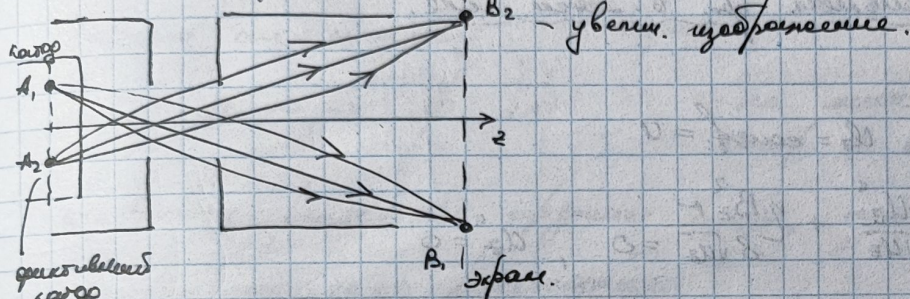
расстояние от м-ти катод до пер. с осью
т.е. для наблюд. катод как бы сдвинуто на расст. Δ
внутри катоды - возникает как бы экранирующий катод.

Интерактивный

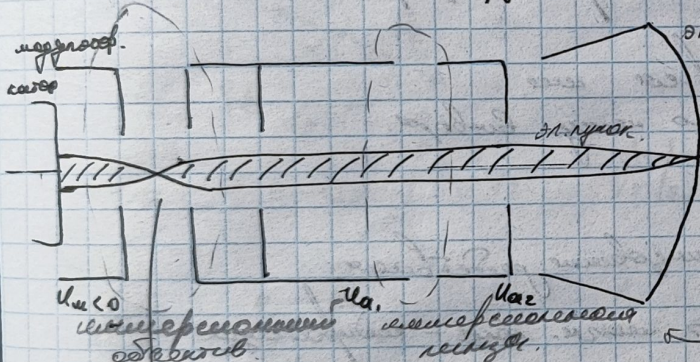
Электронный микроскоп

28.10.23.

На сайте микроскопы по микроскопии и теории дифракц. эл. пучков



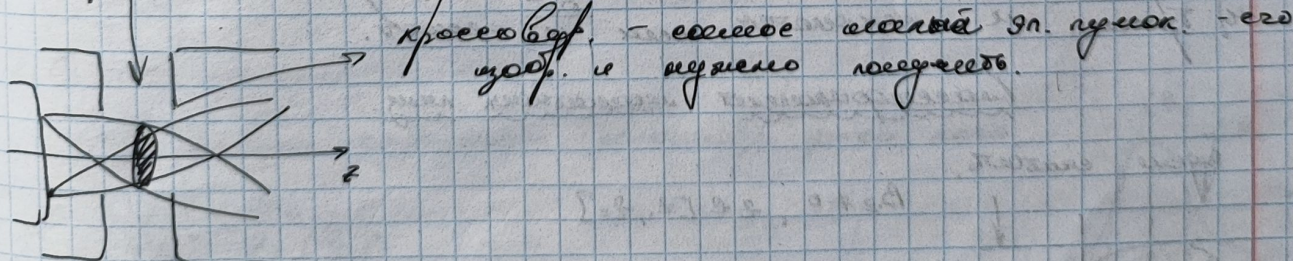
Траектории электронов-прямых
лучей



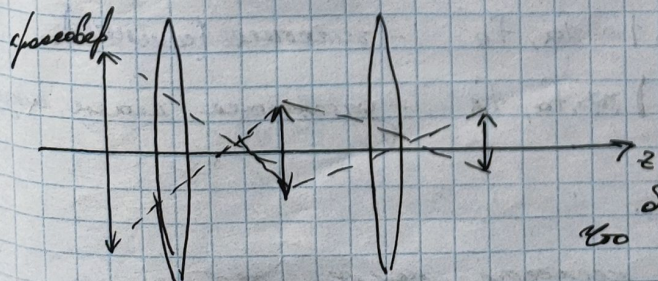
Надо получить миним. разброс пучка на экране.

Потенциалы электродов сдв-т экран, интенсивность на катод меньше ток на экран. $\rightarrow$ меньше фокусир. пучка. здесь в схеме не разброс

Увеличение чего надо получить на экране?



Понятие об электронно-лучевой
технологии



Можно получить с пучка-по пуч. пучок микрон.
Хотим получить именно большую пуч. мощность!
Что не-то для микроволн и т.д.

$$I = 1 \text{ мА} \quad U = 50 \text{ В} \Rightarrow P = 50 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{пл}} = \frac{P}{S} = \frac{50 \text{ Вт}}{3,14 (10^{-4})^2 \text{ см}^2} \approx 10^{10} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$$

Максимальная мощность.

Переходим к электрост. поле:

- 1) Расчет. разделим электрост. поле на вихревое.
- 2) Физическая работа с помощью бесконечной энергии - провод
- 3) Максимальная мощность $\frac{1}{4}$ по сравнению с макс. мощностью.

Зр-е параллельных зр-е в электр. поле.

Общие зр-е:

$$\varphi' = \sqrt{\frac{\gamma}{8\epsilon_0}} B_z \quad ; \quad U_z = \cos \varphi = U$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\epsilon_0} \frac{dr}{dz} \right) + \frac{r U_z''}{4 \epsilon_0} + \frac{\gamma B_z^2 r}{8 \sqrt{\epsilon_0}} = 0, \quad U_z'' = 0$$

Для макс. поля получаем:

$$\varphi' = \sqrt{\frac{\gamma}{8\epsilon_0}} B_z \rightarrow \text{криво поверн. центр}$$

$$\frac{dr}{dz^2} + \frac{\gamma B_z^2 r}{8\epsilon_0} = 0 \rightarrow \text{всё окр-ся м.о.}$$

→ сделаем по нему вывод.

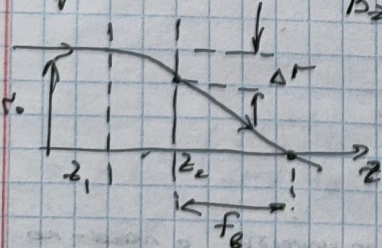
Св-ва электр. поле:

- 1) Любое электр. поле обл. микроволнов. воздействием.
- 2) Вторичн. зр-е $\frac{dr}{dz^2} < 0 \Rightarrow$ макс. поля - сферические
- 3) Выход B_z^2 . Поле св-ва не зависит от знака поля.
- 4) Траект. не меняется если $\frac{B_z^2}{U} = \text{const}$.

Классификация паразитных микр.

будем считать,

$$B_z \neq 0, \quad z \in [z_1, z_2]$$



Классиф. по сдвигу $z_2 - z_1$ к f_b

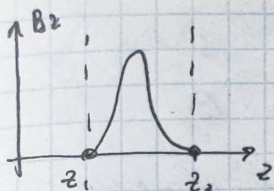
$|z_2 - z_1| \ll f_a, f_b$ - короткое или толстое

$|z_2 - z_1| \sim f_a, f_b$ - толстое (сильное)

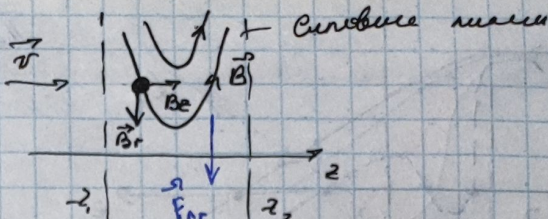
$|z_2 - z_1| \gg f_a, f_b$ - длинное электр. поле

1. Короткое микроволнов. поле.

Во всем - все микроволнов. поле микр.



Комплекс. поле:



Как будет двигаться $\vec{e}$: - прот. вытеснит // осн. осн

$$\vec{B} = \vec{B}_r + \vec{B}_z$$

$$v_z + v_r \rightarrow F_{\text{Лор}} = -\vec{e} [\vec{v}_z, \vec{B}_r] \quad F_{\text{Лор}} - \text{против локтевой сгибания}$$

$\rightarrow$ движение по сф. $\Rightarrow$ возмущ. сила $F_{\text{Лор}} < 0$ - напр. к осн.

Система осн. симметрич. δ . Бунин:

$$\varphi_r = 0 \Rightarrow \ddot{\varphi} = \frac{\eta^2}{25\pi^2} > 0 \quad - \text{не меняется знак} \Rightarrow F_r < 0 \text{ - всё время!}$$

напр. к осн. всё время.

$\ddot{\varphi}$ сначала растет до определенной точки, потом уменьшается.

Найдём фокусное расстояние:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\sqrt{r}}{dz^2} dz = - \int_{-z_1}^{z_2} \frac{B_z^2 r}{8U} dz = \left\{ \begin{array}{l} \text{з.к. миде тонкая} \\ \Delta r \ll r_0 \Rightarrow r \approx r_0 \end{array} \right\}$$

$$\frac{dr}{dz} \Big|_{z_1} = - \frac{\eta r_0}{8U} \int_{z_1}^{z_2} B_z^2 dz, \quad \frac{dr}{dz} \Big|_{z_1} = 0, \quad \frac{dr}{dz} \Big|_{z_2} = - \text{фра.} \rightarrow \text{фра.} = \frac{r_0}{f_0}$$

Тогда:

$$\frac{1}{f_0} = \frac{\eta}{8U} \int_{z_1}^{z_2} B_z^2 dz; \quad \frac{1}{f_0} = \frac{\eta}{8U} \int_{-\infty}^{+\infty} B_z^2 dz$$

фраза переводит к неск. интегралу.

2. Сильные локаторные плазмы.

Как правильно описать локатор. ф-ей поля.

$$B_z = \frac{B_0}{1 + (\frac{z}{a})^2}$$

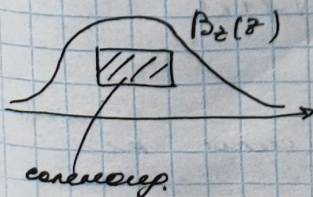
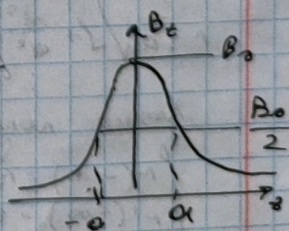
Представим во z_0 ур-е для f_0 :

$$\text{похоже} \quad \frac{1}{f} \sim \frac{B_0^2}{a}$$

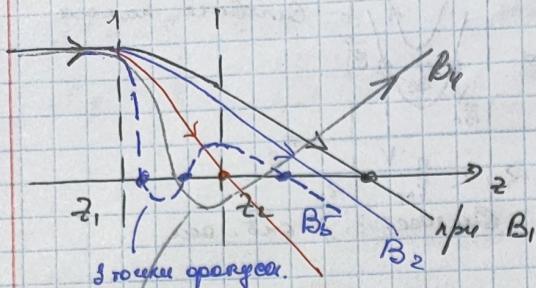
$\Rightarrow$ либо $B_0 \uparrow$, либо $a \downarrow$, чтобы увелич. магнитную силу.

$B_0 \rightarrow \infty \Rightarrow f \rightarrow 0? \quad \frac{1}{f} \rightarrow \infty? \quad \text{Из формул.}$

Рассчит. локаторное движение:

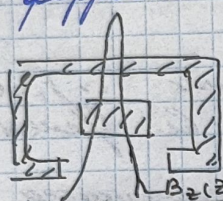


симметрич.

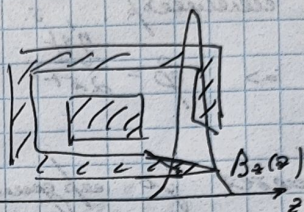


радиальн. сила вл. бреша и оси!

⇒ Прямые относятся к магнитной обложке поля. Сами дифференциалы



Дифференциал.



Бреш. линия.

Бреш. линия с поперечными линиями.

Расчет силовых магнитных линий (магнитная бреша).

Аппроксимация:

$$B_z = \frac{B_0}{1 + (\frac{z}{a})^2}$$

→ преобразуем

$$\frac{dr^2}{dz^2} + \frac{B_0^2 r}{8\mu [1 + (\frac{z}{a})^2]^2} = 0$$

обобщенный: $y = \frac{r}{a}, x = \frac{z}{a}$

получили дифференциальное уравнение: $\kappa^2 = \frac{B_0^2 a^2}{8\mu}$

Свернется к ур-ю гармонич. осциллятора:

$$y'' = -\frac{\kappa^2 y}{(1 + \kappa^2 x^2)^2} \rightarrow \text{переход к } r \text{ и } z.$$

$$r = a \sqrt{1 + \frac{z^2}{a^2}} \left\{ C_1 \sin \left[\sqrt{1 + \kappa^2} \arctan \left(\frac{z}{a} \right) \right] + C_2 \cos \left[\sqrt{1 + \kappa^2} \arctan \left(\frac{z}{a} \right) \right] \right\}$$

Хотим получить фв., преобразуем где $\kappa \gg \infty$ и ось.

$$\begin{cases} r(-\infty) = r_0 \\ r'(-\infty) = 0 \end{cases} \Rightarrow C_1 \text{ и } C_2$$

$r = 0 \rightarrow$ 3-ки функции:

$$\left\{ \begin{aligned} f_2 &= -f_1 = \frac{a}{\sqrt{1 + \kappa^2}} \sin \left[n \cdot \frac{\pi}{\sqrt{1 + \kappa^2}} \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{где } n = 1, 2, \dots, n_{\max}, \quad n_{\max} \leq \sqrt{1 + \kappa^2}$$

$\kappa^2 < 3$ - 1 пара функций - обложка, линия

$3 < \kappa^2 < 8$ - 2 пары

$8 < \kappa^2 < 15$ - 3 пары

при $\kappa^2 > 3$ ось силы не работает

$$k^2 = \frac{B_0^2 a^2}{8\mu} = 3$$

— качественно правильное сближ.

3. Длинная магнитная петля.

Допущения

$$B_0 \rightarrow \infty \text{ или } \mu \rightarrow 0 \Rightarrow k^2 \rightarrow \infty \Rightarrow M_{\text{полн}} \rightarrow \infty$$

$\Rightarrow \forall z \in [z_1, z_2] \Delta t \rightarrow 0$ — рассогл. между формулами.

$\Rightarrow$ хар-кт. магнитное взаимодействие $\ll z_2 - z_1 \Rightarrow f \ll z_2 - z_1$ — рел. магн. инд.

Прер. магнит — фазов. магнитной пет. (или слабодифф.)
связанность пет.

Слабодифф. рассеяние:

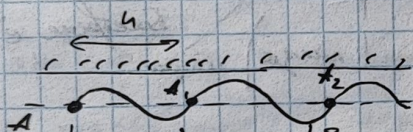
$$B = \text{const}; \quad r' \ll 1, \quad r\varphi' \ll 1.$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + r'^2 + r^2 \varphi'^2} \approx 1, \text{ т.е. } v \approx v_z.$$

$$\Rightarrow h = v_z \tau_c = v \delta_c = \sqrt{2\mu} \cdot \frac{2\delta}{\gamma B} = \text{const} \quad \text{— макс для всех } z \text{ — одинаков.}$$

Как рел. $\tilde{z}$:

Не через $\frac{h}{2, q}$
через h



сдвиг. вектор. через макс.

Квадрат увелич. $M = 2$.

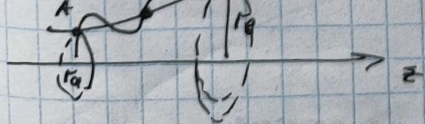
Как получить увелич. изобр? После сдвигов, упр. для век. сдвига:

$$\tau_c \delta \ll B$$

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = v_z \frac{\vec{B}}{B} + \frac{[\vec{E}, \vec{B}]}{B^2} = \frac{2v_z^2 + v_z^2}{2\gamma B^2} [\vec{B}, \nabla \vec{B}] \approx v_z \frac{\vec{B}}{B} \quad \text{— для брасс. макс. сдв. макс.}$$

Нужно, что $\tilde{z}$ рел. по расхдо. макс. полн. — тогда будет увеличением

Если это сдвиг макс. макс. сдв. или через δ -бума.



$$\vec{\varphi} = 0$$

$$\dot{\varphi} = \gamma \frac{(\psi - \psi_c)}{2\delta r^2} \Rightarrow \psi_a = \psi_b.$$

$$\Rightarrow \psi_a = \delta \Gamma_a^2 B_a; \quad \psi_b = \delta \Gamma_b^2 B_b. \Rightarrow M = \frac{\Gamma_b}{\Gamma_a} = \sqrt{\frac{B_a}{B_b}}$$

Абберации электронов пуч.
"плоская" шир.

Предположения, которые исп. при выборе парам. ур-но:

1. Моноэнергетический пучок
2. $E_p \approx 0$
3. Параксиальность
4. Асимптотическая сферичность.
5. $\forall \epsilon \ll 1$.

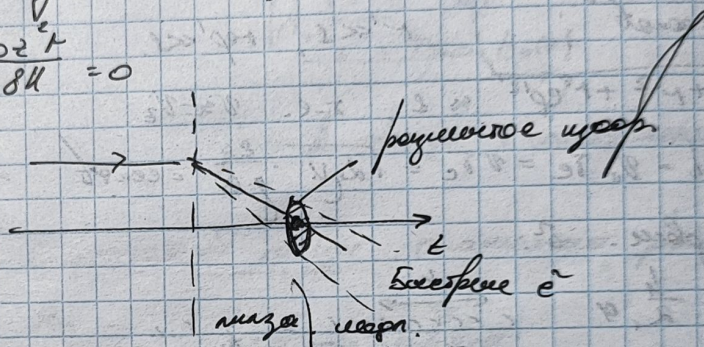
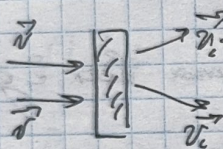
Наруш. любого из условий
ведёт к абберациям.

1. - Хромат. абберация. (связ. с парам. 1.)

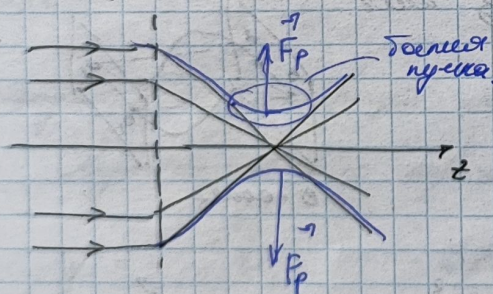
Причины:

- разное искр. электронов.
- неоднородность исп. пучка.
- фокусирование через толщ. обьекта.

$$\frac{\sqrt{r}}{r^2} + \frac{\gamma B_z r}{8H} = 0$$



2. Абберация поля пространств. зарядов.



В реальности при приоб. $\tilde{e}$ дуги $\rightarrow$ электр. поля $u-z$ $\rightarrow$ $\tilde{e}$ $\rightarrow$ $\tilde{e}$

3. Геометрическая абберация
приращение асимптотической - и.б. устремлено
к нулю. параксиальность.
Мы предположили, что:

$$1) \quad r' \ll 1, \quad r'' \ll 1 \Rightarrow \sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$$

$$2) \quad B_z(r, z) = B_z(0, z) = B_z(z)$$

$$3) \quad \psi(r, z) = \psi(q, z) = \psi(z)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} + \dots$$

$$B_z(r, z) = B_z(0, z) + \frac{r^2}{2} B_z'' + \dots$$

дополнение
к раскл. в шир.

$$U_2(r, z) = U_0(z) + U_1(z) r^2 + U_2(z) r^4 + \dots$$

$$E_2(r, z) = \frac{r}{2} U_2'' + r^3 E_3(z) + r^5 E_5(z)$$

Если считать след. 3-ю поправку:

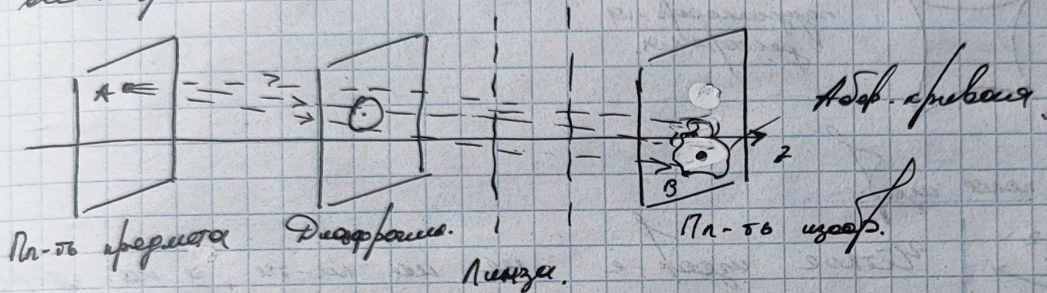
$$r^3, r^5 r, r^7, r^9$$

Аналог: $\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{6} + \frac{\varphi^5}{120} - \dots$

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{6} \dots$$

Результатом рассеяния теории 3-го порядка:

что охватывает теория аббераций? - Абберационные функции - совокупность всех трансформаций - образуются разность, нулевой все трансформ.

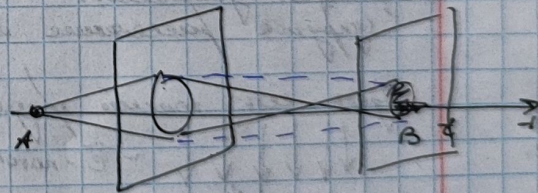


Из теории 3-го пор-ка - 5 видов аббераций:

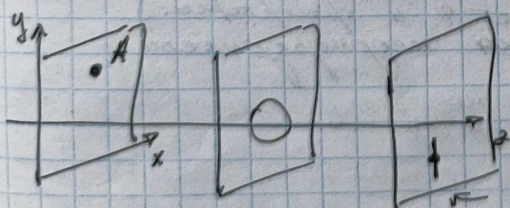
1. Сферическая абберация; - сфер-е линза имеет или сел. за ней не имеет. радиальность
2. Астигматизм;
3. Кома;
4. Дисторсия;
5. Кривизна поля изображения.

Сфер. абберация: $F_1 = -a_1 r - a_3 r^3$

Кривиз. зав-т след от радиуса.



Астигматизм.



A - точка

переход в изобр.

Разные эл-ты трансформации по радиусу (ссылка действительное радиусе)

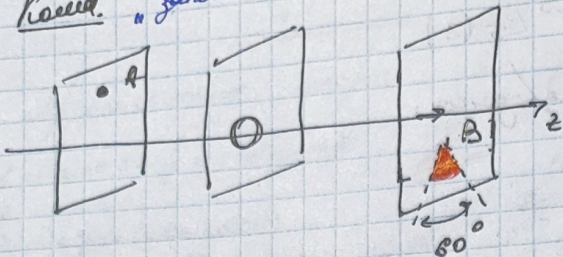


оформление радиуса



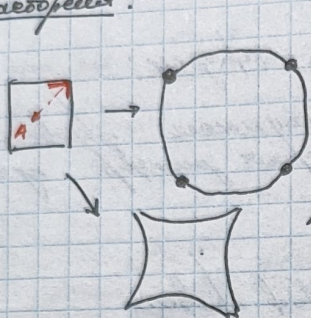
на о сел. вей

Колла. "деятель" - лог. эффект синевого скр-тия, влияющего на угол 60°



диффузная фова

Рассеяния.

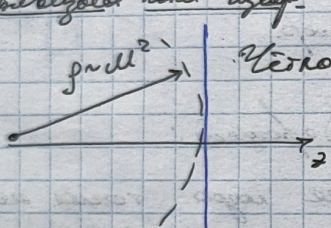


диффузная фова

коэф. т. увелич. зависит от радиуса кривизны

параметры - а рассеяния.

Кривизна поля изогр.



Число изогр. не на м-ти, а на сфере

т.е. изогр. разнот. либо в центре, либо по краям.

2. 11.232.

Электронное микроскопическое изображение

1. Принцип действия: упругое рассеяние на неоднородности

Пусть есть тонкий предмет и на нем есть углубление - неоднородность

~ E-поток. все одинак. т

тут ск-ть не меняется.

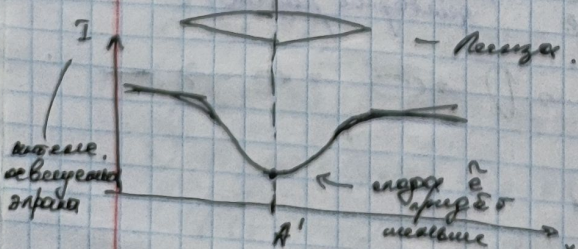
тут катоды выжигаются под электр-е



предмет (материал неоднородно т.е. разнот. в др. расе. на неоднородности

дифракция на углублении - рассеяние

Линза.

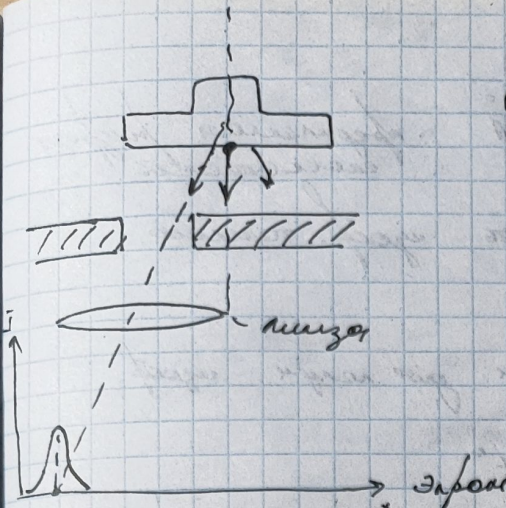


А' - мин.

Получили изогр. кривую т.е. световый фронт

Нужно. Сложно темнее лучи.

этих изогр. лучше всего привести световое на рассеянии

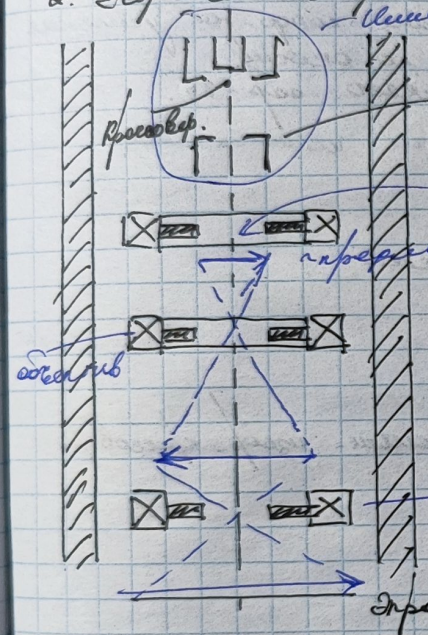


Образование гелиополюсного изображения

Переходы гелимон. изобр:

- Выход гелим. оберт $\Delta \varphi_{\text{гелим}} > \Delta \varphi_{\text{св}}$
- Выход фазов. оберт $\Delta \varphi_{\text{фазов.}} > \Delta \varphi_{\text{св}}$

2. Устройство микроскопа с увелич. объектив.



На фронте - увелич. изобр. объектив. Кроссвер.

Апертурное число ≤ 1

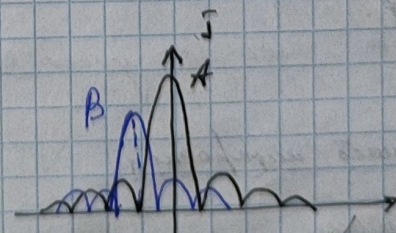
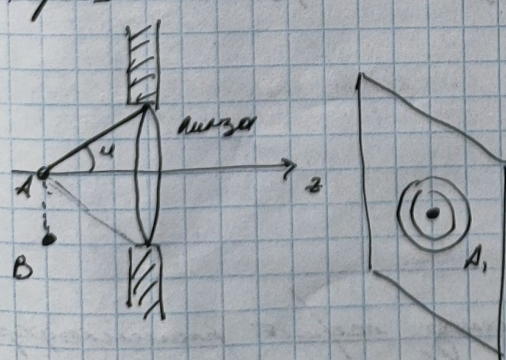
Увелич. изобр. кроссвер. на объективе.

Дает большее увеличение

Проектируемая линза.

3. Разрешающая сила проекционного микроскопа.

Минус линз $\rightarrow \lambda \rightarrow \infty$? Нет. Нужно даже убрать все собирающие $\rightarrow$ выполняем что есть дифракция.



Точки A и B различны, если $\max I_B$ падает в min I_A

Из оптики сферич. зеркала: для электронов:

$$f_{\text{диф}} = \frac{0.61 \lambda}{\sin \alpha} ; \quad \lambda = \frac{h}{m v}$$

$$U = 100 \text{ кВ}$$

$$\alpha = \frac{1^\circ}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow v = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$\lambda = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^8} = 0,037 \text{ \AA}$$

$u < 1^\circ \rightarrow \sin u \approx 0,01 \Rightarrow d_{10} \approx 3 \text{ \AA}$ - предельная разрешающая способность

Такой микроскоп позвол. получить изобр. только предмета.

Сфокусированный микроскоп. - исп-ем диф. лучи. изобр. пов-ти поверхности объекта; $\alpha \approx 10^\circ$

$$d_{10} \approx 500 \text{ \AA}$$

Увеличение по x и y разные.

$M_x = M_y \sin \alpha$ - разные коэф-ты увелич. по осей

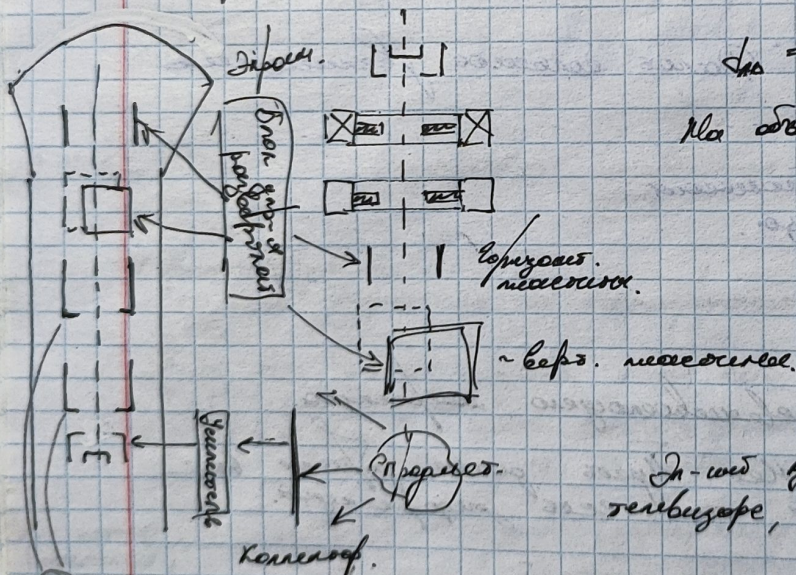
и в квадрате поверхности об-та.

$M_x + M_y$ изображение искажается

Разрешенный микроскоп. - состоит из 2х очагов

$$d_{10} = 500 \text{ \AA}$$

по объекту - уменьш. изобр. кроссовера



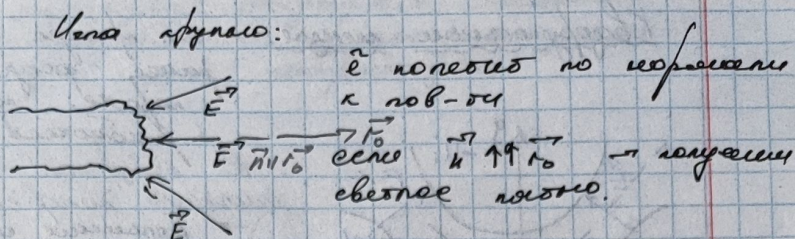
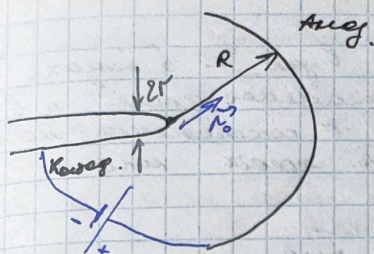
Этот тип визуал. разр. как в телескопе, за счет круп. объек. массы

Факт. интер. масштаб уменьшен размер объекта

Проекционный микроскоп

Автоэлектронный

Очень тонкий катод (иногда он на экране) на 10 сфер. координат. поле на катоде $E \approx 10^8 \frac{В}{м}$ $\rightarrow$ из-за сильн. поля возник. автоэлектр. эмиссия (за счет туннельного эффекта)



$E_k \propto \frac{U_0}{r}$, $r \approx 0.1 \text{ мкм} = 100 \text{ \AA} \Rightarrow E_k \sim 10^7 \frac{\text{В}}{\text{см}}$

$\vec{n} \parallel \vec{r}_0$ - засветка ; $\vec{n} \nparallel \vec{r}_0$ - темнота

$M = \frac{R}{r} \approx 10^5 - 10^6$; $\Delta \lambda \approx 10 \text{ \AA}$

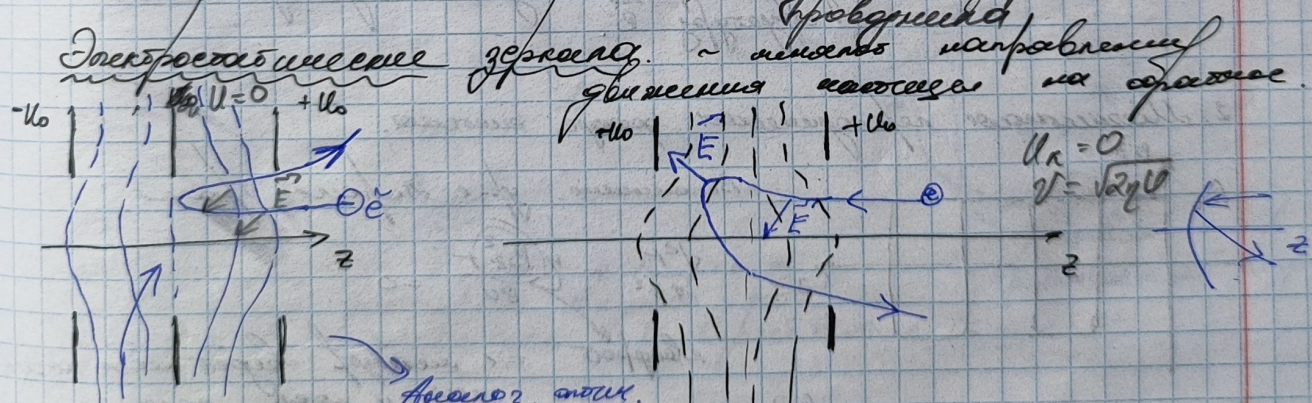
Но! темп. катодов высока. $\rightarrow$ тепловых к-ей - $\sim 10^7$ к-ей
 а также $\rightarrow$ излуч. резонансов. как упрощить? Везде темнота
 ион - но только эл-ны поперек. малая выходящая ионная
 темп.

Автоматический микроскоп - возбужден ион в кр-бе - запаленная
 область экрана, возбуждение мало
 - атомарно. $\rho \approx 10^{-3} \text{ мм ф.с.}$

Катод. $(-T)$ $\Delta \lambda \sim 1-2 \text{ \AA}$

в поле ионизация поляризуется $\rightarrow$ отрыв e^- - ионизация
 ион $\rightarrow$ вращает себя сам и электроны, только усиливает
 поляризацию
 e^- - поток на катод, а ион к аноду?

$\rightarrow$ Полюс катод. иониз. д-е.



ЗСД не работает
 электр. разл. поля
 Рассеив. зеркало

$U = -E$ - малый отриц. потенциал.

$U = 0$
 Собирающее зеркало

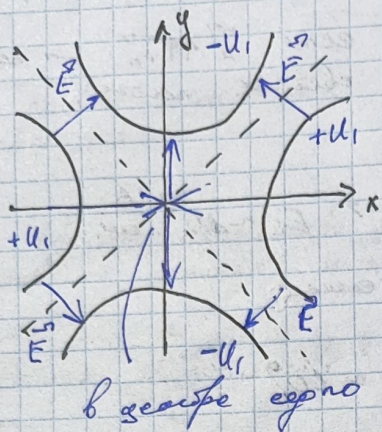
Электронный зеркальный микроскоп

$E \rightarrow 0$
 $\Delta \lambda \sim 0$

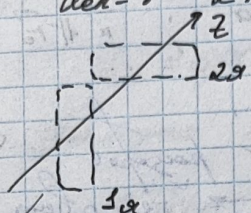
Принцип работы - как у проекционного микроскопа.

Оформление экран. Вспомогат. пов-ти e^- либо
 вращают экран через диод, либо создают
 на экране (микропр. при иониз. перпендикулярно экрану)
 Зеркальный микроскоп (r_0)
 можно получить отражение экрана.

Кварцополупроводники: ~ ил. преломл. вел. в зен. — в шире
 ранее фокус. радиальное поле, а в
 парал. криво. с соотв. м.м.
 (требуется лишь криво. пол.)
 В кварцоп. м.м. прелом. поля нет, оно
 смещено поперек нуля.
 Большая опол. сила.



Одна м.м. не дает четкости
 изображения (толка → м.м.)
 ил. — 2 м.м.



$$B_x \ll B_z$$

$$E_z = B_z = 0$$

$$E_x, E_y, B_x, B_y \neq 0$$

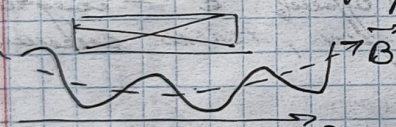
$$F_x = kx$$

$$F_y = -ky$$

по фокальн. м.м. — фокусировка,
 по ширине — дефокусировка →
 точка преломл. в м.м. →
 попер. 2 м.м. — фокус. по ширине
 осей

Системы фокусировки эл.-х пучков

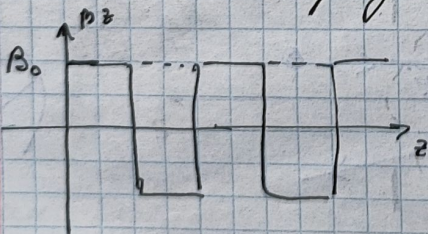
1. Магнитная фокусировка



$|B| \rightarrow \infty \Rightarrow r_{\perp}, h \rightarrow 0$ — фокусировка

→ Частица движется в поле магнитной
 структуры B .
 Можно просто сделать пучковую

2. Магнитная периодическая фокус. система

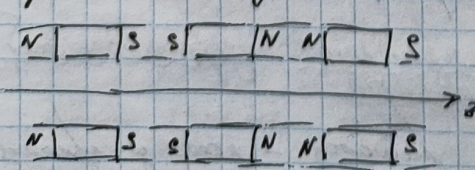


Величина. ур. е. Ларан. траект.

$$\frac{1}{r^2} + \frac{B_z^2}{8u} = 0$$

кварцоп. → м.м. берет себя как
 как и л.м. пол.

Как сделать м.м.?
 Трап. конструкция.



Сравнение энергий

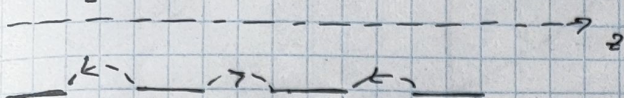
$V \sim L^3 \sim$ энергии

всех пучков.
 поле = 0

$$V_{\Sigma} = \left(\frac{L}{N}\right)^3 N = \frac{L^3}{N^2} \ll L^3 \text{ если } N \text{ большое.}$$

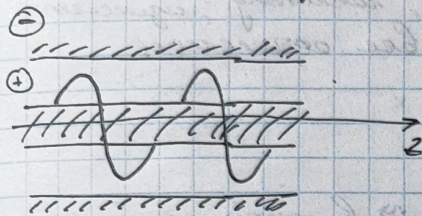
Но все-таки в том, что м.м. поле рассеивается.

3. Система природическая электродов фокусировки - система цилиндрич. электродов - по сути двухэлектродная система - камерная собирающая.

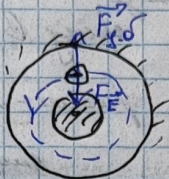


Камерная линза - собирающая, в среднем поле электродов даётся $F_r < 0$, $F_{y\delta} > 0$, поэтому равновесие $F_r = F_{y\delta}$.

4. Система центральной фокусировки.



вдоль



перпендикулярно

Почему $\tilde{e}$ фокусируется? (свободн. поле не)

Система микро бук. плоская:

$$F_z = 0, E_r = \frac{A}{r}$$

$$F_r = -\frac{eA}{r} < 0$$

$$F_{y\delta} = m_0 v_{\perp}^2 > 0$$

$\sim$ ср-ц.пл. коэф.

$r_{\text{ф}} = \text{const}$ внешняя э. граница.

$$p_{\text{ф}} = m_0 r^2 \dot{\varphi} = \text{const}$$

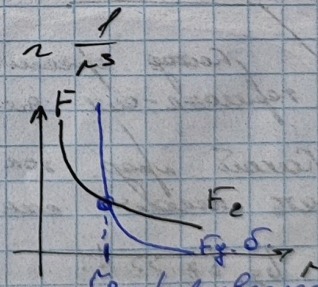
$$p_{\text{ф}} = m_0 r^2 \dot{\varphi} = p$$

$$v_{\text{ф}} = \frac{p}{m_0 r} \Rightarrow F_{y\delta} = \frac{m_0}{r} \left(\frac{p}{m_0 r} \right)^2 = \frac{p^2}{m_0 r^3} \sim \frac{1}{r^3}$$

$$F_{\text{эл.}} \sim \frac{1}{r}$$

Наряду с $F_{y\delta}$

Если $\tilde{e}$ улетит с r_0 , то из фазового центра, что колебания $\tilde{e}$ вернутся к r_0



r_0 - радиус равновесия

Формирование интенсивных электронных пучков.

Эл. поле, действ. на частицу свр. поля электродов - внешнее.

Для пучка ток был малым $I = 1 \text{ мА} \Rightarrow E_r = 0$

Оф. плоск. эл. поле - у которого свободное крупное поле пучка $\sim$ полн. электрон.

Упр-е движения:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = -e_0 \vec{E} - e_0 [\vec{v}, \vec{B}]$$

$$\vec{E} = -\nabla U$$

$$\Delta U = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{j} = \rho \vec{v}$$

$$\text{div} \vec{j} = 0$$

Рассчитываем перенос энергии
→ электр. магн. поле не
учесть.

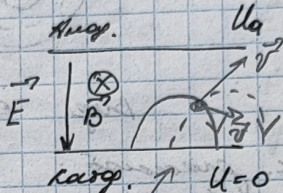
Система упр-ий назыв. электростатическими, поскольку, изменение
электр. поля из переменного электр. поля не влияет на все остальные

$\vec{j} = \rho \vec{v} \sim$ всегда? Нет. пример - ток.

В области сечения
тока. стационарное
состояние:

$$\vec{j} = \sum_{i=1}^n \rho_i \vec{v}_i$$

~ ток более свобод
электронов

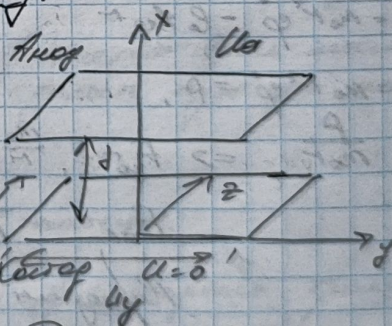


→ в провод и ток не
такая сеть и с-та
(двухпоточное состояние)

это то е-фактория переноса
→ двухпоточное состояние электронов
область в окружении

Плоский кондензатор.

Бесконечный кондензатор.



который ток - возникает
перпендикулярная электрич.

Какой ток. ток. может
дать такой конденсатор?

$$b_y, b_z \gg d$$

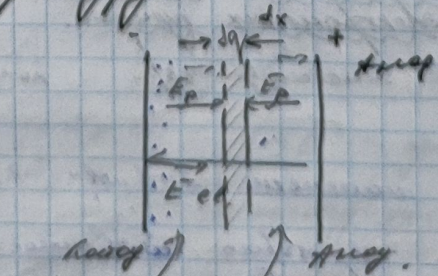
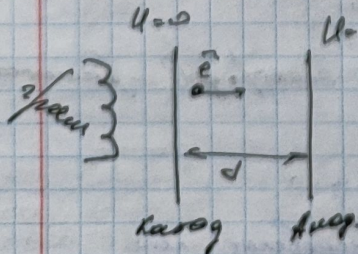
$$\rho_y = 0, \rho_z = 0$$

можно считать
как электр. заряд

$$T = 0 \Rightarrow \vec{j} = 0, E = \frac{U_0}{d}$$

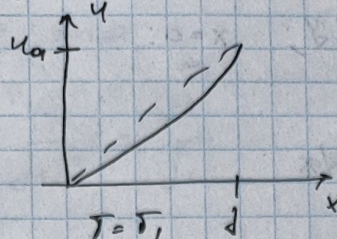
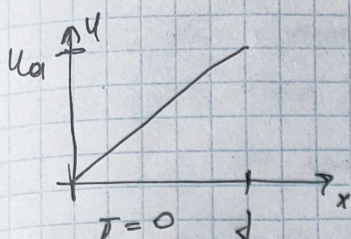
$$U(x) = \frac{U_0}{d} x$$

Увеличим температуру:



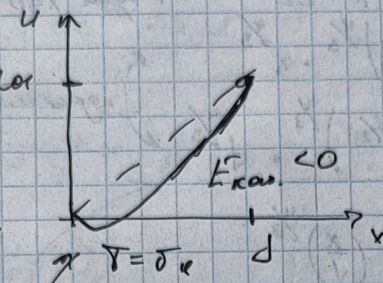
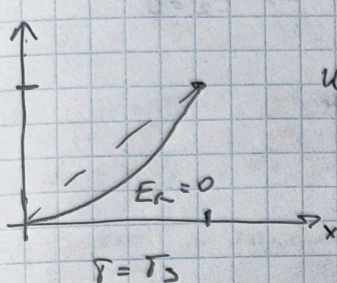
противополож. электр. поле увелич.
→ $\frac{\partial U}{\partial x}$ увеличивается

Движения эл-ов и дрейфов. по электр. поля.



$$\vec{E} = \vec{E}_{ee} + \vec{E}_p$$

сила от тока.



У которого масса заряда > т.к. ток движется.

является самосогласован.

Работает ЗСЭ, в области $U < 0$ е. не может не быть. → кривая U определяется → U в д.р. поля не уст. равновесное состояние когда $E_k = 0$

В.Д. 2 решения задачи:

9.11.23.

Найдем величину тока андр в решении огибающей ток проф. зарядов:

$$\frac{dV}{dx} = -eE ; E = -\frac{dU}{dx} ; \frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} ; j = -\rho v \sim \text{длина волны}$$

$$\text{div } j = \frac{dj}{dx} = 0$$

С-та $v = \sqrt{2eU}$ из ЗСЭ → длина волны.

$$j = \frac{I_0}{S_0} = \text{const.}$$

$$\rho = -\frac{j}{v} = -\frac{I_0}{S_0 \sqrt{2eU}} \rightarrow \text{подстав. в др-е Пуассона:}$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{I_0}{\epsilon_0 S_0 \sqrt{2eU}}$$

Для решения огибающей тока проф-ли зарядов, нам понадобится гранич. условия вк-ся с уравнением 2.4.:

$$U|_{x=0} = 0 ; U|_{x=d} = U_0 ; \frac{dU}{dx}|_{x=0} = 0 \sim \text{это уст-е вл-е в др-е Пуассона}$$

Сведем др-е: $\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{\kappa}{\sqrt{U}}$ где $\kappa = \frac{I_0}{\epsilon_0 S_0 \sqrt{2e}}$

Введем новое д-е-ли: $\frac{dU}{dx} \cdot \frac{d^2U}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{dU}{dx} \right)^2 \right) = \frac{dU}{dx} \cdot \frac{\kappa}{\sqrt{U}} = \frac{\kappa}{2} \frac{d}{dx} (\sqrt{U}) \rightarrow \text{интегрируем}$

$$\left(\frac{du}{dx}\right)^2 = 4\kappa\sqrt{u} + C_1$$

C_1 - определено из Г.У; $x=0$:

$$0 = 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{du}{u^{3/4}} = 2\kappa^{1/2} dx$$

$$\frac{4}{3} u^{3/4} = 2\kappa^{1/2} x + C_2 \rightarrow \text{при } x=0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$\Rightarrow u = \left(\frac{3}{2}\kappa^{1/2}\right)^{4/3} \cdot x^{4/3}$$

при $x=d$:

$$u_d = \left(\frac{3}{2}\kappa^{1/2}\right)^{4/3} \cdot d^{4/3}$$

$$\Rightarrow u = u_d \left(\frac{x}{d}\right)^{4/3}$$

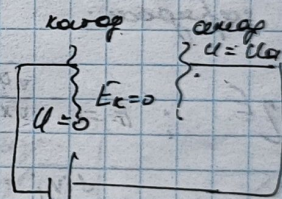
Подставим выражение для u_d и для коэф. κ и выражения
аналитический ток:

$$I_a = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2q} \frac{u_d^{3/2}}{d^{3/2}} \quad S_a = p u_d^{3/2}$$

коэф-т (первое) ~ зав-т от геометрии диода
для которого диод свой.

Закон $3/2$ для произвольного диода:

Предположим, что при нек. u_d
работает в режиме вып. тока диод.
на забор + все знаем про
диод.



$u_1(\vec{r}), \vec{v}_1(\vec{r}), \vec{E}_1(\vec{r}), \vec{j}_1(\vec{r}), p_1(\vec{r})$ ← откуда-то знаем

$$u|_{кат} = 0; \quad u|_{ан} = u_d; \quad E_n|_{кат} = 0; \quad v_n|_{кат} = 0$$

Изменим u в n раз во всех точках: $u_2(\vec{r}) = n u_1(\vec{r})$

Решим новую: $u_2(\vec{r}), \vec{E}_2(\vec{r}), \vec{j}_2(\vec{r}), p_2(\vec{r}) = ?$ какие, вот все
решим.

$$\text{Знач. рел.: } u_2|_{кат} = n u_1|_{кат} = 0$$

$$u_2|_{ан} = n u_1|_{ан} = n u_d$$

$$E_n|_{кат} = n E_n|_{кат} = 0$$

$$v_2|_{кат} = \sqrt{2qu_2}|_{кат} = 0$$

} все вын-ся.

что с др-ыми полями?
При изменении $u(\vec{r})$ в n раз фактически все меняется
→ др-е решено. выстраивается.

Др-е Пуассона:

$$\Delta u_2 = -\frac{\rho_2}{\epsilon_0} \Rightarrow \Delta n u_1 = -\frac{\rho_2}{\epsilon_0} \Rightarrow$$

вект-св $\Rightarrow \Delta U_1 = -\frac{f_2}{n \epsilon_0} \Rightarrow$ если $f_2 = n f_1$ - вект-св.

у-е для электр. поля:

$$\vec{j}_2 = f_2 \vec{v}_2 = n f_1 \vec{v}_1 = n^{3/2} \vec{j}_1$$

$\Rightarrow$ если $\vec{j}_2 = n^{3/2} \vec{j}_1$, то $\vec{j} = f \vec{v}$ - выполняется

у-е магн-ит:

$$\text{div } \vec{j} = 0; \quad \text{div } \vec{j}_2 = n^{3/2} \text{div } \vec{j}_1 = 0$$

Если сделать замену:

$$u_2 = n u_1; \quad v_2 = \sqrt{n} v_1; \quad f_2 = n f_1; \quad j_2 = n^{3/2} j_1 \quad \text{вект-св з.у. и ур-я}$$

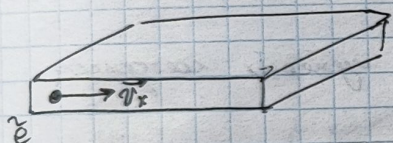
Переходим к токенам:

$$I_{a2} = n^{3/2} I_{a1} = \left(\frac{U_{a2}}{U_{a1}} \right)^{3/2} I_{a1} \Rightarrow \left\{ \frac{I_{a1}}{U_{a1}^{3/2}} = \frac{I_{a2}}{U_{a2}^{3/2}} = P \right\}, \text{ к.т.д.}$$

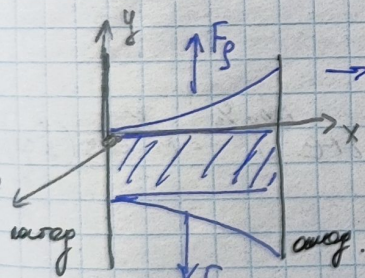
Формирование пучковых, электроновых
лучей. Принцип Писарова.

параллелепипед с приложенным $\vec{E}_x$ вдоль него

как сформировать такой пучок?



вект-св пучковой риде?



$\rightarrow$ не получится

Электр. поле в пучковой риде при электро-
н. зоме концентр. электр. Показано магн-е
разнонаправлен. электр. поле.

Мы хотим обеспечить ток пучка, чтобы
вект-св з.у. и электр. поле были не
противоположны.

Дополним электр. поле по y :

$$U|_{y=0} = U_0 \left(\frac{x}{a} \right)^{3/2}; \quad \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0} = -E_y = 0$$

т.к. при $y \geq 0$ электр. поле отсутствует, то в этой области
у-но Лапласа. и электр. поле отсутствует.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$$

Таким Г.У. считается некорректным.
(численно решать тяжело)

Решение будет искать методом аналитического продолжения
Вверх конпл. производную $z = x + iy$ и аналит. продолжение
вниз решение в конпл. м-те, т.е. рассмотрим $z = x - iy$.

$$u(z) = U_0 \left(\frac{z}{d} \right)^{1/3} = U_0 \left(\frac{x+iy}{d} \right)^{1/3}$$

→ Re полев, если
решение полев
горизонт.

Это мы рассматриваем Re и Im по
гор-го уровн. гор-по Канала.

д.е. получим: $u(x,y) = \text{Re } U(z) = \frac{U_0}{d^{1/3}} \text{Re } z^{1/3}$

Итак: $f(z) = \Phi(x,y) + i\Psi(x,y)$, если $f(z)$ аналит. гор-го,
то $\Delta\Phi = 0$; $\Delta\Psi = 0$

Решение проверяем:

з.г: $u(x,y)|_{y=0} = \frac{U_0}{d^{1/3}} \text{Re}(x+iy)^{1/3}|_{y=0} = U_0 \left(\frac{x}{d} \right)^{1/3}$

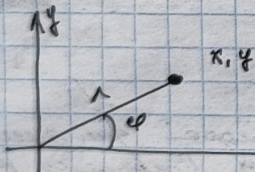
Из математических $\frac{\partial}{\partial y}$ и Re коммутирующие операции

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{U_0}{d^{1/3}} \text{Re } z^{1/3} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \frac{U_0}{d^{1/3}} \text{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} z^{1/3} \right\} = \frac{U_0}{d^{1/3}} \text{Re} \left\{ \frac{1}{3} i (x+iy)^{-2/3} \right\} \Big|_{y=0} \\ &= \frac{U_0}{d^{1/3}} \text{Re} \left\{ \frac{1}{3} i x^{-2/3} \right\} = 0 \end{aligned}$$

Найдем форму эквипотенциалов и силовых линий:

Для заданной функции в комплексной с.к:



$$x+iy = z = r e^{i\varphi}$$

Вычисл. $\text{Re} \{ z^{1/3} \} = \text{Re} \{ r e^{i\varphi/3} \} = r^{1/3} \cos(\frac{\varphi}{3})$
→ переводим в декартовы

$$\Rightarrow u = U_0 \left(\frac{r}{d} \right)^{1/3} \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right)$$

$$u=0 \Rightarrow \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) = 0$$

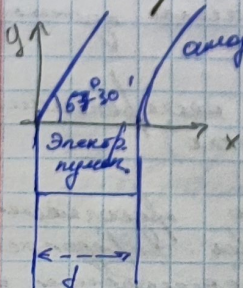
$$\Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2} = 67^\circ 30'$$

кажд - прямая, наклоненная на $\frac{3\pi}{2}$

$u = U_0$: гор-е аналит.

$$r = \left[\cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) \right]^{3/2} d \quad \rightarrow \text{модуль}$$

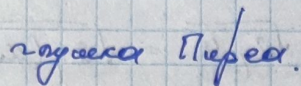
Если нарисовать:



→ это будет линия
гор-го гор-го
при $y \geq 0$.

Но эту же
определено
можно сделать
для $y < 0$

Для точки коор. размеров
→ вычисл. и берем и считаем



Кольца

Электроды

концентр.

E

B

H

и показав на рассматриваемую между
деформацией
На стене графически ничего
не рисуем.

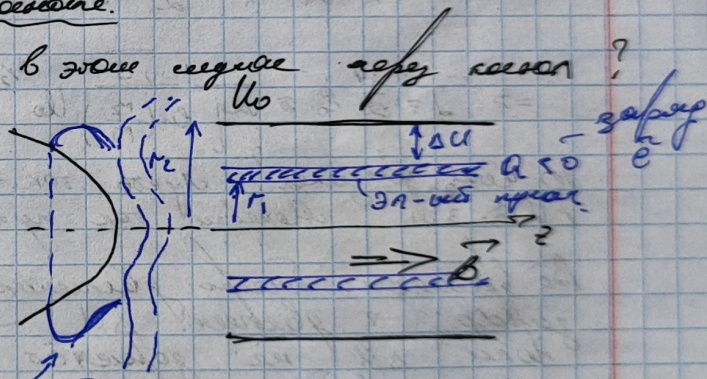
и старого. царица Пурга.

$r_+ \sim 1/B$ при $B \rightarrow \infty$ с двук. быстр.
сложн. самовнх. нисл.

Предельный ток транскрипции эр-ого пучка
в глицер. среде.

7 не так можно представить в этом смысле арифметический?

Флюксор / пучок в камне
трименого / перовита. Слева
флюксор. Пучок магнезио-
минерального / руды с мелкой
мелкой флюксором руд.



м.б. и во эл.-мех. путей
на основе, путей Пирей. (не только электр. путей)

$Q_2 < 0 \Rightarrow$ возникло трение между телами $\Delta U \rightarrow$ из-за
того как происходит.

Дуэт дуокла очень тонкий - его размерами ~~не~~

$I \leq I_{\text{max}}$ — пер. ток трансформатора

Напиши картину Гудеса:

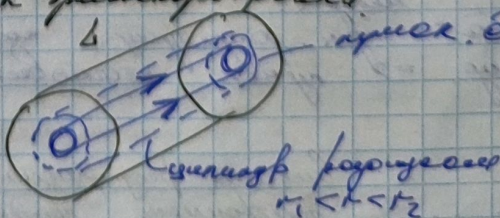
$$\int E_n ds = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow 2\pi r L E_r = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{I t}{\epsilon_0} = \frac{I L}{v_{11} \epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{I}{2\pi r v_{II} \epsilon_0}$$

считается φ_{II} - полн. эк-дв.

Целесообразность проведения мероприятия



$$\Delta U = \int_{r_1}^{r_2} E_n dr = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Пусть φ_{II} - величина: $\varphi_{II} = \sqrt{2\eta U} = \sqrt{2\eta(U_0 - \Delta U)}$
 где η - коэффициент пропорциональности.

Возбуждение ток:

$$I = \frac{2\pi\epsilon_0 \Delta U \varphi_{II}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\epsilon_0 \Delta U \sqrt{2\eta(U_0 - \Delta U)}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = A \Delta U \sqrt{U_0 - \Delta U} = \Delta U = x \Rightarrow I = A \cdot F(x)$$

где $A = \frac{2\pi\epsilon_0 \sqrt{2\eta}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$

$F(x) = x(U_0 - x)^{1/2}$

Значит $\rightarrow$ сечение экстремума

Ищем экстремум:

$$\frac{dF}{dx} = 0 \Rightarrow (U_0 - x)^{-1/2} - \frac{1}{2}(U_0 - x)^{-3/2} = 0$$

$$\Rightarrow U_0 - x - \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} U_0 = \Delta U \rightarrow \text{в ток}$$

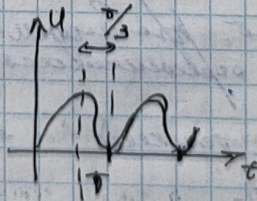
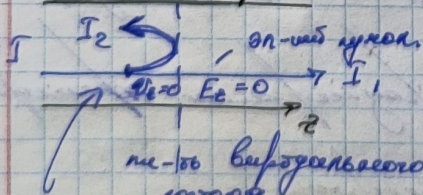
$$\Rightarrow I = \frac{4}{9} \epsilon_0 \pi \sqrt{2\eta} \ln \frac{r_2}{r_1} U_0^{3/2} = P U_0^{3/2} \sim \text{закон } 3/2$$

В чем физика? Пусть ток имеет некое предельное $\rightarrow \Delta U \leq \frac{2}{3} U_0$. Давим ток, чтобы сделать катод горячим.

Во времени: быстро увеличил ток, при этом $\rightarrow$ увелич. заряд $\rightarrow$ увелич. $\Delta U \rightarrow \varphi_{II}$ увеличивается и т.д.

Пока ΔU не достигнет до $U_0 \Rightarrow \varphi_{II} = 0$.
 В некоторой моменте $U=0, E_z=0$ - т.е. виртуального равновесия.
 Это будет, если поле полностью увел. ток сверх I_{max} .

U_0 - катодная поляризация



в этом случае процесс

на этом принципе основан вакуумный

за это время физическая часть прих. вперед, часть обратн. назад $\Rightarrow$ пучок становится неоднородным

16.11.23

Система резонансов энергии в ионных электродах СВЧ.

КПД: $\eta \approx 20-40\%$

классическое

Резонанс - возбуждение энергии в источнике мощности

Как увеличить η хотя бы до 50-60%? Как - то повысить эффективность вакуума, пучка с элект.

а) Пусть что-то поглотилось у $\tilde{\epsilon}$ осталась энергия.
 Даваясь вернуть или энергию $\tilde{\epsilon}$ оставшуюся в
 источнике (не излучив).

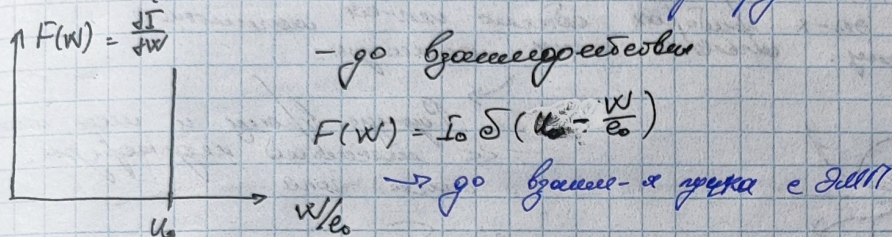
Как вернуть энергию источника $\tilde{\epsilon}$?

$$\tilde{\epsilon} \rightarrow \vec{E}$$

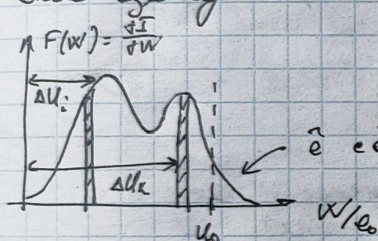
← Даваясь возвращающее поле - обратная сторона потока в
 источник поглотителя.

Но! Электронная масса - $\tilde{\epsilon}$ много.
 Эл. поток. в ядре хвост-ея энергетич. распределения.

$$F(W) = \frac{dI}{dW} \quad I, \text{ ток.} \quad \text{распределение тока по энергии}$$



Полн. взаимодействия:



Возьмем i-ую и k-ую фракцию.

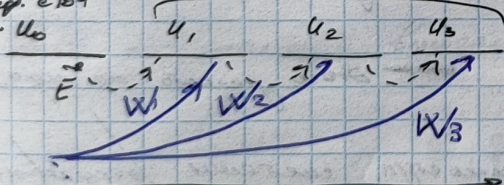
$\tilde{\epsilon}$ с большой энерг. Разобьем эту ф-ю на значащие
 фракции: $\epsilon_0 \Delta U_i = \Delta W_i$

Если фракции всевозм. их не
 → нужно разделить фракции и каждую
 поделить на свой электр.

Если применим пороговую. поле с
 такими ΔU_i , то соберем всю
 ЭМ-по у i-ой ф-ции.

Какой макс. КПД работа с
 n-ступенч. световым расулер.
 η_n , при $n \rightarrow \infty$?

$U_0 > U_1 > U_2 > \dots > U_n$.
 Выход пр-ва
 взаимодей. с ВЧ
 полем: U_0



эл. поток.

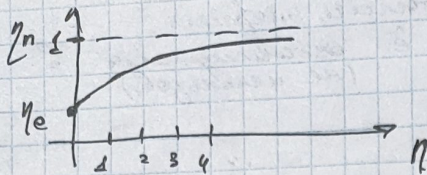
$\eta_{\text{max}} = 1$. Все энергию вернуть.
 В реальности $n = 4$. Почему?

- 1) n - большое - много нет. потерь со
 своим полем.
- 2) ступени д.б. расл. близко
- 3) Минимум с макс. n - взаимодей. максимум
 минимум - в чем смысл?
- 4) Поиск для большого n → много фракций →
 нужно расл. пучки с малыми расхода
 по скоростям.

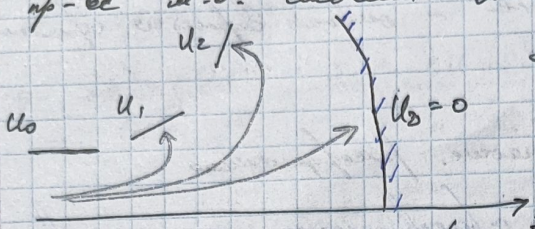
Тогда из ЗСД можно показать, что КПД:

$$\eta = \frac{\eta_e}{1 - \sum_{i=1}^n \chi_i (1 - \frac{U_i}{\epsilon_0})} \quad \chi_i = \frac{I_i}{I_0}$$

I_0 - полный ток, I_i - ток-от фракции сред. на i-ый электр.

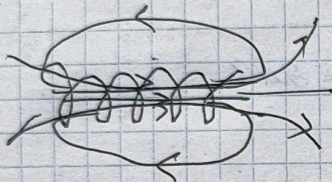


В случае активных приборов для расчета кривых ?
 пр-во и-б. свободной электромагн энергии



Почему мощности ? $\tilde{\epsilon}$ в прямую
область $\rightarrow$ дурет здесь $\rightarrow$
мощность переносит

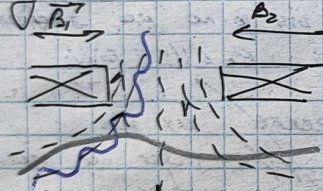
В сердечниках эл-х приборах содержат не-я магнитная
пропускания, свуж. сильными полем селектура.



$\rightarrow$ Роль вращ и шар малы
<< маленькая недочетки.
малы поля.

$\rightarrow$ Прирабат малы поле -
лучок выстроив строю брось символ
маленький

Уго делает ?



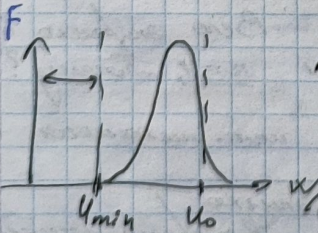
$$T_c \frac{dB}{dt} \ll B$$

Быстрые $\tilde{\epsilon}$ не успевает получ
лучше линии поля
 $\rightarrow$ просто маленький.

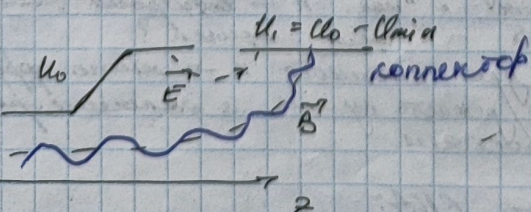
Пл-та селектура $\rightarrow$ з
недр $\tilde{\epsilon}$ покрыть брось
силь линии

Но это для $\tilde{\epsilon}$ со сфер энергии ?
Всё сильнее, маленькой мощности
режущ не покрыть.

Ортого существовать сильной, какой этого делает не нужно.
В приборах.



при маленькой длинах системы регуляции
можно всё лучше зафиксировать на
большую энергию ω_{min}
разреш она на длинах.



Должно быть формулы для
КПД регуляции, следует то

$$\eta_1 = \eta_0 \frac{U_0}{U_1} \approx 1.5 \eta_0$$

К. Р.

- 1) Коэффициент меньше увеличивается. (показатель температуры нагрузки коэффициента)
- 2) Увеличивается пр-во маленькой мощности $\rightarrow$ увеличить напряжения.
 (мощности)