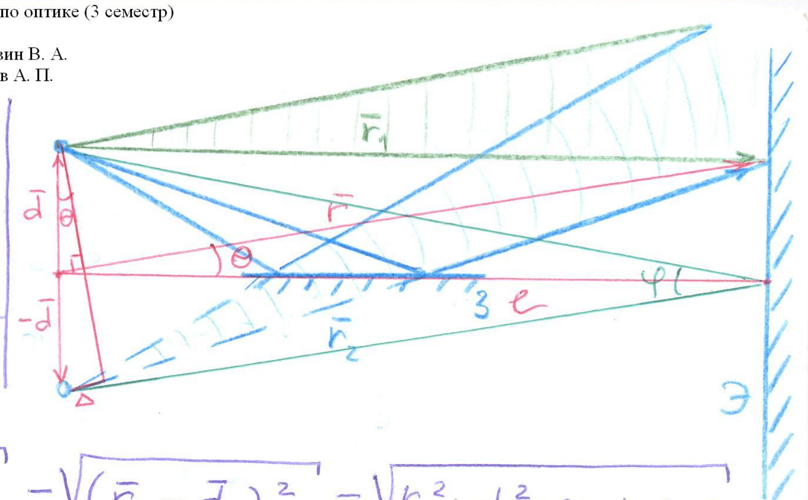
Преподаватель: Вдовин В. А.
Выполнил: Пушкарёв А. П.

N 5.73

Дано: $l = 100$ см.
$\Delta x = 0{,}25$ мм (при d)
$\frac{\Delta x}{\eta}$, $\eta = 1{,}5$ (при $d+\Delta h$)
$\Delta h = 0{,}6$ мм.

$\lambda = ?$



1 способ:

$$\Delta = r_2 - r_1 = \sqrt{(\bar{r} - (-\bar{d}))^2} - \sqrt{(\bar{r} - \bar{d})^2} = \sqrt{r^2 + d^2 + 2rd\sin\theta} - \sqrt{r^2+d^2-2rd\sin\theta} = r\left\{\sqrt{1+\left(\frac{d}{r}\right)^2 + 2\frac{d}{r}\sin\theta} - \sqrt{1+\left(\frac{d}{r}\right)^2 - 2\frac{d}{r}\sin\theta}\right\}$$

$$= r\left\{2\frac{d}{r}\sin\theta - \frac{1}{4}\left(\frac{d}{r}\right)^3(\sin\theta + \sin 3\theta) + \ldots\right\} \approx 2d\sin\theta$$

$$2d\sin\theta_n = n\lambda$$

$$\theta_n = \frac{n\lambda}{2d}, \quad \theta_1 = \frac{\lambda}{2d}$$

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\Delta x}{l}, \quad \Delta x = \frac{l\lambda}{2d}, \quad \frac{\Delta x}{\eta} = \frac{l\lambda}{2(d+\Delta h)} \Rightarrow 2d\eta = 2(d+\Delta h)$$

$$\Rightarrow d = \frac{\Delta h}{(\eta - 1)}, \quad \lambda = \frac{2\Delta h\,\Delta x}{(\eta-1)l} = 0{,}6 \text{ мкм}$$

2 способ: применяем ф-лу $\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi}$, $\varphi = \frac{2d}{l} \Rightarrow$

$$\Delta x = \frac{l\lambda}{2d}, \quad \frac{\Delta x}{\eta} = \frac{l\lambda}{2(d+\Delta h)} \Rightarrow 2d\eta = 2(d+\Delta h) \Rightarrow d = \frac{\Delta h}{(\eta-1)},$$

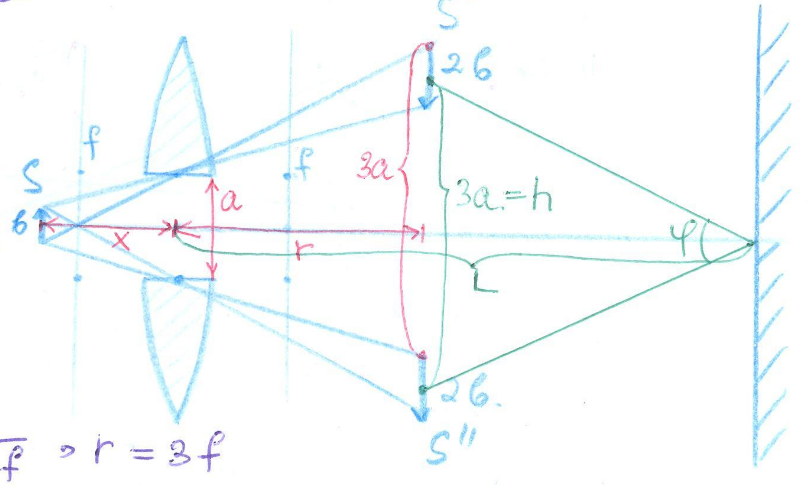
$$\lambda = \frac{2\Delta h\,\Delta x}{(\eta-1)l} = 0{,}6 \text{ мкм}.$$

Ответ: $\lambda = \frac{2\Delta h\,\Delta x}{(\eta-1)l} = 0{,}6$ мкм.

N 225.

Дано: $f = 10$ см.
$x = \frac{3}{2}f$, $\lambda = 5790$ Å
$L = 330$ см, $a = 0{,}5$ мм.

$b_{min} = ?$ (при которой полосы пропадут)



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{3f}, \quad r = 3f$$

$$\frac{r+x}{x} = \frac{h/2}{a/2}, \quad \frac{3f + \frac{3f}{2}}{\frac{3f}{2}} = \frac{h}{a} = 3. \Rightarrow h = 3a.$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi}, \quad \varphi = \frac{h}{(L-r)} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda(L-3f)}{3a}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{S''}{S} = \frac{r}{x} = \frac{3f}{\frac{3f}{2}} = 2.$$

Условие исчезновения интерференционной картины: $2b = \Delta x \Rightarrow b = \frac{\Delta x}{2} = \frac{\lambda(L-3f)}{6a}.$

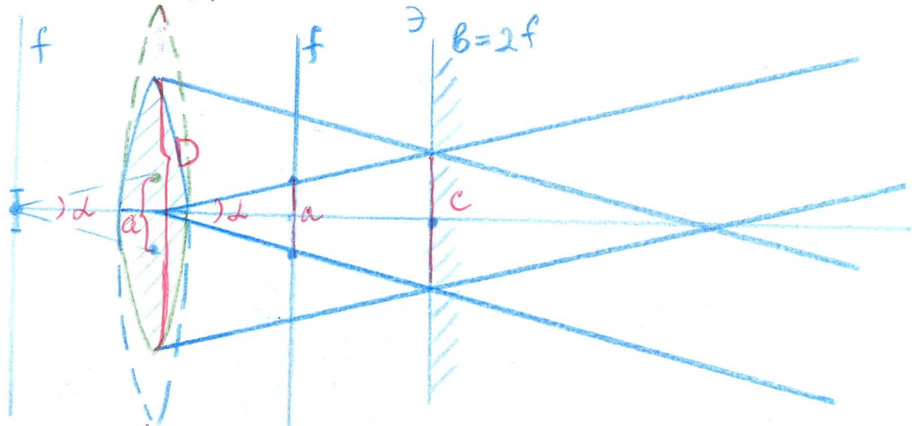
Ответ: $b = \frac{\lambda(L-3f)}{6a}.$

N 5.77.

Дано:
$a = 1$ мм
$D = 5$ см
$f = 25$ см
$\lambda = 0{,}64$ мкм
$b = 50$ см.

а) $\Delta x = ?$
$N_{max} = ?$

б) $h_{max} = ?$

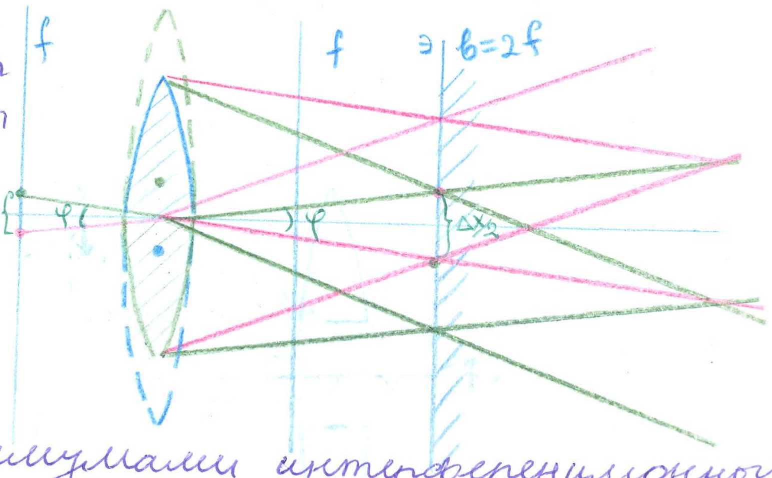


а) $\Delta x = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{\lambda f}{a} = 0{,}16$ мм

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{a}{f} \\ \alpha &= \frac{c}{2f} \end{aligned}\right| \Rightarrow c = 2a.$$

$$N_{max} = \left[\frac{c}{\Delta x}\right] + 1 = \left[\frac{2a^2}{\lambda f}\right] + 1 = 13.$$

б) Интерференционные полосы на экране будут наблюдаться еще достаточно отчетливо, когда расстояние между главными максимумами интерференционных картин от крайних элементарных щелей будет равно $\Delta x/2$!



$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{h_{max}}{f} \\ \varphi &= \frac{\Delta x/2}{2f} \end{aligned}\right| \Rightarrow h_{max} = \frac{\Delta x}{\varphi} = \frac{\lambda f}{4a} = 37 \text{ мкм}.$$

Ответ: а) $\Delta x = \frac{\lambda f}{a} = 0{,}16$ мм, $N_{max} = 13$.
б) $h_{max} = \frac{\lambda f}{4a} = 37$ мкм.

N 222.

$D = 6$ см (см 221)

1) При каком положении экрана инт. полосы исчезнут?

2) При каком положении экрана число инт. полос будет max и чему оно равно?

Пусть наибольшая диагональ ромба интерференции $= L$, значит наибольшее число полос будет наблюдаться на экране, когда он будет расположен на расстоянии $L/2$ от центра линзы

Меньшая диагональ ромба $= \frac{D}{2}$.

$$\Longrightarrow N_{max} = \frac{D}{2\Delta x} = 60$$

На расстоянии L от центра билинзы интерференционных полос на экране наблюдаться не будет.

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{D/4}{L/2} \Rightarrow L = \frac{D}{\varphi}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{a/2}{f} \Rightarrow \varphi = \frac{a}{f}$$

$$\Rightarrow L = \frac{Df}{a} = 50\text{ м.}$$

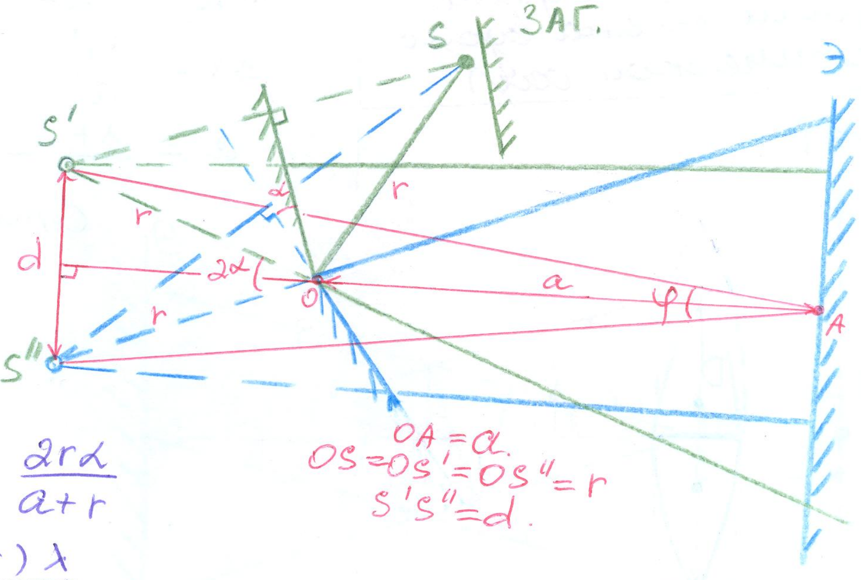
Ответ: 1) $L = \frac{Df}{a} = 50$ м

2) $\frac{L}{2} = 25$ м, $N_{max} = \frac{D}{2\Delta x} = 60$

N 5.76.

Дано:
$\alpha = 2{,}0'$
$\Delta x = 0{,}55$ мм

$\lambda = ?$



$$d = 2r\sin\alpha = 2r\alpha$$

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{r\alpha}{a + r\cos\alpha} = \frac{r\alpha}{a+r} \Rightarrow \varphi = \frac{2r\alpha}{a+r}$$

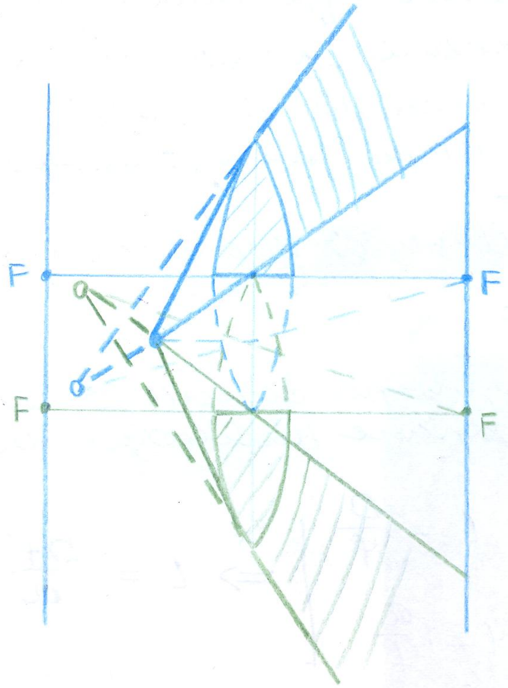
$$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{(a+r)\lambda}{2r\alpha}$$

Т.к. по условию на зеркала падает плоская волна $\Rightarrow r \to \infty \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} \Rightarrow \lambda = \Delta x 2\alpha = 0{,}64$ мкм.

Ответ: $\lambda = \Delta x 2\alpha = 0{,}64$ мкм.

N 220

Дано: источник света располагается между билинзой и главным фокусом.
Будет ли наблюдаться интерференция на экране?



Ответ:
Интерференционных полос на экране не будет, потому что пучки, идущие от обеих половин билинзы, не перекрываются!

N 221

Дано: $f = 50$ см,
a, $\lambda = 6000$ Å,
$\Delta x = 0{,}5$ мм (не изменяется при перемещении экрана вдоль оптической оси)

$a = ?$

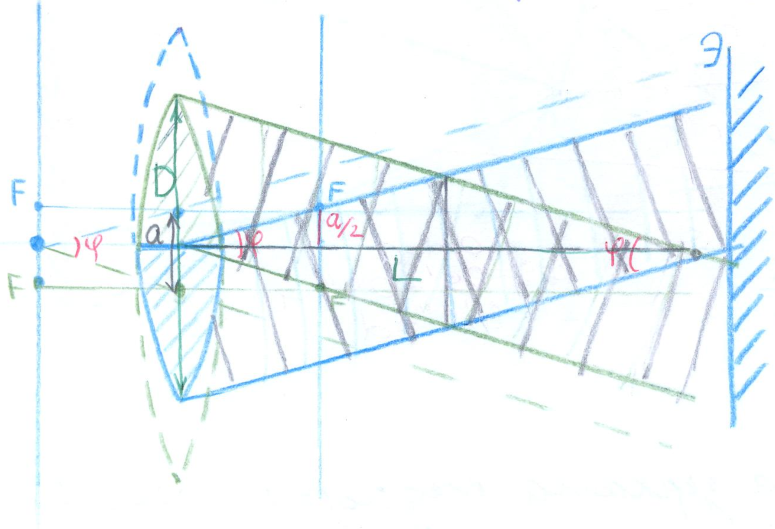
$$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi}$$

$$tg\frac{\varphi}{2} = \frac{a}{2f} \Rightarrow \varphi = \frac{a}{f}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda f}{a}$$

$$a = \frac{\lambda f}{\Delta x} = 0{,}6 \text{ мм}.$$

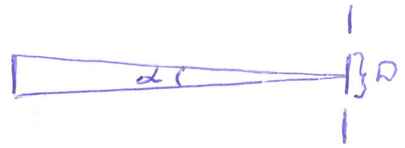
Ответ: $a = \frac{\lambda f}{\Delta x} = 0{,}6$ мм.



N226.

Дано:
$\alpha \approx 0{,}01$ рад.
$\lambda \approx 0{,}5$ мкм.

$D = ?$



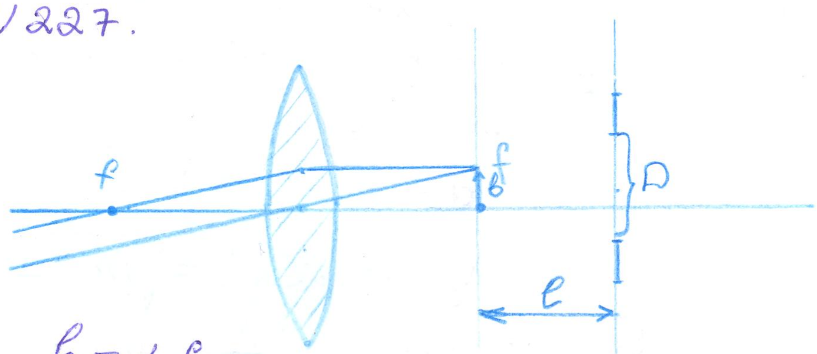
$$D < h_{ког} = \frac{\lambda}{\alpha} \approx 0{,}05 \text{ мм}.$$

Ответ: $D < \frac{\lambda}{\alpha} \approx 0{,}05$ мм

N227.

Дано: $f = 50$ мм
$D = 1$ мм

$l = ?$



$$b = \alpha f$$

$$D < h_{ког.} = \frac{\lambda l}{b}, \quad l > \frac{Db}{\lambda} = \frac{\alpha f D}{\lambda} \approx 100 \text{ см}$$

Ответ: $l > \frac{D\alpha f}{\lambda} \approx 100$ см.

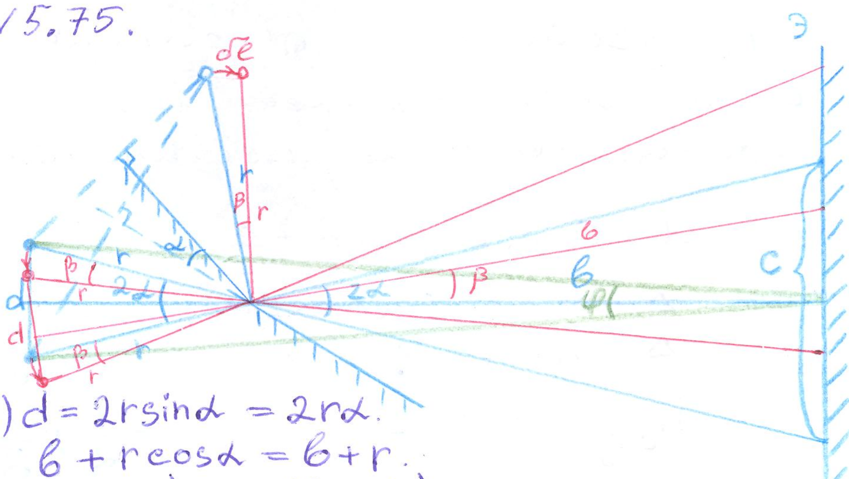
N5.75.

Дано:
$\alpha = 12'$, $r = 10$ см,
$b = 130$ см,
$\lambda = 0{,}55$ мкм.

а) Δx, $N_{max} = ?$

б) ΔX при смещении щели на $\delta l = 1$ мм по дуге радиуса r с центром в т. О.

в) при какой ширине щели h_{max} интерф. кар. будет наблюдаться еще достаточно отчетливо?



а) $d = 2r\sin\alpha = 2r\alpha$.

$b + r\cos\alpha = b + r$.

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{(b+r)\lambda}{2r\alpha} = 1{,}1 \text{ мм}.$$

$$N_{max} = \left[\frac{c}{\Delta x}\right] + 1, \quad c = 2\alpha b \Rightarrow N_{max} = \left[\frac{4\alpha^2 r b}{(b+r)\lambda}\right] + 1 = 9.$$

б) $$\beta = \frac{\delta l}{r}, \quad \Delta X = b\sin\beta = b\beta = \frac{b\,\delta l}{r} = 13 \text{ мм}.$$

в) картина будет еще достаточно отчетлива, если $\Delta X \le \Delta x/2 \Rightarrow \frac{b\,\delta l}{r} \le \frac{(b+r)\lambda}{4r\alpha} \Rightarrow$

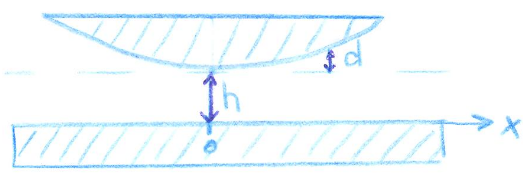
$$h_{max} = \delta l \le \frac{(1 + r/b)\lambda}{4\alpha} = 43 \text{ мкм}$$

Ответ: а) $\Delta x = \frac{(b+r)\lambda}{2r\alpha} = 1{,}1$ мм, $N_{max} = 9$; б) $\Delta X = \frac{b\,\delta l}{r} = 13$ мм; в) $h_{max} \le \frac{(1 + r/b)\lambda}{4\alpha} = 43$ мкм

N 251.

Дано: h

что будет происходить с кольцами Ньютона при изменении h?



$$d = \frac{x^2}{2R}, \quad \Delta = 2(d+h) + \frac{\lambda}{2}$$

② $\Delta = m\lambda$ – светлые кольца.

$$m\lambda = 2(d+h) + \frac{\lambda}{2}$$

$$d = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} - h.$$

$$x_c = \sqrt{d}\sqrt{2R} = \sqrt{\left(m-\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} - h}\,\sqrt{2R}$$

① $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ – тёмные кольца

$$d = \frac{m\lambda}{2} - h.$$

$$x_m = \sqrt{\frac{m\lambda}{2} - h}\,\sqrt{2R}$$

При увеличении h кольца Ньютона сжимаются к центру. При уменьшении h кольца Ньютона расширяются от центра.

при $d = 0$. $\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2}$

$\Delta = m\lambda$ – светлый центр

$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ – тёмный центр.

$$h_{c.ц.} = \frac{m\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}.$$

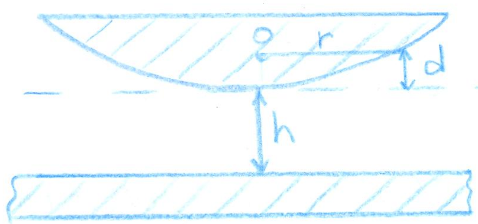
$$h_{т.ц.} = \frac{m\lambda}{2}$$

Центр картины попеременно будет тёмным и светлым!

N 252.

Дано:
$\lambda_1 = 5890$ Å
$\lambda_2 = 5896$ Å

Как будет меняться резкость колец Ньютона при изменении h?



Двум длинам волн соответствуют две системы колец Ньютона с незначительно отличающимися размерами. Если линза соприкасается с поверхностью пластинки, то в центре картины светлые (тёмные) кольца одной системы практически совпадают со светлыми (тёмными) кольцами другой системы. Поэтому вблизи центра кольца видны почти так же резко, как при монохроматическом свете. Но при удалении от центра светлое кольцо одной системы может совпасть по положению с тёмным кольцом другой системы. В этом месте кольца Ньютона не будут видны, а в окрестности этого места они будут видны не резко.

Определим номер N светлого кольца для длины волны λ_2, которое совпадает по положению с $(N+1)$ тёмным кольцом для длины волны λ_1. Первому темному кольцу для длины волны λ_1 соответствует разность хода $\lambda_1/2$, второму — $\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2}$
$\Rightarrow (N+1)$-му — $N\lambda_1 + \lambda_1/2$ (см N251 ① при $m = 0, 1, N$)

$$N\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2} = N\lambda_2 \Rightarrow N = \frac{\lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = 490$$

Кольца пропадут в окрестности 490 кольца.
Но в месте, где совпадут по положению M светлое кольцо для длины волны λ_2 и $(M+1)$ светлое кольцо для длины волны λ_1 кольца будут резкими! $M\lambda_2 = (M+1)\lambda_1 \Rightarrow M = \frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} = 980$

$\Rightarrow$ в окрестности $(2m+1)\frac{\lambda_1}{2\Delta\lambda}$ кольца́ кольца пропадут.

$\frac{m\lambda_1}{\Delta\lambda}$ кольца́ кольца будут резкими.

При удалении линзы от пластинки кольца стягиваются к центру (см 251 X_c, X_m)
а центральные пятна для волн с длинами λ_1 и λ_2 будут попеременно темными и

светлыми в зависимости от h (см. 251 $h_{c.y.}$, $h_{m.y.}$).

В зависимости от h центральные пятна могут исчезать или давать резкое пятно в центре картины.

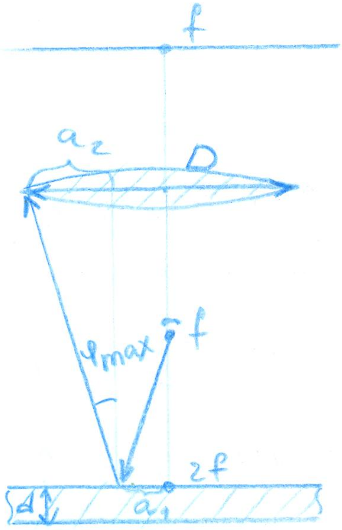
при $h_1 = \dfrac{(2m+1)\lambda_1^2}{4\Delta\lambda} \approx \dfrac{(2m+1)\lambda_1\lambda_2}{4\Delta\lambda} - \dfrac{\lambda_2}{4}$ пятна исчезают

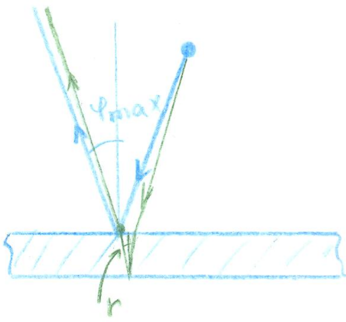
при $h_2 = \dfrac{\left(\frac{m\lambda_1}{\Delta\lambda}+1\right)\lambda_1}{2} - \dfrac{\lambda_1}{4} \approx \dfrac{m\lambda_1\lambda_2}{2\Delta\lambda} - \dfrac{\lambda_2}{4}$ резкое пятно.

N 256.

Дано:
$D = 8$ см.
$\lambda = 6000\ \mathring{A}$
$d = 1,6$ мм.
$n = 1,5$
$f = 40$ см

$N = ?$





$$a_1 + a_2 = \frac{D}{2}, \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{f}{2f} \Rightarrow \frac{a_2}{2} + a_2 = \frac{D}{2}$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{D}{3}.$$

$$\varphi_{max} = \frac{D}{6f}$$

$$r = \frac{\varphi_{max}}{n}$$

$$\Delta_1 = 2dn + \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}\left(2(m+N)+1\right)$$

$$\Delta_m = 2dn\cos r + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}.$$

$$-2dn\cos r + 2dn = N\lambda$$

$$4dn\frac{r^2}{4} = N\lambda.$$

$$r^2 = \frac{N\lambda}{dn} = \frac{\varphi_{max}^2}{n^2} \Rightarrow$$

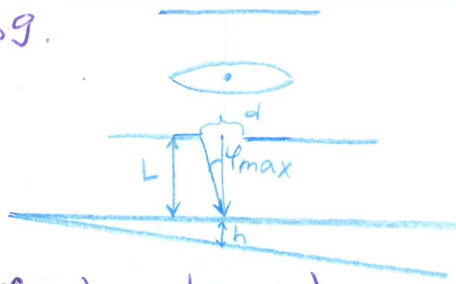
$$N = \frac{D^2 d}{36 f^2 n\lambda} = 2.$$

Ответ: $N = \dfrac{D^2 d}{36 f^2 n \lambda} = 2.$

№ 239.

Дано:
$n = 1{,}5$
$\lambda = 5000\ \mathring{A}$
$d = 1$ см
$L = 50$ см.
г.о.о. $\perp$ к к.

$N = ?$



$$\Delta(\varphi=0) = 2hn + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta(\varphi_{max}) = 2hn\cos r + \frac{\lambda}{2}$$

$$\varphi_{max} = \frac{d}{2L}, \quad r = \frac{\varphi_{max}}{n}$$

$$2hn - 2nh\cos r \le \frac{\lambda}{8}$$ – условие достаточной четкости интерференционной картины.

$$2hn\,2\sin^2\left(\frac{r}{2}\right) \le \frac{\lambda}{8}.$$

$$hnr^2 \le \frac{\lambda}{8}.$$

$$h = \frac{\lambda}{8nr^2} = \frac{\lambda}{8n\frac{\varphi_{max}^2}{n^2}} = \frac{n\lambda}{8\frac{d^2}{4L^2}} = \frac{n\lambda L^2}{2d^2}$$

При переходе от одного порядка интерференции к другому h меняется на Δh:

$$\Delta_1(\varphi=0) = 2h_1 n + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}.$$

$$\Delta_2(\varphi=0) = 2h_2 n + \frac{\lambda}{2} = (2(m+1)+1)\frac{\lambda}{2}.$$

$$\Delta_2 - \Delta_1 = 2h_2 n - 2h_1 n = \lambda. \Rightarrow \Delta h = \frac{\lambda}{2n}.$$

$$N = \frac{h}{\Delta h} = \left(\frac{Ln}{d}\right)^2$$

Ответ: $N = \left(\frac{Ln}{d}\right)^2$

N 616

$u = 1800$ км/ч.	
$\Delta\omega = 2$ кГц.	
$\lambda - ?$	

$$\omega_{п1} = \omega_и$$

$$\omega_{пс} = \omega_и \frac{(1 + u/c)}{\sqrt{1-\beta^2}} \underset{\beta^2 \ll 1}{=} \omega_и (1 + u/c)$$

$$\omega_{пс} = \omega_{ис}.$$

$$\omega_{п2} = \omega_{ис} \frac{(1 + u/c)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \omega_{ис}(1 + u/c) =$$

$$= \omega_и \left(1 + \frac{u}{c}\right)^2$$

$$\Delta\omega = \omega_{п2} - \omega_{п1} = \frac{\omega_и 2u}{c} \Rightarrow \omega_и = \frac{\Delta\omega c}{2u},$$

$$\frac{\cancel{c}}{\lambda} = \frac{\Delta\nu \cancel{c}}{2u} \Rightarrow \lambda = \frac{2u}{\Delta\nu} = 50 \text{ см}.$$

Ответ: $\lambda = \frac{2u}{\Delta\nu} = 50$ см.

N 612.

Дано:
$\lambda = 6500$ Å
$\Delta\lambda = ?$

$$\omega_{п1} = \omega_и \frac{(1 + u/c)}{\sqrt{1-\beta^2}} \underset{\beta^2 \ll 1}{=} \omega_и (1 + u/c)$$

$$\omega_{п2} = \omega_и \frac{(1 - u/c)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \omega_и (1 - u/c)$$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{(1 + u/c)}, \quad \lambda_2 = \frac{\lambda}{(1 - u/c)}$$

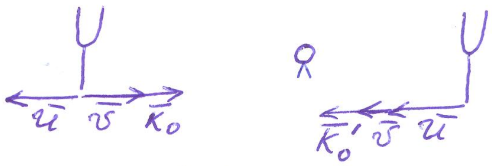
$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\cancel{\lambda} + \lambda u/c - \cancel{\lambda} + \lambda u/c}{1 - \underbrace{(u/c)^2}_{\ll 1}} = \frac{2\lambda u}{c} = 1{,}1 \text{ Å}$$

Ответ: $\Delta\lambda = \frac{2\lambda u}{c} = 1{,}1$ Å

N 4.204.

Дано: $\omega_{биений} = 2{,}0$ Гц, $\omega_и = 680$ Гц, $v = 340$ м/с

u – ?



$$\boxed{\frac{\omega_п}{\omega_и} = \frac{1-(\vec{k}_0, \vec{v}_п)/u}{1-(\vec{k}_0, \vec{v}_и)/u}}$$

$$\omega_{п1} = \omega_и\left(\frac{1}{1+u/v}\right)$$

$$\omega_{п2} = \omega_и\left(\frac{1}{1-u/v}\right)$$

$$\omega_{биений} = \omega_{п2} - \omega_{п1} = \omega_и\left(\frac{1}{1-u/v} - \frac{1}{1+u/v}\right) = \frac{2\omega_и u v}{v^2 - u^2}$$

$$\omega_{биений} u^2 + 2\omega_и u v - \omega_{биений} v^2 = 0$$

$$u = \frac{-2\omega_и v \pm \sqrt{4\omega_и^2 v^2 + 4\omega_б^2 v^2}}{2\omega_б}$$

$$u > 0: \quad u = \frac{v\omega_и}{\omega_б}\left(\underbrace{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_б}{\omega_и}\right)^2}}_{\approx\, 1+\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_б}{\omega_и}\right)^2} - 1\right) \approx \frac{v\omega_б}{2\omega_и} = 0{,}5 \text{ м/с}$$

Ответ: 0,5 м/с.

N 5.245.

Дано:
$\lambda = 50{,}0$ см.
$\Delta\omega = 1{,}00$ кГц.

u – ?

$$\omega_{п1} = \omega_и$$

$$\omega_{пс} = \omega_и\frac{(1+u/c)}{\sqrt{1-\beta^2}} \underset{\beta^2 \ll 1}{=} \omega_и(1+u/c)$$

$$\omega_{пс} = \omega_{ис}$$

$$\omega_{п2} = \omega_{ис}\frac{(1+\frac{u}{c})}{\sqrt{1-\beta^2}} = \omega_{ис}\left(1+\frac{u}{c}\right) = \omega_и(1+u/c)^2$$

$$\Delta\omega = \omega_{п2} - \omega_{п1} = \omega_и\frac{2u}{c} \Rightarrow \omega_и = \frac{\Delta\omega c}{2u},$$

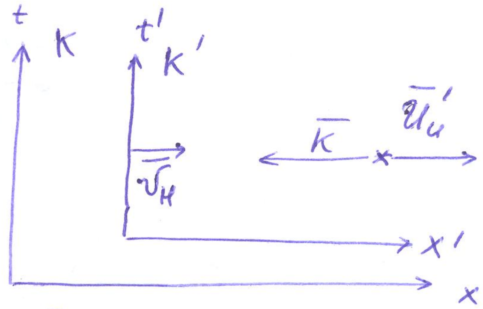
$$\frac{\cancel{c}}{\lambda} = \frac{\Delta\omega \cancel{c}}{2u} \Rightarrow u = \frac{\lambda\Delta\omega}{2} \approx 900 \text{ км/ч}.$$

Ответ: $u = \frac{\lambda\Delta\omega}{2} \simeq 900$ км/ч.

N 5.250.

Дано:
в л.с.о. $v_н = \frac{c}{2}$, $u_и = \frac{3c}{4}$, $\omega_и$

$\omega_н = ?$



$$u_и' = \frac{u_и - v_н}{1 - \frac{u_и v_н}{c^2}} = \frac{\frac{3c}{4} - \frac{c}{2}}{1 - \frac{\frac{3c}{4}\frac{c}{2}}{c^2}} = \frac{2}{5}c$$

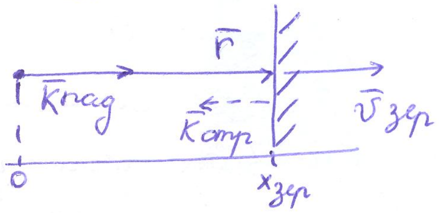
$$\omega_н = \frac{\omega_и(1 - \frac{2}{5}\frac{c}{c})}{\sqrt{1 - (\frac{2}{5}\frac{c}{c})^2}} = \frac{\omega_и \frac{3}{5}}{\sqrt{\frac{21}{5}}} = \omega_и\sqrt{\frac{3}{7}}$$

Ответ: $\omega_н = \omega_и\sqrt{\frac{3}{7}}$

N602.

Дано:
ω, $v_{зер}$.

$\omega'(v_{зер}) = ?$



$S_{пад} = A\cos(\omega t - (\vec{k}_{пад}, \vec{r}))$

$S_{отр} = A'\cos(\omega' t - (\vec{k}_{отр}, \vec{r}))$

$|\vec{k}_{пад}| = \frac{\omega}{c}$, $|\vec{k}_{отр}| = \frac{\omega'}{c}$.

$|\vec{r}| = x_{зер} = v_{зер} t$.

$S_{пад} = A\cos(\omega t - \frac{\omega}{c} v_{зер} t)$, $S_{отр} = A'\cos(\omega' t + \frac{\omega'}{c} v_{зер} t)$

В силу граничных условий поля падающей и отраженной волны связаны между собой однородной линейной зависимостью с коэффициентом, не зависящим от t.

$S_{пад} = n S_{отр}$, $n = const$

$A\cos(\omega t - \frac{\omega}{c} v_{зер} t) = n A'\cos(\omega' t + \frac{\omega'}{c} v_{зер} t)$

Но это возможно только при равенстве фаз падающей и отраженной волн $\Rightarrow$

$$\omega t - \frac{\omega}{c} v_{зер} t = \omega' t + \frac{\omega'}{c} v_{зер} t$$

$$\omega(1 - \frac{v_{зер}}{c}) = \omega'(1 + \frac{v_{зер}}{c})$$

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{(1 - \frac{v_{зер}}{c})}{(1 + \frac{v_{зер}}{c})} = \frac{(1 + \frac{v_{зер}}{c} - 2\frac{v_{зер}}{c})}{1 + v_{зер}/c} = 1 - \frac{2\frac{v_{зер}}{c}}{\underbrace{1 + v_{зер}/c}_{\approx 1}} \approx$$

$$\approx 1 - 2\frac{v_{зер}}{c}$$

Ответ: $\frac{\omega'}{\omega} = 1 - 2\frac{v_{зер}}{c}$

N 5.252.

Дано:

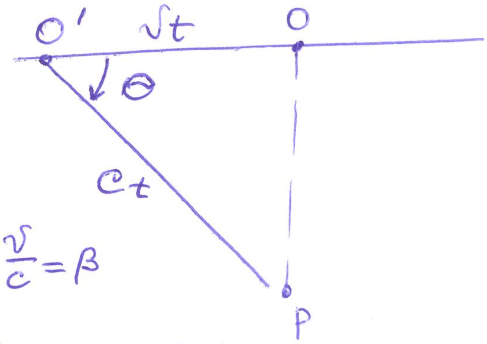
$\omega_0 = 3{,}0 \cdot 10^{10}\ c^{-1}$

$v = 0{,}8c$.

ℓ

а) $\omega = ?$ когда источник окажется в т. O

б) $\omega = ?$ когда наблюдатель видит его в т. O.



$\cos\theta = \frac{v}{c} = \beta$

а) когда источник окажется в т. O, то свет приходящий в т P. распространяется из т O', которая находится на расстоянии vt от т. O. Свет будет распространяться по прямой $O'P = ct$.

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v}{c}\cos\theta}$$

$\cos\theta = \beta \Rightarrow \omega = \omega_0 / \sqrt{1-\beta^2}$

б) когда наблюдатель увидит источник в т. O, то $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta = 0$.

$$\omega = \omega_0\sqrt{1-\beta^2}$$

Ответ: а) $\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ б) $\omega = \omega_0\sqrt{1-\beta^2}$

№ 4.171

Дано:

$\xi = a\cos(\omega t - \alpha x - \beta y - \gamma z)$

$\bar{k}$ – ?

$|\bar{v}|$ – ?

$$\xi = a\cos(\omega t - \alpha x - \beta y - \gamma z)$$

$$\left.\begin{array}{l}(\bar{k}, \bar{r}) = \alpha x + \beta y + \gamma z \\ \bar{r} = \bar{e}_1 x + \bar{e}_2 y + \bar{e}_3 z\end{array}\right| \Rightarrow$$

$$\bar{k} = \bar{e}_1 \alpha + \bar{e}_2 \beta + \bar{e}_3 \gamma$$

$$|\bar{k}| = \frac{\omega}{|\bar{v}|} \Rightarrow |\bar{v}| = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}$$

Ответ: $\bar{k} = \bar{e}_1 \alpha + \bar{e}_2 \beta + \bar{e}_3 \gamma$; $|\bar{v}| = \dfrac{\omega}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}}$

№ 5.223

Дано:

а) $v \sim \dfrac{1}{\sqrt{\lambda}}$

б) $v \sim k$

в) $v \sim \dfrac{1}{\omega^2}$

$u(v) = ?$

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad u = \frac{d\omega}{dk} \Rightarrow u = \frac{d vk}{dk} = v + k\frac{dv}{dk} =$$

$$= v + \frac{2\pi}{\lambda}\frac{dv}{d\frac{2\pi}{\lambda}} = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda} \text{ формула Рэлея.}$$

а) $u = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda}} - \lambda\dfrac{d\frac{1}{\sqrt{\lambda}}}{d\lambda} = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda}} + \dfrac{\lambda}{2\lambda^{3/2}} = \dfrac{3}{2\sqrt{\lambda}} = \dfrac{3v}{2}$

б) $u = \dfrac{d(k^2)}{dk} = 2k = 2v$

в) $u = \dfrac{d\omega}{d(\omega^3)} = \dfrac{1}{3\omega^2} = \dfrac{v}{3}$

Ответ: а) $u = \dfrac{3v}{2}$; б) $u = 2v$; в) $u = \dfrac{v}{3}$.

№ 583

Дано:

1) $v = a$

2) $v = a\sqrt{\lambda}$

3) $v = a/\sqrt{\lambda}$

4) $v = a/\lambda$

5) $v = \sqrt{c^2 + b^2\lambda^2}$

6) $v = c\omega/\sqrt{\omega^2 \varepsilon(\omega)\mu(\omega) - c^2\alpha^2}$

$u(v) = ?$

1) $v = a$: $u = \dfrac{d\omega}{dk} = a\dfrac{dk}{dk} = a = v$

2) $v = a\sqrt{\lambda}$:

$$u = a\sqrt{\lambda} - \lambda a\frac{d\sqrt{\lambda}}{d\lambda} =$$

$$= a\sqrt{\lambda} - \frac{a\sqrt{\lambda}}{2} = \frac{a\sqrt{\lambda}}{2} = \frac{v}{2}.$$

3) $v = a/\sqrt{\lambda}$:

$$u = \frac{a}{\sqrt{\lambda}} - \lambda a\frac{d\frac{1}{\sqrt{\lambda}}}{d\lambda} = \frac{a}{\sqrt{\lambda}} + \frac{a}{2\sqrt{\lambda}} =$$

$$= \frac{3a}{2\sqrt{\lambda}} = \frac{3}{2}v$$

4) $v = a/\lambda$: $u = a/\lambda - \lambda a\dfrac{d\frac{1}{\lambda}}{d\lambda} = \dfrac{a}{\lambda} + \dfrac{a}{\lambda} = \dfrac{2a}{\lambda} = 2v$

5) $v = \sqrt{c^2+b^2\lambda^2}$: $u = \sqrt{c^2+b^2\lambda^2} - \lambda\dfrac{d\sqrt{c^2+b^2\lambda^2}}{d\lambda} = \sqrt{c^2+b^2\lambda^2} -$

$$- \frac{b^2\lambda^2}{\sqrt{c^2+b^2\lambda^2}} = \frac{c^2}{\sqrt{c^2+b^2\lambda^2}} = \frac{c^2}{v}$$

6) $v = \dfrac{c\omega}{\sqrt{\omega^2\varepsilon(\omega)\mu(\omega) - c^2\alpha^2}}$: $\dfrac{1}{u} = \dfrac{dk}{d\omega} = \dfrac{d\frac{\omega}{v}}{d\omega} = \dfrac{1}{c}\dfrac{d\sqrt{\dots}}{d\omega} =$

$$= \frac{1}{c}\frac{\left(2\omega\varepsilon\mu + \omega^2\frac{d(\mu\varepsilon)}{d\omega}\right)}{2\sqrt{\dots}} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{c\omega}{\sqrt{\dots}}\varepsilon\mu + \frac{c\omega}{2\sqrt{\dots}}\omega\frac{d(\mu\varepsilon)}{d\omega}\right) =$$

$$= \frac{1}{c^2} v \left(\varepsilon\mu + \frac{\omega \frac{d(\mu\varepsilon)}{d\omega}}{2} \right)$$

$$u = \frac{1}{\varepsilon\mu} \frac{c^2}{v\left(1+\frac{\omega}{2\varepsilon\mu}\frac{d(\varepsilon\mu)}{d\omega}\right)}$$

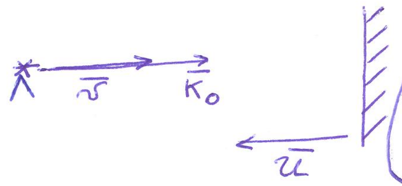
Ответ: 1) $u = v$; 2) $u = \frac{v}{2}$; 3) $u = \frac{3}{2}v$; 4) $u = 2v$; 5) $u = \frac{c^2}{v}$;

6) $u = \frac{1}{\varepsilon\mu} \frac{c^2}{v\left\{1+\frac{\omega}{2\varepsilon\mu}\frac{d(\varepsilon\mu)}{d\omega}\right\}}$

№ 4.208

Дано: $u = 33$ см/с. $v = 330$ м/с

Как и на сколько % изменится длина волны звука при отражении от стены.



Общая ф-ла

$$\boxed{\frac{\omega_п}{\omega_и} = \frac{1-(\vec k_0, \vec v_п)/u}{1-(\vec k_0, \vec v_и)/u}}$$

где u – скорость распростр. сигнала в среде!

Примем стену за приёмник:

$$\frac{\omega_п}{\omega_и} = 1 + u/v \Rightarrow \omega_п = \omega_и (1 + u/v)$$

Затем примем стену за новый источник, а источник за приёмник:

$$\omega_п = \omega_и', \quad \frac{\omega_п'}{\omega_и'} = \frac{1}{1 - u/v} \Rightarrow \omega_п' = \frac{\omega_и (1 + u/v)}{(1 - u/v)} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{v+u}{v-u}\right) \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \left(\frac{v-u}{v+u}\right) < 1 \Rightarrow$$ длина волны уменьшилась.

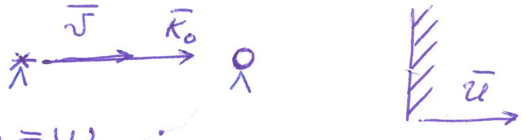
$$1 - \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{2u}{v+u} = 0{,}2\ \%.$$

Ответ: длина волны уменьшается на 0,2%

№ 4.209

Дано: $\omega_и = 1700$ Гц, $u = 6{,}0$ см/с, $v = 340$ м/с.

$\omega_{биений} = ?$



$$\omega_{п1} = \omega_и;$$

$$\omega_{пс} = \omega_и (1 - u/v), \quad \omega_{пс} = \omega_{ис};$$

$$\omega_{п2} = \omega_{ис}\left(\frac{1}{1 + u/v}\right) = \omega_и \frac{(1 - u/v)}{(1 + u/v)};$$

$$\omega_{биений} = \omega_{п1} - \omega_{п2} = \omega_и \left(1 - \left(\frac{1 - u/v}{1 + u/v}\right)\right) =$$

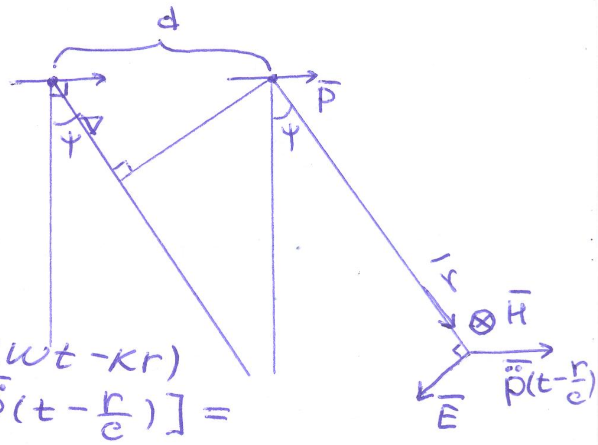
$$= \frac{2\omega_и u}{v+u} = 0{,}6 \text{ Гц}.$$

Ответ: 0,6 Гц.

N 1.

Дано: $\vec{d} = \frac{3}{2}\vec{\lambda}$; $\Delta\varphi = 0$.

Найти: д.н.



Решение: $\bar{p} = \bar{M}\cos\omega t$

$\ddot{\bar{p}}(t) = -\omega^2\bar{M}\cos\omega t$

$\ddot{\bar{p}}(t-\frac{r}{c}) = -\omega^2\bar{M}\cos(\omega t - kr)$

$$E(t) = \frac{1}{c^2 r}\bar{r}\times[\bar{r}\times\ddot{\bar{p}}(t-\frac{r}{c})] =$$

$$= -\frac{\omega^2\cos\psi\cos(\omega t-kr)}{c^2 r}\cdot\bar{r}\times\bar{M}' =$$

$$= -\frac{\omega^2\bar{M}''\cos\psi\cos(\omega t-kr)}{c^2 r}$$

$$E(t) = \frac{\omega^2 M\cos\psi\cos(\omega t-kr)}{c^2 r} = E_0\cos\psi\cos(\omega t-kr)$$

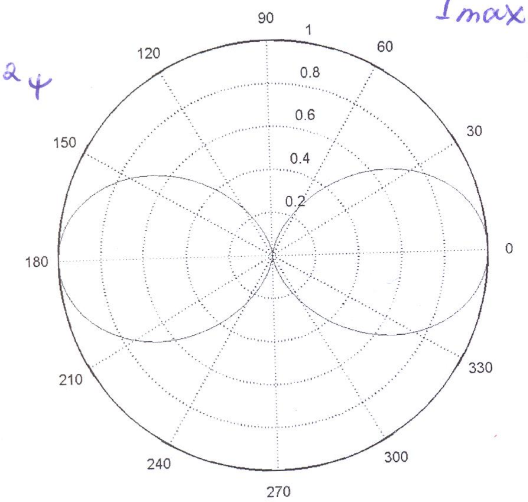
$E_1(t) = E_0\cos\psi\cos(\omega t-kr)$, $E_2(t) = E_0\cos\psi\cos(\omega t-kr-k\Delta)$

$$I = \langle(E_1(t)+E_2(t))^2\rangle = E_0^2\cos^2\psi\langle(\cos(\omega t-kr) + \cos(\omega t-kr-k\Delta))^2\rangle = 4E_0^2\cos^2\psi\cos^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right)\langle\cos^2(\omega t - kr - \frac{k\Delta}{2})\rangle = 2E_0^2\cos^2\psi\cos^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right) =$$

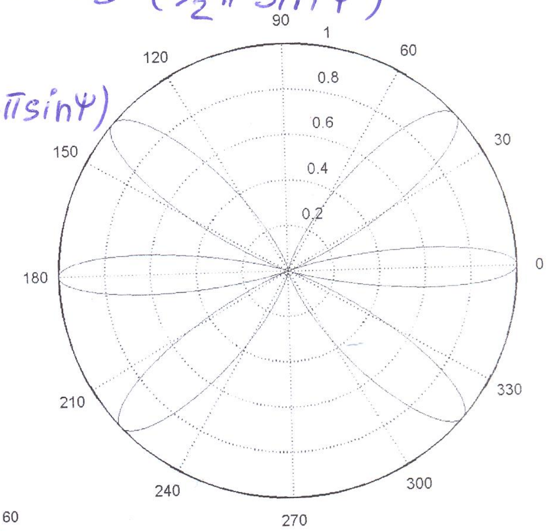
$$= 2E_0^2\cos^2\psi\cos^2\left(\tfrac{3}{2}\pi\sin\psi\right) = 2E_0^2\cos^2\psi\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d\cos(90-\psi)\right)$$

$I_{max} = 2E_0^2$, $f = \frac{I}{I_{max}} = \cos^2\psi\cos^2\left(\tfrac{3}{2}\pi\sin\psi\right)$

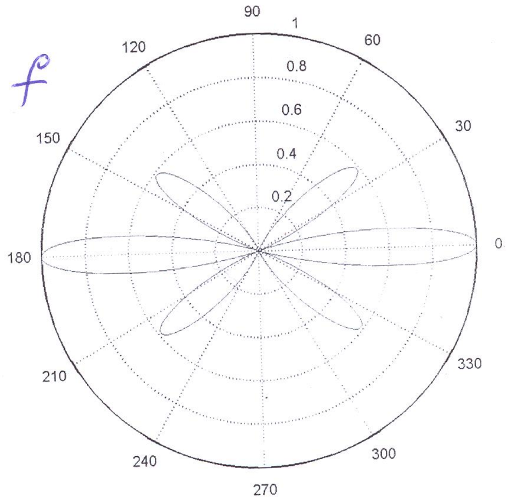
$\cos^2\psi$



$\cos^2(\frac{3}{2}\pi\sin\psi)$



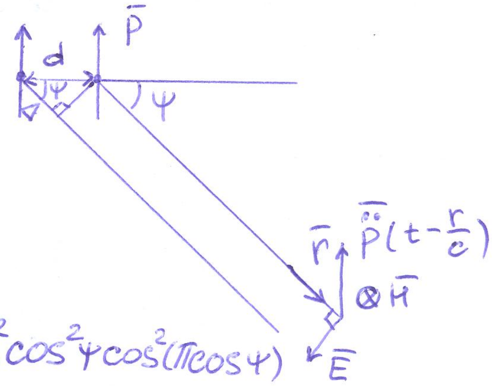
f



№2.

Дано: $\uparrow\ \uparrow$, $d=\lambda$, $\Delta\varphi = 0$.

Найти: д.н.



$$E_1(t) = E_0 \cos\psi \cos(\omega t - kr)$$

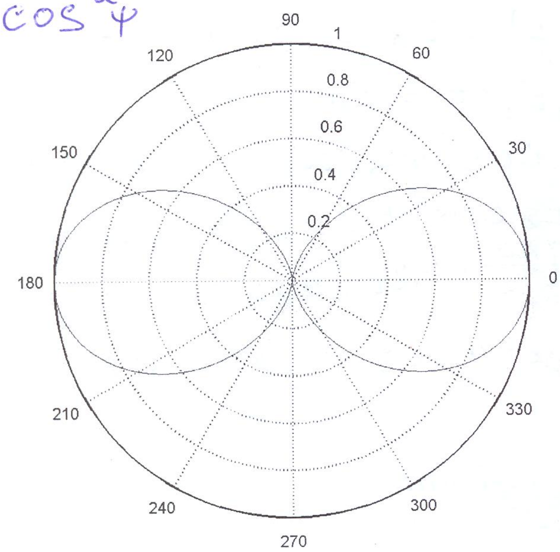
$$E_2(t) = E_0 \cos\psi \cos(\omega t - kr - k\Delta)$$

$$I = 2E_0^2 \cos^2\psi \cos^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right) =$$

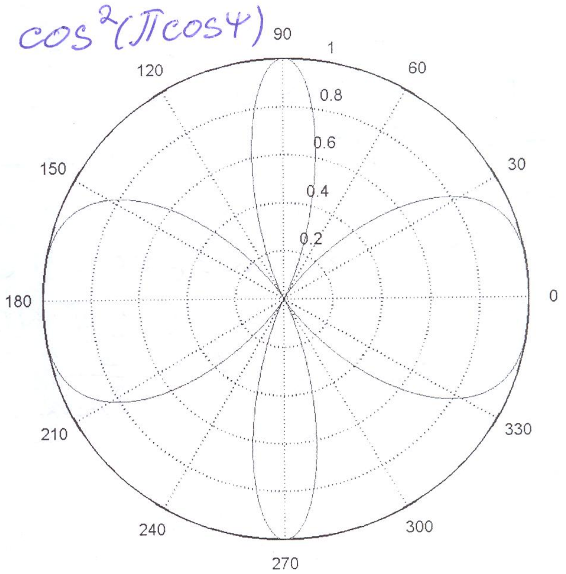
$$= 2E_0^2 \cos^2\psi \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d\cos\psi\right) = 2E_0^2\cos^2\psi\cos^2(\pi\cos\psi)$$

$$I_{max} = 2E_0^2, \quad f = \cos^2\psi \cos^2(\pi\cos\psi)$$

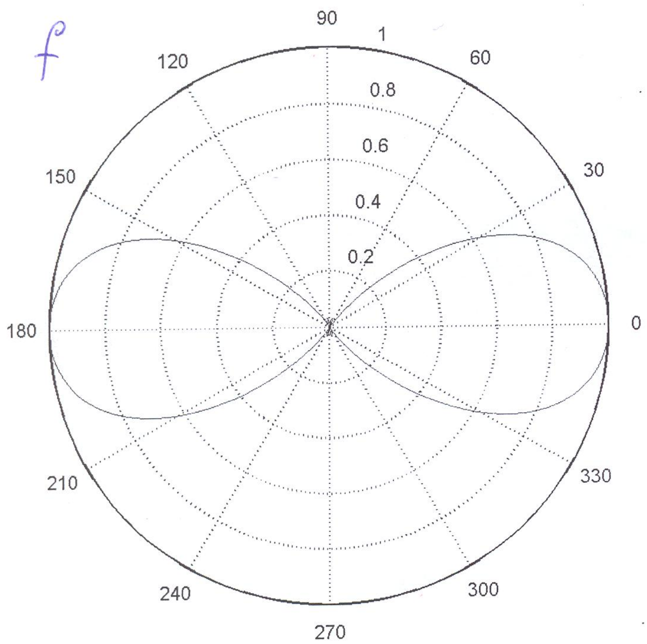
$\cos^2\psi$



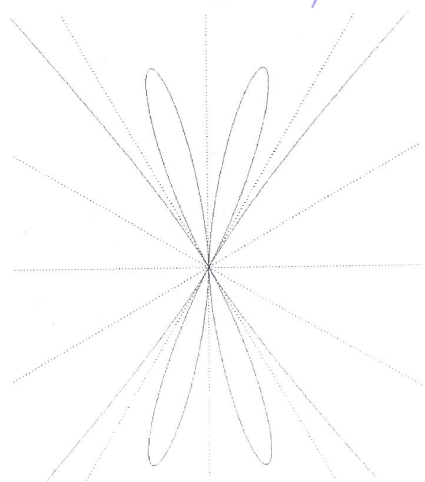
$\cos^2(\pi\cos\psi)$



f

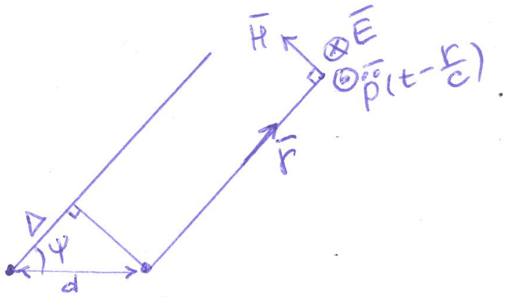


f (в центре)



№3

Дано: $d=\lambda$, $\Delta\varphi=\pi/2$ | Найти: д.н.



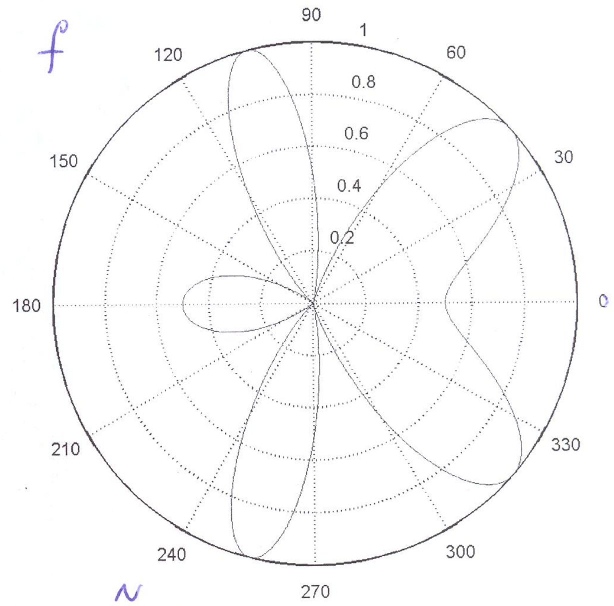
$E_1=E_0\cos(\omega t-kr)$

$E_2=E_0\cos(\omega t-kr-k\Delta-\Delta\varphi)$

$I=2E_0^2\cos^2\left(\frac{k\Delta+\Delta\varphi}{2}\right)=2E_0^2\cos^2(\pi(\cos\psi+1/4))$

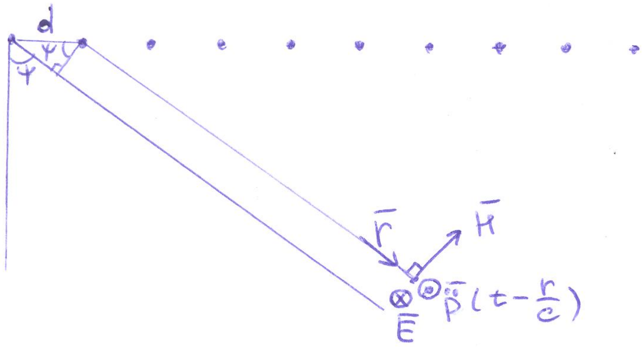
$I_{max}=2E_0^2$, $f=\cos^2(\pi(\cos\psi+\frac{1}{4}))$

f



№4

Дано: $N=10$, $d=\lambda/4$ | Найти: д.н.



$E_\Sigma=\sum_1^N E_0\cos(\omega t-kr+(N-1)\varphi)=$

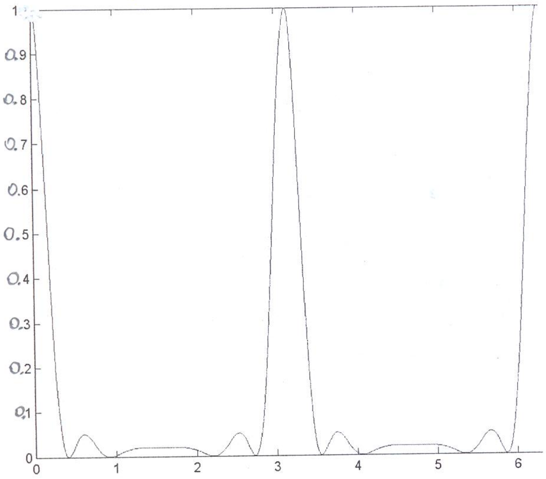
$=E_0\cos\left(\omega t-kr+\frac{(N-1)\varphi}{2}\right)\cdot\frac{\sin\frac{N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$

$I=\frac{E_0^2}{2}\left(\frac{\sin\frac{N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2$, $I_{max}=\frac{E_0^2}{2}N^2$, $f=\left(\frac{\sin\frac{N\varphi}{2}}{N\sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2$

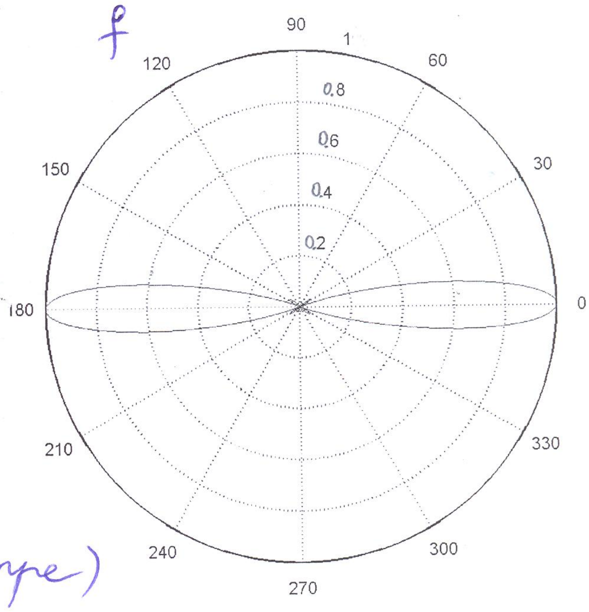
$\varphi=k\Delta=\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\psi=\frac{\pi}{2}\sin\psi$

$$f=\left(\frac{\sin(\frac{5\pi}{2}\sin\psi)}{10\sin(\frac{\pi}{4}\sin\psi)}\right)^2$$

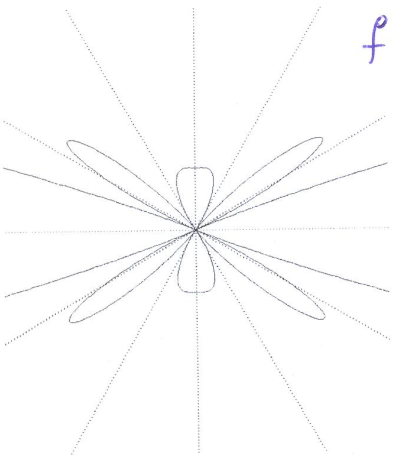
f (ЮСК)



f

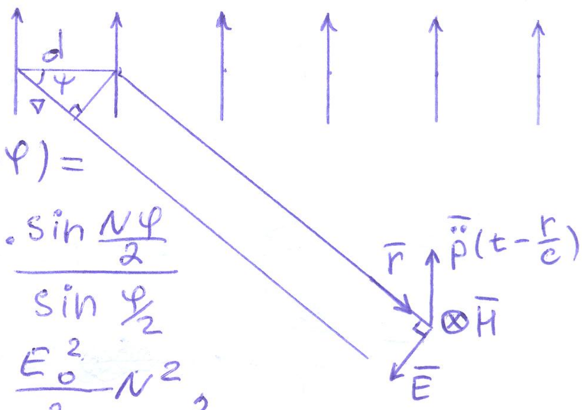


f (в центре)



N 5

Дано: $N=6$, $d=\lambda$; | Найти: д.н.



$$E_\Sigma = \sum_1^N E_0 \cos\psi \cos(\omega t - kr + (N-1)\varphi) =$$

$$= E_0 \cos\psi \cos\left(\omega t - kr + \frac{(N-1)\varphi}{2}\right) \cdot \frac{\sin\frac{N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$$

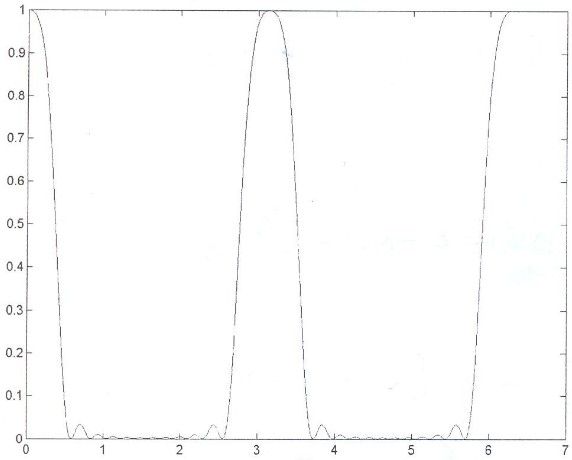
$$I = \frac{E_0^2 \cos^2\psi}{2} \left(\frac{\sin\frac{N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2, \quad I_{max} = \frac{E_0^2}{2} N^2,$$

$$f = \left(\frac{\cos\psi \cdot \sin\frac{N\varphi}{2}}{N \sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2$$

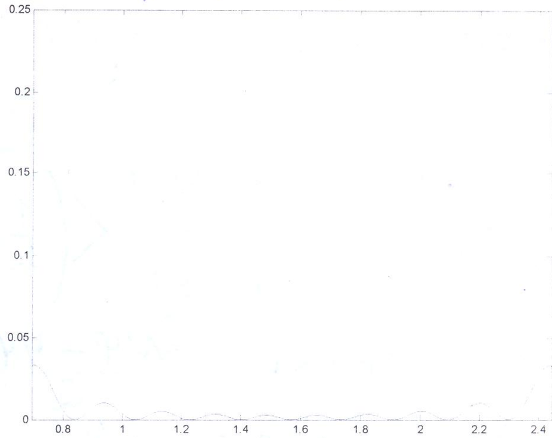
$$\varphi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \cos\psi = 2\pi \cos\psi$$

$$f = \left(\frac{\cos\psi \cdot \sin(6\pi\cos\psi)}{6 \sin(\pi\cos\psi)}\right)^2$$

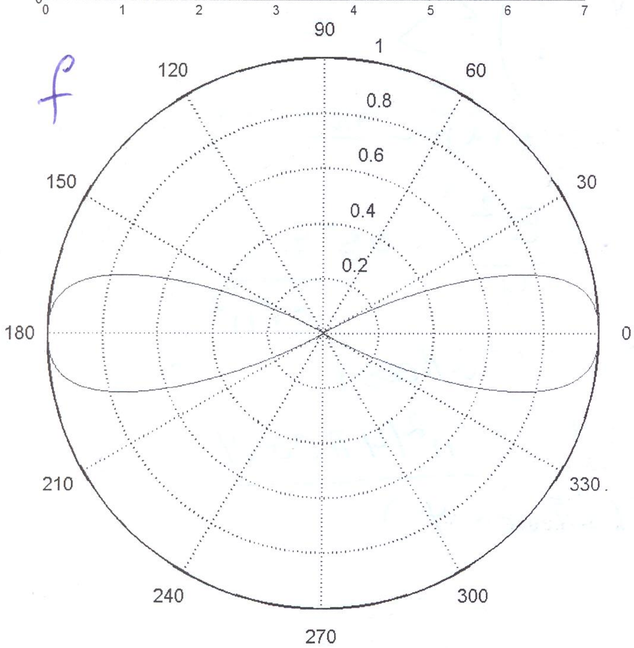
f (ДСК)



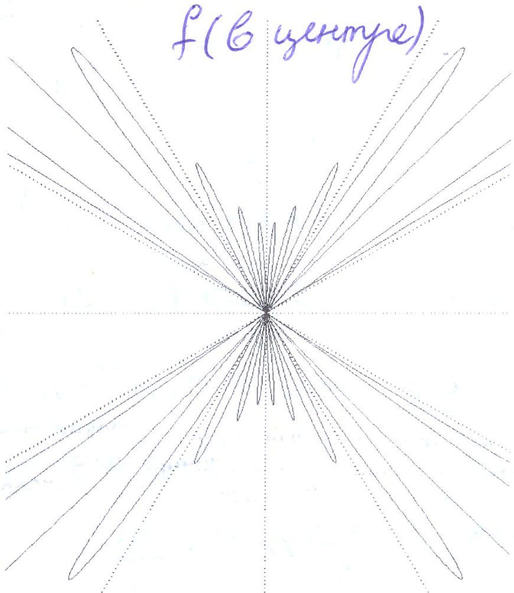
f+ (ДСК)



f



f (в центре)



N 319.

Дано: $3N$, каждый 3 убрали, d, $\uparrow\ \uparrow\ \uparrow$ .... (пусть будет как в N 5 для сравнения)

Найти: д.н.

$$E_\Sigma = \sum_1^{3N} E_0 \cos\psi \cos(\omega t - kr + (3N-1)\varphi) -$$

$$- \sum_1^{N} E_0 \cos\psi \cos(\omega t - kr + (N-1)\varphi') =$$

$$= E_0 \cos\psi \cos\left(\omega t - kr + \frac{(3N-1)\varphi}{2}\right) \cdot \frac{\sin\frac{3N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} -$$

$$- E_0 \cos\psi \cos\left(\omega t - kr + \frac{(N-1)\varphi'}{2}\right) \cdot \frac{\sin\frac{N\varphi'}{2}}{\sin\frac{\varphi'}{2}} =$$

$$= E_0 \cos\psi \sin\frac{3N\varphi}{2}\left(\frac{\cos\left(\omega t - kr + \frac{(3N-1)\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\varphi}{2}} - \frac{\cos\left(\omega t - kr + \frac{(N-1)3\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{3\varphi}{2}}\right)$$

$$I = E_0^2 \cos^2\psi \sin^2\frac{3N\varphi}{2} \left\langle \frac{\left(\cos\left(\omega t - kr + \frac{(3N-1)\varphi}{2}\right)\sin\frac{3\varphi}{2} - \cos\left(\omega t - kr + \frac{(N-1)3\varphi}{2}\right)\sin\frac{\varphi}{2}\right)^2}{\sin^2\frac{\varphi}{2}\sin^2\frac{3\varphi}{2}} \right\rangle =$$

$$= \frac{E_0^2 \cos^2\psi \sin^2\frac{3N\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\varphi}{2}\sin^2\frac{3\varphi}{2}} \left\langle \left(\frac{1}{2}\left[\sin\left(\omega t - kr + \frac{3N\varphi + 2\varphi}{2}\right) + \sin\left(-\omega t + kr - \frac{3N\varphi - 4\varphi}{2}\right)\right] - \frac{1}{2}\left[\sin\left(\omega t - kr + \frac{3N\varphi - 2\varphi}{2}\right) + \sin\left(-\omega t + kr - \frac{3N\varphi - 4\varphi}{2}\right)\right]\right)^2 \right\rangle =$$

$$= \frac{E_0^2 \cos^2\psi \sin^2\frac{3N\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\varphi}{2}\sin^2\frac{3\varphi}{2}} \left\langle \left(\frac{1}{\cancel{2}} \sin\left(-\omega t + kr - \frac{3N\varphi - 4\varphi}{2}\right) \cancel{2} \sin 2\varphi \cdot \cos(\omega t - kr + 3N\varphi)\right)^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{4} \frac{\cos^2\psi \sin^2\frac{3N\varphi}{2} \sin^2 2\varphi}{\sin^2\frac{\varphi}{2} \sin^2\frac{3\varphi}{2}} =$$

Пусть $d = \lambda \Rightarrow \varphi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\cos\psi = 2\pi\cos\psi$.

$$= \frac{E_0^2}{4} \frac{\cos^2\psi \sin^2(3N\pi\cos\psi) \sin^2(4\pi\cos\psi)}{\sin^2(\pi\cos\psi) \sin^2(3\pi\cos\psi)} \quad (*)$$

$$I_{max} = \frac{E_0^2}{4}(3N)^2 \cdot \frac{16}{9}$$

получили пролопиталиванием $(*)$ 2 раза при $\psi \to 0$

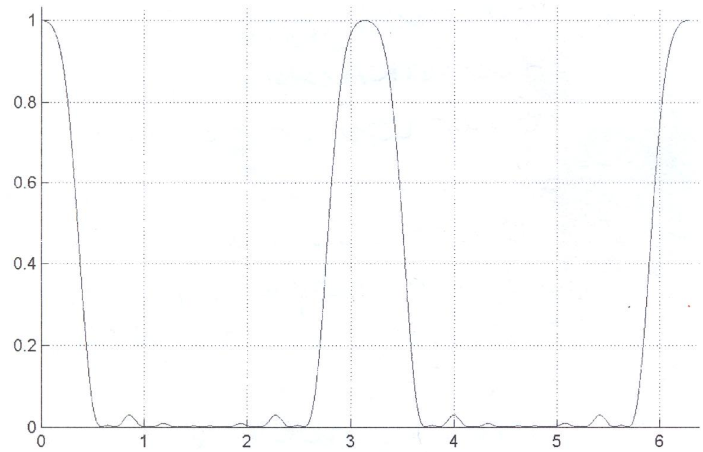
Продолжение N 319.

$$f = \frac{I}{I_{max}} = \left(\frac{3 \cos\psi \sin(3N\pi\cos\psi) \sin(4\pi\cos\psi)}{4(3N) \sin(\pi\cos\psi) \sin(3\pi\cos\psi)} \right)^2$$

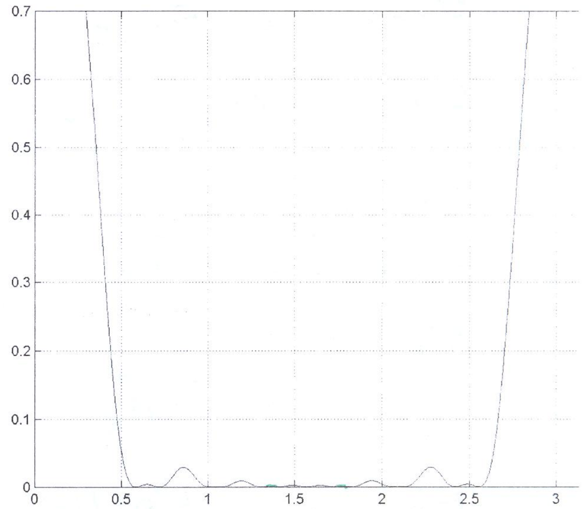
для сравнения с N5 возьмем $N=2$.

$$f = \left(\frac{3 \cos\psi \sin(6\pi\cos\psi) \sin(4\pi\cos\psi)}{4\cdot 6 \sin(\pi\cos\psi) \sin(3\pi\cos\psi)} \right)^2$$

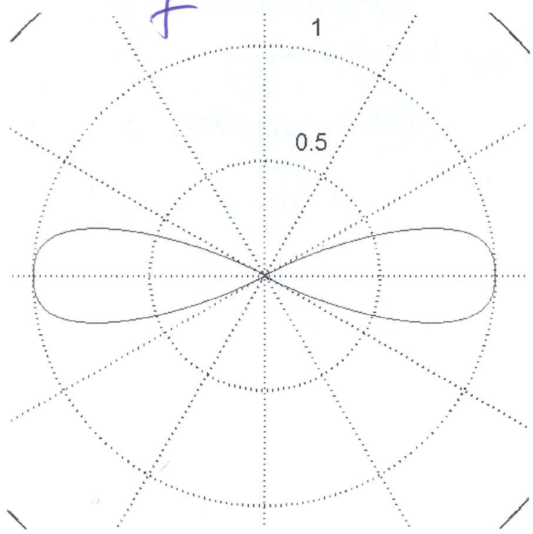
f (ωck)



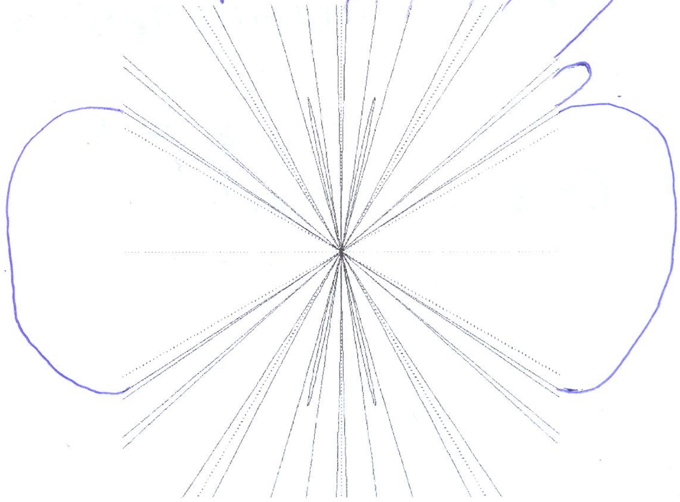
f+(ωck)



f



f (в центре)



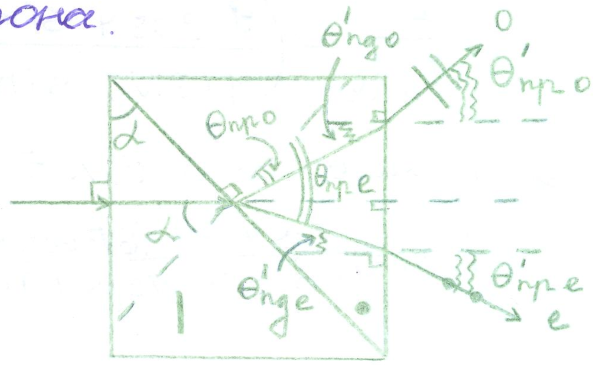
N 489

Дано: Призма Волластона.

$n_o = 1{,}658$, $n_e = 1{,}486$,

$\alpha = 15^\circ$

Найти: $\theta'_{пр\,o} + \theta'_{пр\,e}$.



РЕШЕНИЕ.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\theta_{пр\,e}} = \frac{n_e}{n_o} < 1.$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\theta_{пр\,o}} = \frac{n_o}{n_e} > 1.$$

$$\theta_{пр\,e} = \arcsin\left(\frac{n_o}{n_e}\sin\alpha\right)$$

$$\theta_{пр\,o} = \arcsin\left(\frac{n_e}{n_o}\sin\alpha\right)$$

$$\theta'_{пд\,o} = \alpha - \theta_{пр\,o}$$

$$\theta'_{пд\,e} = \theta_{пр\,e} - \alpha$$

$$\frac{\sin\theta'_{пд\,o}}{\sin\theta'_{пр\,o}} = \frac{1}{n_o}$$

$$\frac{\sin\theta'_{пд\,e}}{\sin\theta'_{пр\,e}} = \frac{1}{n_e}$$

$$\theta'_{пр\,o} = \arcsin(n_o \sin\theta'_{пд\,o})$$

$$\theta'_{пр\,e} = \arcsin(n_e \sin\theta'_{пд\,e})$$

$$\theta'_{пр\,o} + \theta'_{пр\,e} = 5^\circ 17'$$

Ответ: $5^\circ 17'$

При переходе через границу между средами с взаимно перпендикулярными оптическими осями обыкновенный в первой среде луч становится необыкновенным во второй и, наоборот, необыкновенный луч в первой среде становится обыкновенным во второй. Т.к. первая среда вырезана параллельно оптической оси, а свет падает нормально на ее поверхность, то в первой среде пространственного разделения между „o" и „e" лучами не будет! $\Rightarrow \theta_{пд\,o} = \theta_{пд\,e} = \alpha$!

N 507.

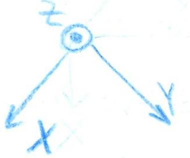
Дано: $\downarrow\!\perp$, G , $\alpha = 45^\circ$,

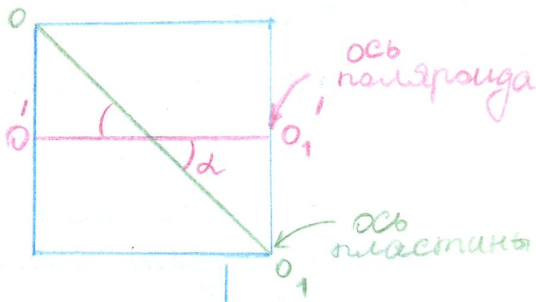
$d = 2\text{ мм}$, $n_e = 1{,}55$,

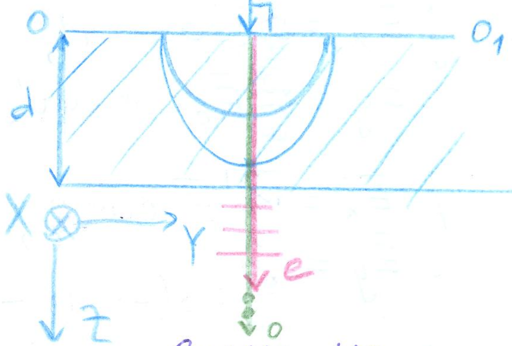
$n_0 = 1{,}54$

$\lambda_1 = 4000\,\mathring{A} \le \lambda \le 5000\,\mathring{A} = \lambda_2$

$(n_e - n_0 = const)$







Найти: число темных полос.

РЕШЕНИЕ

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos\omega t', \\ \bar{E}_y = \bar{E}_0 \sin\omega t'. \end{cases}$$ – волна на входе в пластину.

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos\varphi, \\ \bar{E}_y = \bar{E}_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi + kd(n_e - n_0)\right) \end{cases}$$ – волна на выходе из пластинки.

$$\bar{E} = \cos\alpha\, \bar{E}_x + \cos\alpha\, \bar{E}_y = \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{E}_0 \cdot 2 \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + kd(n_e - n_0)}{2}\right) \cdot \cos\left(\varphi - \frac{kd(n_e - n_0)}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$I = \langle E^2 \rangle = 2I_0 \left\langle \cos^2\left(\varphi - \frac{kd(n_e - n_0)}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right\rangle \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{kd(n_e - n_0)}{2}\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{kd(n_e - n_0)}{2}\right)$$

Условие I_{min}: $\frac{\pi}{4} + \frac{kd(n_e - n_0)}{2} = \frac{\pi}{2} + m\pi$

для λ_2: (1) $\frac{\pi}{4} + \frac{\cancel{2\pi} d(n_e - n_0)}{\cancel{2}\lambda_2} = \frac{\pi}{2} + m\pi$

$$d(n_e - n_0) = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{4}$$

для λ_1: (2) $\frac{\pi}{4} + \frac{\cancel{2\pi} d(n_e - n_0)}{\cancel{2}\lambda_1} = \frac{\pi}{2} + (m + k)\pi$

$$d(n_e - n_0) = (m + k)\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{4}$$

(2) – (1) $\longrightarrow$ $k = \dfrac{d(n_e - n_0)(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_2 \lambda_1} = 10$

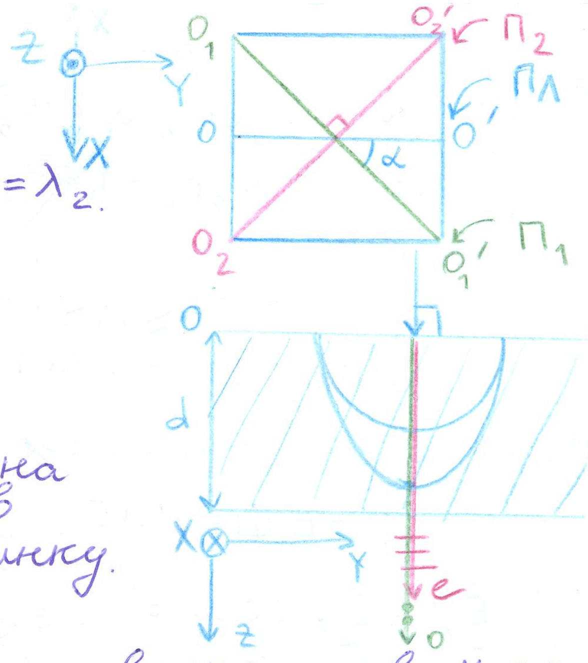
Ответ: 10 полос.

N 5.195.

Дано: $d = 1{,}5$ мм, $\alpha = 45°$,

$\lambda_1 = 0{,}55$ мкм $\leq \lambda \leq 0{,}66$ мкм $= \lambda_2$.

$(n_e - n_o) = 0{,}009$



Найти: сколько тёмных полос будет наблюдаться.

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_0 \cos\omega t', \\ \bar{E}_y = \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_0 \cos\omega t', \end{cases}$$ – волна на входе в пластинку.

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_0 \cos\varphi, \\ \bar{E}_y = \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_0 \cos(\varphi - kd(n_e - n_o)). \end{cases}$$ – волна на выходе из пластинки.

$$\bar{E} = \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_x + \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_y = \frac{1}{2}\bar{E}_0(\cos\varphi + \cos(\varphi - kd(n_e-n_o))) =$$

$$= \bar{E}_0 \cos\left(\frac{kd(n_e-n_o)}{2}\right)\cos\left(\varphi - \frac{kd(n_e-n_o)}{2}\right)$$

$$I = \langle E^2(t)\rangle = E_0^2 \cos^2\left(\frac{kd(n_e-n_o)}{2}\right)\left\langle \cos^2\left(\varphi - \frac{kd(n_e-n_o)}{2}\right)\right\rangle = \frac{I_0}{2}\cos^2\left(\frac{kd(n_e-n_o)}{2}\right)$$

Условие I_{min}: $$\frac{kd(n_e-n_o)}{2} = \frac{\pi}{2} + m\pi$$

для λ_2: $$\frac{\cancel{2}\pi d(n_e-n_o)}{\cancel{2}\lambda_2} = \frac{\pi}{2} + m\pi$$

для λ_1: $$\frac{\cancel{2}\pi d(n_e-n_o)}{\cancel{2}\lambda_1} = \frac{\pi}{2} + (m+n)\pi$$

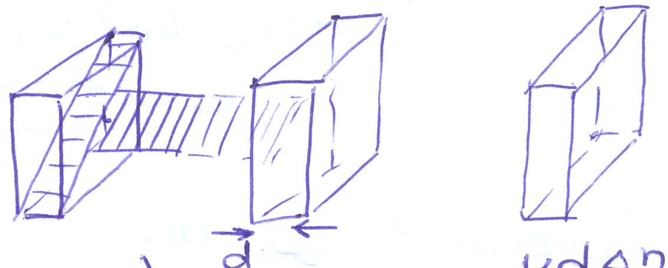
$$n = \frac{d(n_e-n_o)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_1\lambda_2} = 4.$$

Ответ: 4 полосы.

N 5.194.

Дано: $\alpha = 45°$, d, $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$

$\lambda = ?$



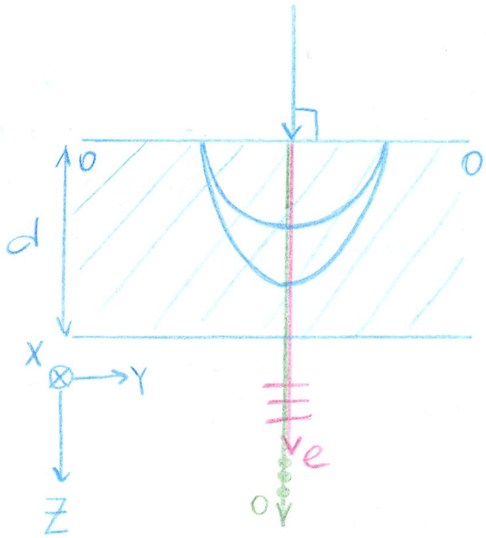
$$d\Delta n = \frac{\lambda}{4} + m\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{4d\Delta n}{(2m+1)}$$

при $m = 15, 16, 17$: $\lambda_1 = 0{,}58$, $\lambda_2 = 0{,}55$, $\lambda_3 = 0{,}51$

N 502.

Дано: λ, $\circlearrowleft$, $\perp$, $d(n_e-n_o)=\frac{\lambda}{2}$.

Найти: как изменится поляризация.



РЕШЕНИЕ:

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos\omega t' \\ \bar{E}_y = -\bar{E}_0 \sin\omega t' \end{cases}$$ – волна поляризованная $\circlearrowleft$,

где t' – время на входе в пластинку.

$t = t' + n_o d/c$

$t = t' + n_e d/c$. – время на выходе из пластинки для „o" и „e"

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos(\omega t - k n_o d) \\ \bar{E}_y = -\bar{E}_0 \sin(\omega t - k n_e d) \end{cases}$$, – волна на выходе из пластинки

Делая замену $\varphi = \omega t - k n_o d$ получим:

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos\varphi, \\ \bar{E}_y = -\bar{E}_0 \sin(\varphi - kd(n_e-n_o)) \end{cases}, \quad \begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos\varphi, \\ \bar{E}_y = \bar{E}_0 \sin(\pi - \varphi) \end{cases},$$

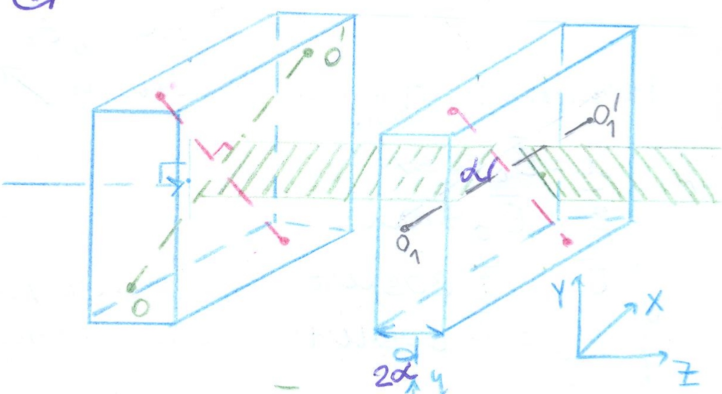
$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos\varphi, \\ \bar{E}_y = \bar{E}_0 \sin\varphi. \end{cases}$$ на выходе из пластинок волна оказалась поляризованной $\circlearrowright$

Ответ: сменится на $\circlearrowright$

N 503.

Дано: λ, $\perp_{\text{пол.}}$, α, $d(n_e-n_o)=\frac{\lambda}{2}$.

Найти: состояние поляризации



РЕШЕНИЕ:

$\bar{a} = \bar{E}_0 \sin\alpha$

$\bar{b} = \bar{E}_0 \cos\alpha$.

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{a}\cos\omega t', \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos\omega t' \end{cases}$$ – волна на входе в пластинку.

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{a}\cos(\omega t - k n_e d), \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos(\omega t - k n_o d) \end{cases}$$ – волна на выходе из пластинки.

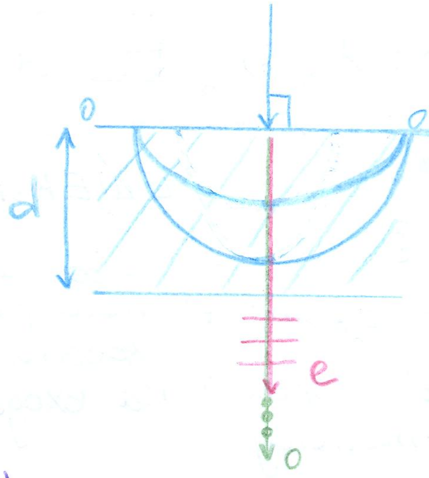
$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{a}\cos(\varphi - kd(n_e-n_o)), \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos\varphi \end{cases}, \quad \begin{cases} \bar{E}_x = -\bar{a}\cos\varphi \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow$$ плоскость поляризации повернулась на 2α!

Ответ: повернулась на 2α.

N 490.

Дано: $\downarrow\!\sqcap$, $d = 0{,}03$ мм, $n_o = 1{,}658$, $n_e = 1{,}486$

Найти: Δ



$$\Delta = d(n_o - n_e) = 5{,}16 \text{ мкм}.$$

Ответ: $\Delta = 5{,}16$ мкм.

N 493

Дано: d, $n_1 = 1{,}5941$, $n_2 = 1{,}5887$, λ

Найти: d_{min}

Для того, чтобы пластинка слюды могла служить в качестве пластинки в $\lambda/4$, необходимо чтобы на выходе из пластинке между „o" и „e" лучами образововалась $\Delta = \frac{\lambda}{4} + \frac{m\lambda}{2}$, $\Delta_{min} = \frac{\lambda}{4}$

при $m=0$: $\Delta_{min} = d_{min}(n_1 - n_2) = \frac{\lambda}{4}$ $\Rightarrow$ наименьшая толщина

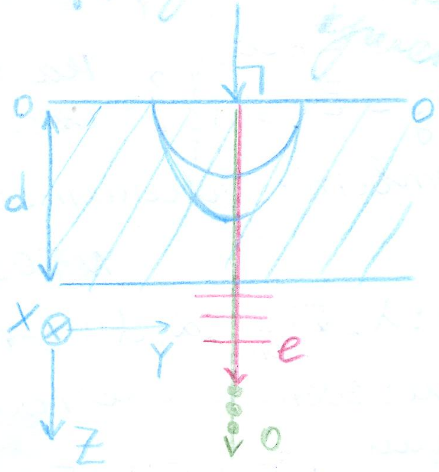
$$d_{min} = \frac{\lambda}{4(n_1 - n_2)} = 0{,}027 \text{ мм}.$$

Ответ: $d_{min} = 0{,}027$ мм.

N 494.

Дано: $\nearrow$, $n_e = 1{,}5533$, $n_o = 1{,}5442$, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см., d.

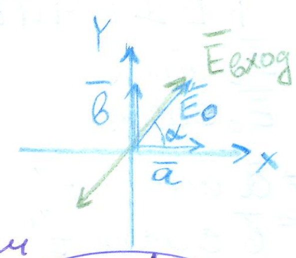
Найти: d_{min} при котором $\nearrow \Rightarrow G$



$\bar{a} = \bar{E}_0 \cos\alpha$.

$\bar{b} = \bar{E}_0 \sin\alpha$.

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{a}\cos\omega t', \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos\omega t' \end{cases}$$ – волна на входе в пластинку.



$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{a}\cos(\omega t - k n_o d), \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos(\omega t - k n_e d) \end{cases}$$ – волна на выходе из пластинки

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{a}\cos\varphi, \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos(\varphi - kd(n_e - n_o)) \end{cases}$$

$a = b$! $\alpha = \frac{\pi}{4}$

при $kd(n_e - n_o) = \frac{\pi}{2} + 2m\pi$ $\cos(\varphi - kd(n_e - n_o)) = \sin\varphi$ (левая круговая поляризация)

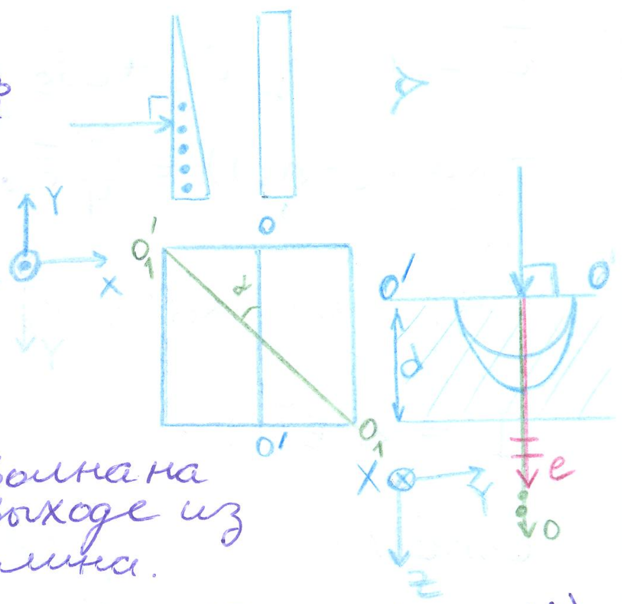
при $kd(n_e - n_o) = \frac{3\pi}{2} + 2m\pi$ $\cos(\varphi - kd(n_e - n_o)) = -\sin\varphi$ (правая круговая поляризация)

$$d_{min} = \frac{\pi}{2k(n_e - n_o)} = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = 0{,}014 \text{ мм}.$$

N 509.

Дано: $\alpha = 45^\circ$, $d_{max} = 0{,}05$ см, G, $n_o = 1{,}54$, $n_e = 1{,}55$, $\lambda = 5000\ \text{Å}$

Найти: число темных полос m.



$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos\omega t', \\ \bar{E}_y = \bar{E}_0 \sin\omega t' \end{cases}$$ – волна на входе в клин.

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{E}_0 \cos\varphi, \\ \bar{E}_y = \bar{E}_0 \sin(\varphi - kd(n_e - n_o)) \end{cases}$$ – волна на выходе из клина.

$$\bar{E} = \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_x + \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_y = \frac{\sqrt{2}}{2}\bar{E}_0\left(\cos\varphi + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi + kd(n_e - n_o)\right)\right)$$ волна на выходе из поляроида.

$$I = \langle E^2(t) \rangle = 2E_0^2 \cos^2\left(\frac{\frac{\pi}{2} + kd(n_e - n_o)}{2}\right) \left\langle \cos^2\left(\varphi - \frac{\pi}{4} - \frac{kd(n_e - n_o)}{2}\right) \right\rangle = E_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{kd(n_e - n_o)}{2}\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{kd(n_e - n_o)}{2}\right)$$

Условие I_{min}:

для d_{max}
$$\frac{\pi}{4} + \frac{kd_{max}(n_e - n_o)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m$$

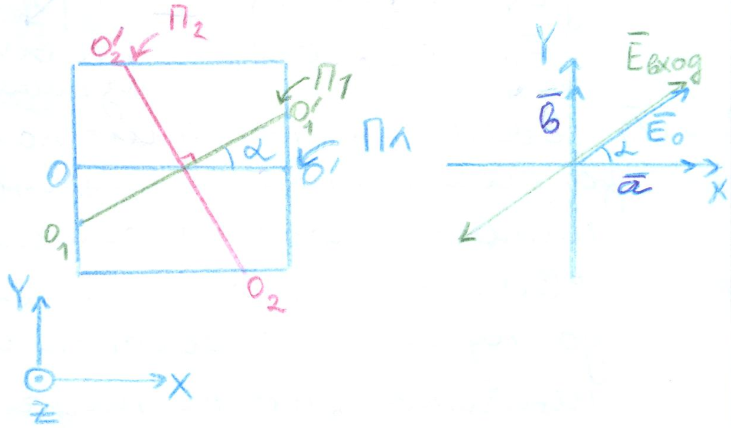
$$m = \frac{d_{max}(n_e - n_o)}{\lambda} - \frac{1}{4} \approx 10$$

Ответ: 10 полос.

N 511

Дано: $d = 0{,}045$ мм, $n_e = 1{,}55$, $n_o = 1{,}54$, $\alpha = 30^\circ$, $\lambda = 6000\ \text{Å}$, I_0.

Найти: I



$$\bar{b} = \bar{E}_0 \sin\frac{\pi}{6}$$
$$\bar{a} = \bar{E}_0 \cos\frac{\pi}{6}$$

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{a}\cos\omega t', \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos\omega t' \end{cases}$$ – волна на входе в пластину.

$$\begin{cases} \bar{E}_x = \bar{a}\cos(\varphi - kd(n_e - n_o)), \\ \bar{E}_y = \bar{b}\cos\varphi \end{cases}$$ – волна на выходе из пластины.

$$\bar{E} = \cos\frac{\pi}{6}\bar{E}_y + \cos\frac{\pi}{3}\bar{E}_x = \frac{\sqrt{3}}{2}\bar{E}_0\frac{1}{2}\cos\varphi + \frac{1}{2}\bar{E}_0\frac{\sqrt{3}}{2}\underbrace{\cos(\varphi - kd(n_e-n_o))}_{= -\sin\varphi} = \frac{\sqrt{3}}{4}\bar{E}_0\cdot\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\varphi\right)$$

$-\sin\varphi$ (т.к. $kd(n_e-n_o)=\frac{3\pi}{2}$)

$$I = \langle E^2(t)\rangle = \frac{3}{16}E_0^2\, 2\left\langle \sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\varphi\right)\right\rangle = \frac{3I_0}{16}.$$

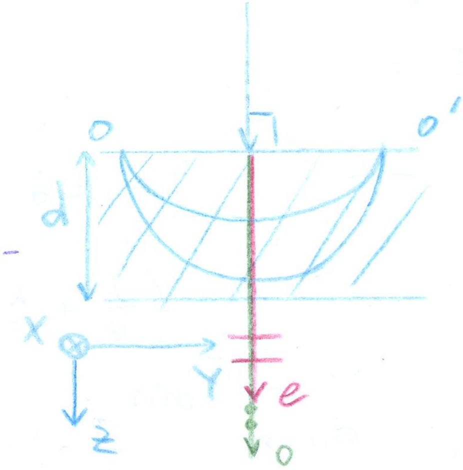
Ответ: $I = \frac{3I_0}{16}.$

N 5.201

Дано: $n_o > n_e$, Пол, $d(n_o-n_e)=\frac{\lambda}{4}$

Найти: а) как отличить $\circlearrowleft$ от $\circlearrowright$

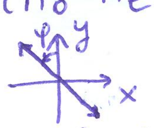
б) естественный свет от поляризованного по кругу и от смеси.

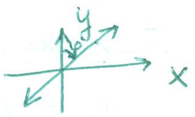


РЕШЕНИЕ:

а) $\begin{cases}\bar{E}_x = \bar{E}_0\cos\omega t', \\ \bar{E}_y = -\bar{E}_0\sin\omega t'\end{cases}$ — $\circlearrowleft$ $\circlearrowright$ на входе в пластину.

$\begin{cases}\bar{E}_x = \bar{E}_0\cos\varphi, \\ \bar{E}_y = -\bar{E}_0\sin(\varphi - kd(n_o-n_e))\end{cases}$

$\begin{cases}\bar{E}_x = \bar{E}_0\cos\varphi, \\ \bar{E}_y = \pm\bar{E}_0\cos\varphi.\end{cases}$ —  $\varphi = 45^\circ$ на выходе из пластины.

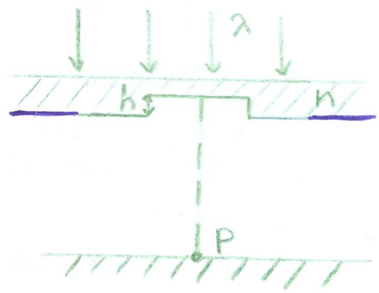


б) Если при вращении поляроида (расположенного за пластинкой) при любом положении пластинки интенсивность прошедшего света не меняется — свет естественный, если меняется и падает до нуля, то свет поляризован по кругу; если меняется, но не падает до нуля, то свет — смесь естественного и поляризованного по кругу.

N 5.109

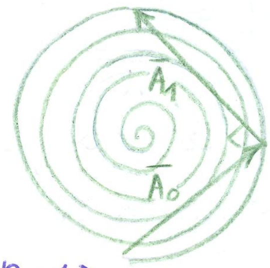
Дано: λ, I_0, [symbol], h, P, круглое отверстие в непрозрачном с обратной стороны экране равное 1 зоне Френеля, выемка равная 1/2 зоне Френеля.

Найти: при каком h наблюдается I_{max} в P.



$\bar{A}_0$ – от выемки

$\bar{A}_1$ – от остальной части

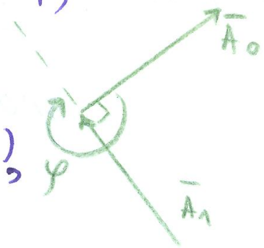


$\Delta = h(n-1) \Rightarrow$ появляется сдвиг фаз $\varphi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1)$

max: $\bar{A}_0 \uparrow\uparrow \bar{A}_1 \Rightarrow$

$$\varphi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1),$$

$$h = \frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{3}{4}\right)$$

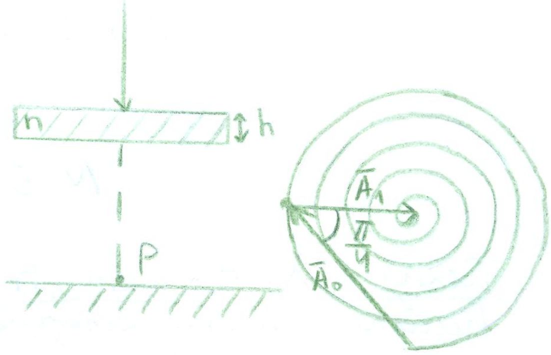


Ответ: $h = \frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{3}{4}\right)$

N 272.

Дано: n, λ, h

Найти: при каком h наблюдается I_{max} в P.



$\bar{A}_0$ – от диска.

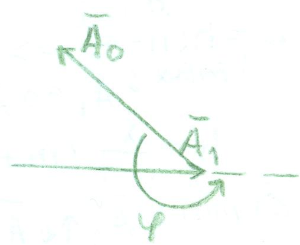
$\bar{A}_1$ – от всего остального.

$\Delta = h(n-1) \Rightarrow$ появляется сдвиг фаз $\varphi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1)$

max: $\bar{A}_0 \uparrow\uparrow \bar{A}_1 \Rightarrow$

$$\varphi = \frac{5}{4}\pi + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1),$$

$$h = \frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{5}{8}\right)$$

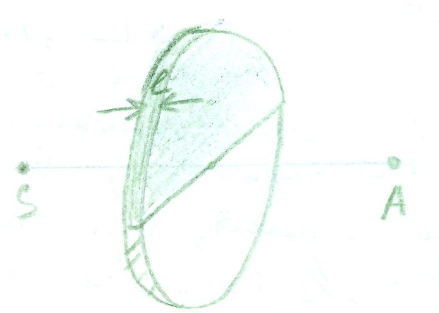


Ответ: $h = \frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{5}{8}\right)$

N 274.

Дано: $\ell = N\frac{\lambda}{2(n-1)}$

Найти: как будет меняться I в зависимости от N (чет, нечет)

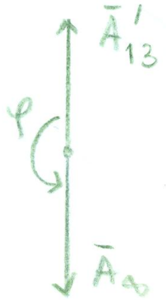


$\bar{A}_{13}$ – от первых 3x зон, но т.к. половина диска непрозр., то $\bar{A}'_{13} = \frac{\bar{A}_{13}}{2}$.

$\bar{A}_\infty$ – от оставшихся зон (4 – ∞)

Стекло дает $\Delta = \ell(n-1) = N\frac{\lambda}{2(n-1)}(n-1) = \frac{\lambda N}{2}$

сдвиг фаз $\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \pi N$



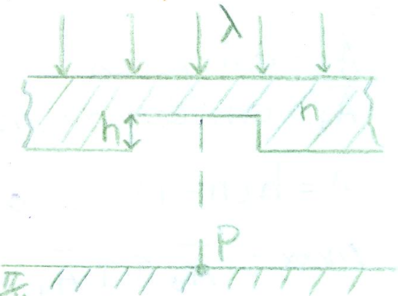
max: $\bar{A}'_{13} \uparrow\uparrow \bar{A}_\infty \Rightarrow \varphi = \pi + 2\pi m = \pi N$,
$N = 1 + 2m$ (интенсивность в A ≈ равняется интенсивности от 1 зоны Френеля)

min: $\bar{A}'_{13} \uparrow\downarrow \bar{A}_\infty \Rightarrow \varphi = 2\pi m = \pi N$,
$N = 2m$ (интенсивность в $A = 0$)

N 5.108

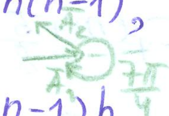
Дано: $\lambda = 0{,}6$ мкм, h, P

Найти: h при которой
а) I_{max} в P.
б) I_{min} в P.
в) $I = I_0$ в P.



$\Delta = h(n-1) \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}h(n-1)$

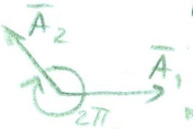
а) max: $\bar{A}_1 \uparrow\uparrow \bar{A}_2 \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda}h(n-1)$,
$h = \frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{3}{8}\right)$



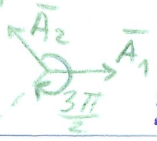
$\bar{A}_2$ – от выемки
$\bar{A}_1$ – от остального

б) min: $\bar{A}_1 \uparrow\downarrow \bar{A}_2 \Rightarrow \varphi = \frac{7\pi}{4} + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)h$,
$h = \frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{7}{8}\right)$

Увеличивая h, проход. ч/з выемку волна будет опережать по фазе, т.к. уменьшается Δ!



в) $\varphi = 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)h$, $h = m\frac{\lambda}{n-1}$



$\varphi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda}h(n-1)$, $h = \frac{\lambda}{n-1}\left(m + \frac{3}{4}\right)$

N 266.

Дано: $a = 3$ м, $b = 2$ м.

Найти: где получится изображение источника, если $a \to \infty$.

$$r_m = \sqrt{m\frac{ab}{a+b}\lambda} \Rightarrow \frac{r_m^2}{m\lambda} = \frac{ab}{a+b} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{r_m^2} = \frac{1}{f}.$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}.$$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow b = f = \frac{6}{5} = 1{,}2 \text{ м}$$

Ответ: $b = 1{,}2$ м.

N 267.

Дано: $\lambda = 5000$ Å, $r_5 = 1{,}5$ мм

Найти: f, r_1, что произойдет, если пространство между зонной пластинкой и экраном заполнить средой с $n > 1$.

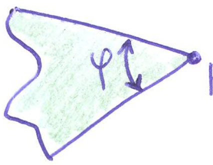
$$f = \frac{r_5^2}{5\lambda} = 90 \text{ см} = \frac{ab}{a+b}.$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}\lambda} = \sqrt{f\lambda} = 0{,}671 \text{ мм}.$$

a и b - оптические длины хода, т.е. в случае заполнения средой с $n > 1$ $b \to b \cdot n$, т.е. изображение удалится от зонной пластинки!

N 5.107

а)

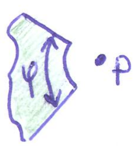


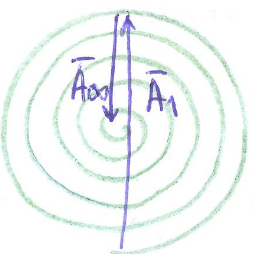
от каждой зоны Френеля будет действовать $(1 - \frac{\varphi}{2\pi})$ часть $\Rightarrow$

$$A = (1 - \frac{\varphi}{2\pi}) A_\infty, \text{ т.к. } I = A^2 \Rightarrow$$

$$I = (1 - \frac{\varphi}{2\pi})^2 I_0.$$

б)





$$A_{2\infty} = A_\infty (1 - \frac{\varphi}{2\pi}), \quad A_1 = 2A_\infty$$

$$A = A_1 - A_{2\infty} = A_\infty (1 + \frac{\varphi}{2\pi})$$

N 289.

Дано: f_0 - основное фокусное расстояние

Найти: остальные фокусные расстояния.

Основной фокус есть точка, для которой зона, начерченные на пластинке, совпадают с зонами Френеля. Если r - радиус первой зоны, начерченной на пластинке то основной фокус определяется выражением $f_0 = r^2/\lambda$. Следующие фокусы получаются, когда в первой зоне, начерченной на пластинке, укладывается $3, 5, \ldots, 2k+1$

зон Френеля, т.е. когда $r^2/f_k = (2k+1)\lambda \Rightarrow$

$f_k = \pm f_0/(2k+1)$, где $k = 0, 1, 2 \ldots$ Знаку „+" соответствуют действительные, а минусу – мнимые фокусы.

N 422.

Дано: в четных зонах |, в нечетных зонах —, падает неполяризованный свет.

Найти: какова будет интенсивность в f_0.

Т.к. на пластинку падает неполяризованный свет, то ч/з поляризатор проходит половина интенсивности $\left(\frac{I_0}{2}\right)$.

Амплитуда равна $\frac{E_0}{\sqrt{2}}$.

$$\bar{E}_{\Sigma_1} = \sum_{n=1}^{N/2} \frac{2\bar{E}_0}{\sqrt{2}} = \frac{N\bar{E}_0}{\sqrt{2}} \text{ – от четн. зон.}$$

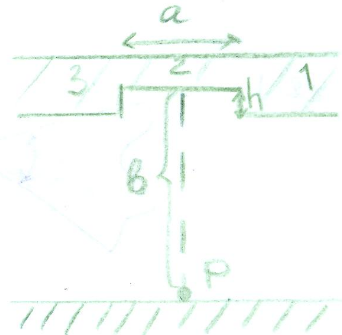
$$\bar{E}_{\Sigma_2} = \frac{N\bar{E}_0}{\sqrt{2}} \text{ – от нечетн. зон.}$$

$$I = \langle(\bar{E}_{\Sigma_1} + \bar{E}_{\Sigma_2})^2\rangle = \langle E^2_{\Sigma_1} + E^2_{\Sigma_2} + \underbrace{2(\bar{E}_{\Sigma_1}, \bar{E}_{\Sigma_2})}_{0}\rangle =$$

$$= N^2 E_0^2 = N^2 I_0$$

Ответ: увеличилась в N^2 раз.

N 5.119.



Дано: $\lambda = 0{,}65$ мкм, $a = 0{,}6$ мм, h, $в = 77$ см.

Найти: h, при котором в P будет I_{max}.

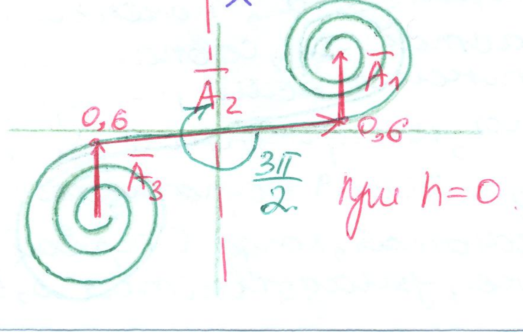
$$\nu = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{2}{\lambda в}} = 0{,}6.$$

max: $\bar{A}_1 \uparrow\uparrow \bar{A}_2 \uparrow\uparrow \bar{A}_3$, $\bar{A}_1 \uparrow\uparrow \bar{A}_3$, $\bar{A}_1 \perp \bar{A}_2$ – изначально

Увеличиваем $h \Rightarrow$

Волна будет опережать по фазе, т.к. оптический путь уменьшается на $\Delta = h(n-1)$, $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1)$.

$$\varphi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1), \quad h = \frac{\lambda}{(n-1)}\left(\frac{3}{4} + m\right)$$

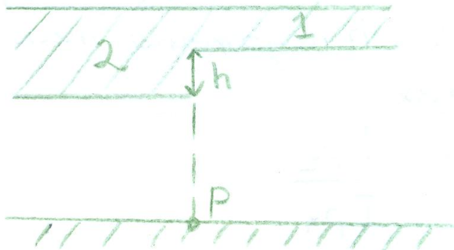


Ответ: $h = \frac{\lambda}{(n-1)}\left(\frac{3}{4} + m\right)$

N 5.115.

Дано: λ, I_0, h.

Найти: при какой h I в т P будет
а) I_{min}
б) $\frac{I}{2}$.

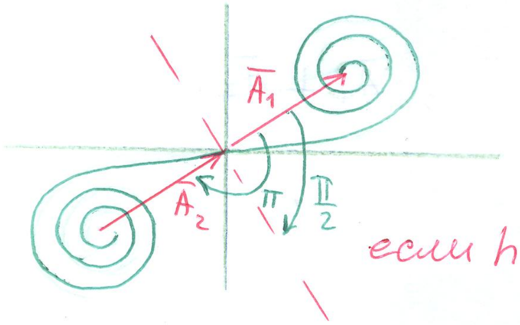


а) min: $\bar{A}_2 \uparrow\downarrow \bar{A}_1 \Rightarrow \varphi = \pi + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1)$,

$$h = \frac{\lambda(1+2m)}{2(n-1)} = 0,6(1+2m)$$

б) $|\bar{A}_1 + \bar{A}_2| = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$ (т.к. $I \sim A^2$).

$$\varphi = \frac{\pi}{2} + m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1) \Rightarrow h = \frac{\lambda(1+2m)}{4(n-1)} = 0,3(1+2m)$$



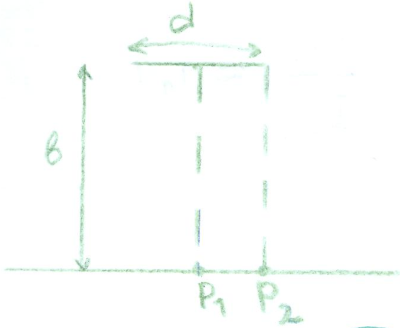
если $h=0$

Ответ: а) $h = 0,6(1+2m)$
б) $h = 0,3(1+2m)$

N 5.117.

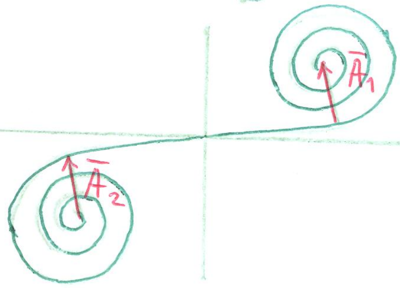
Дано: $\lambda = 0,6$ мкм, $d = 0,7$ мм, $b = 100$ см

Найти: $\frac{I_{P_1}}{I_{P_2}}$



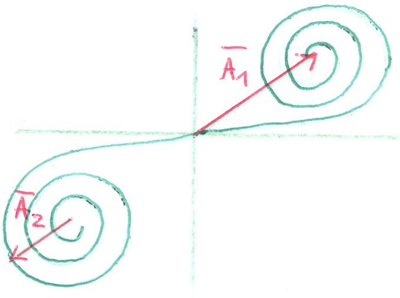
P_1: $v_1 = v_2 = \sqrt{\frac{2}{\lambda b}} \frac{d}{2} = 0,64$.

$A_{P_1} = A_1 + A_2 = 3,4$
(т.к. $\bar{A}_1 \uparrow\uparrow \bar{A}_2$)



P_2: $v_1 = 0$
$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\lambda b}} d = 1,28$

$A_{P_2} = A_1 - A_2 = 2,2$
(т.к. $\bar{A}_1 \uparrow\downarrow \bar{A}_2$)

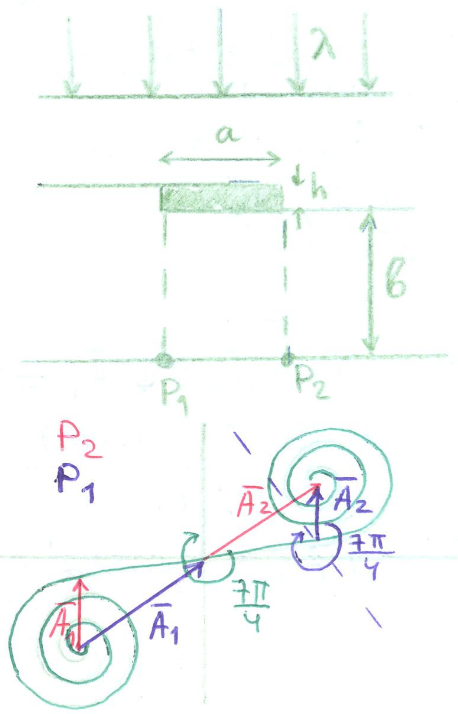


$$\frac{I_{P_1}}{I_{P_2}} = \left(\frac{A_{P_1}}{A_{P_2}}\right)^2 \simeq 2,4$$

N 5.120.

Дано: $\lambda = 0{,}65$ мкм., $a = 0{,}3$ мм, $b = 110$ см, h подобрана так, что в P_2 I_{max}.

Найти: $\dfrac{I_{P_2}}{I_{P_1}}$



P_2: $v_1 = a\sqrt{\dfrac{2}{\lambda b}} = 0{,}5$. P_1: $v_2 = 0{,}5$

$v_2 = 0$. $v_1 = 0$.

Подбираем h, чтобы в P_2 была I_{max}.

$$\varphi = \frac{7\pi}{4} + 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1),$$

$$h = \frac{\lambda\left(\frac{7}{8} + m\right)}{(n-1)}$$

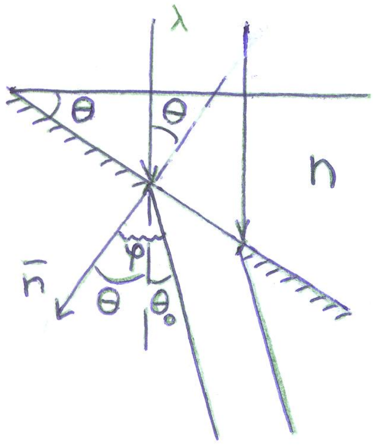
После подбора h: $\bar{A}_1 \uparrow\uparrow \bar{A}_2$, $\bar{A}_1 \perp \bar{A}_2$.

$$I_{P_2} = (A_1 + A_2)^2$$

$$I_{P_1} = A_1^2 + A_2^2$$

$$\frac{I_{P_2}}{I_{P_1}} \approx 1{,}9.$$

N 5.127.



а) $a^2 = a_0^2\left(\dfrac{\sin\left(kb(\sin\varphi - n\sin\theta)/2\right)}{kb(\sin\varphi - n\sin\theta)/2}\right)^2$

направление на главный max – Θ_0.

max(a^2) достигается при

$\sin\varphi - n\sin\theta = 0$, $n\sin\theta = \sin\varphi$

$\varphi = \theta + \Theta_0 \Rightarrow \Theta_0 = \arcsin(n\sin\theta) - \theta =$
$= 7{,}9^\circ$

б) min $\Rightarrow$ Δ от краев щели $= \lambda$

т.е. $\quad b(\sin\varphi - n\sin\theta) = \pm\lambda$

$\Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_- = 7{,}3^\circ$

N 5.147.

а) критерий Релея: $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN = 5N$

число щелей $N = \dfrac{\lambda}{m\Delta\lambda} = \dfrac{\ell}{d} \Rightarrow d = \dfrac{\ell m\Delta\lambda}{\lambda} = 0{,}05$ мм.

б) $\ell = \dfrac{d\lambda}{m\Delta\lambda} = 60$ мм.
$\quad\;\; 3''$

N 5.146.

а) критерий Релея: $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN = \dfrac{670{,}8}{0{,}015} =$
$= 44720$, $m = 4$.

$N = \ell \cdot N_{\text{удельное}} = 6{,}5 \cdot 10 \cdot 200 = 13000$.

б) $d = \dfrac{1}{200}$

Направление на max: $d\sin\theta = m\lambda$

$\sin\theta = m\dfrac{\lambda}{d} \le 1 \Rightarrow m_{max} = \dfrac{d}{\lambda} = 7$

$\Delta\lambda = \dfrac{\lambda}{R_{max}}$, $R_{max} = m_{max}N \approx$
≈ 91000

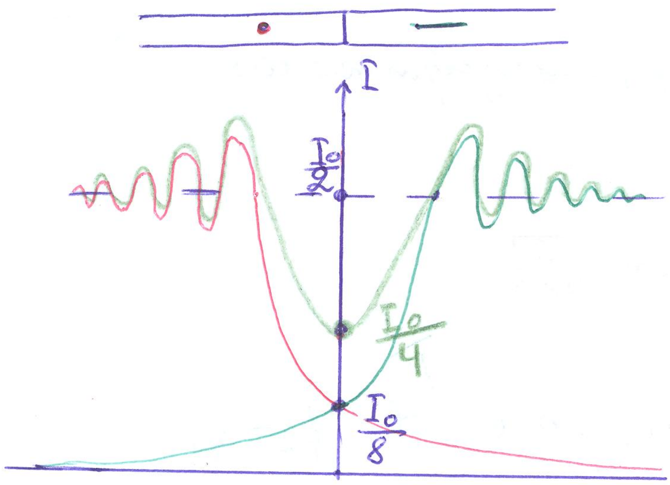
$\Delta\lambda = \dfrac{\lambda}{\frac{d}{\lambda}N} = \dfrac{\lambda^2}{dN} = \dfrac{\lambda^2}{\ell}$

N 5.143.

$R_{max} = m_{max}N$, $\sin\theta = m\dfrac{\lambda}{d} \le 1$, $m_{max} = d/\lambda$,

$R = \dfrac{d}{\lambda}N = \dfrac{\ell}{\lambda}$.

N 423.



N 331.

Изменится ли разрешающая сила решетки при изменении наклона первичного пучка, падающего на нее?

$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ – разрешающая способность

$d(\sin\theta - \sin\theta_0) = (m + \frac{1}{N})\lambda$ – условие min для λ

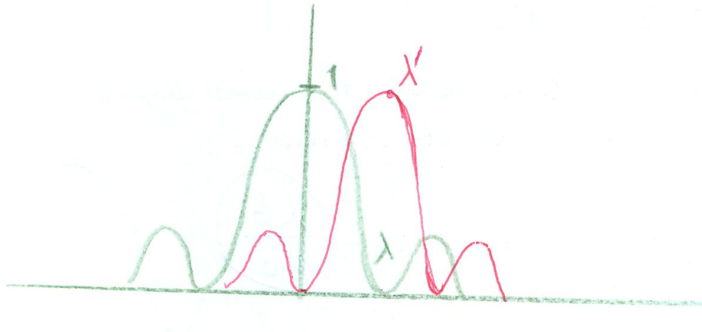
$d(\sin\theta - \sin\theta_0) = m\lambda'$ – условие max для λ'

из решеточного множителя.

$(m + \frac{1}{N})\lambda = m\lambda' \Rightarrow \delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{Nm}$

тогда $R = Nm$ – критерий Рэлея.

R – не зависит от θ_0.

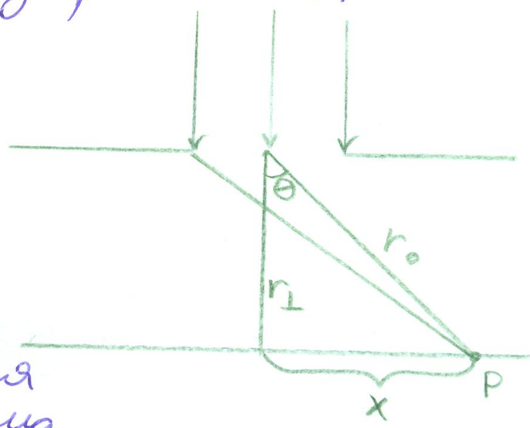


№296.

Дано: $L_0 = 0{,}2$ см. , , $b = 50$ м, $4000 < \lambda < 7000$ Å

Найти: x , найти форму изображения.

$$a^2 = a_0^2 \left(\frac{\sin \frac{kL_0 \sin\theta}{2}}{\frac{kL_0 \sin\theta}{2}} \right)^2$$

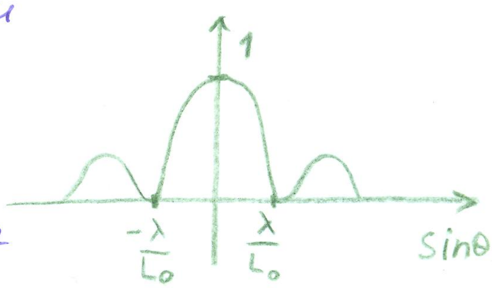


$r_\perp = b \approx r_0$.

$\sin\theta = \frac{\lambda}{L_0}$ ← условие для 1 минимума интенсивности

$\sin\theta = \frac{x}{r_0} \Rightarrow x = r_0 \sin\theta = \frac{\lambda b}{L_0}$

подставляем $\lambda = 7000$ Å, так как волны большей длины сильнее отклоняются $\Rightarrow x = 3{,}5$ см.



Ответ: $x = 3{,}5$ см.