24.03.2021.

Биномиальное распределение.

① $P_N(m) = C_N^m p^m (1-p)^{N-m}$ $\qquad D_m = M(m^2) - (Mm)^2$

$$C_N^m = \frac{N(N-1)(N-2)\dots(N-m+1)}{m!} = \frac{N!}{m!(N-m)!}$$

$Mm = Np$ – математическое ожидание

$Dm = Mm(1-p)$ – дис-ть

1) $Mm = \sum_{m=0}^{N} m P_N(m) =$ $\quad$ m – кол-во удачных событий, N – кол-во всех событий

$$Mm = \sum_{m=0}^{N} m P_N(m) = \sum_{m=0}^{N} m \cdot \frac{N!}{m!(N-m)!} p^m (1-p)^{N-m}$$

$\sum_m P(m) = 1$ (сумма вероятностей)

$$\Rightarrow Mm = \sum_{m=0}^{N} \frac{N(N-1)!}{(m-1)!(N-1-(m-1))!} p^{m-1} \cdot p \cdot (1-p)^{N-1-(m-1)} =$$

$$= Np \sum_{m=0}^{N} P_{N-1}(m-1)$$

$m=0$ – можно не включать, ничего не поменяется.

$$Mm = \sum_{m=1}^{N} m \cdot \frac{N!}{m!(N-m)!} p^m (1-p)^{N-m} = \sum_{m=1}^{N} \frac{N(N-1)!}{(m-1)!(N-1-(m-1))!} p^{m-1} p (1-p)^{N-1-m}$$

$$= Np \sum_{\substack{m=0\\m=1}}^{N} P_{N-1}(m-1) = \{m' = m-1\} =$$

$$= Np \sum_{m'=0}^{N-1} P_{N-1}(m') = Np$$

2) $M((m - \underset{a}{\underset{\parallel}{Mm}})^2) = M((m-a)^2) =$ $\quad$ m – случайная величина

$$= M(m^2 - 2ma + a^2) = \sum_m P(m)(m^2 - 2ma + a^2) =$$

$$= \sum_m P(m) \cdot m^2 - 2\sum_m P(m) ma + a^2 \sum_m P(m) = M(m^2) - 2a Mm + a^2 =$$

$$= M(m^2) - 2(Mm)^2 + (Mm)^2 = M(m^2) - (Mm)^2$$

$$M(m^2) = \sum_{m=0}^{N} m^2 \frac{N!}{m!(N-m)!} p^m (1-p)^{N-m} =$$

$$= \sum_{m=1}^{N} m \frac{(N-1)!\, N}{(m-1)!(N-1-(m-1))!} p^{m-1} (1-p)^{N-1-(m-1)} =$$

$$= Np \sum m P_{N-1}(m-1) = \{m' = m-1\} =$$

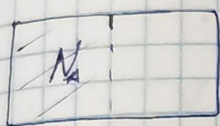
$$= Np\sum_{m'=0}^{N-1}(m'+1)\,P_{N-1}(m') = Np\left(\sum_{m'=0}^{N-1} m'\,P_{N-1}(m') + \underbrace{\sum_{m'=0}^{N-1} P_{N-1}(m')}_{=1}\right) =$$

$$= Np\,(Mm' + 1) = \{M' = (N-1)\,p\} = Np\,((N-1)\,p + 1)$$

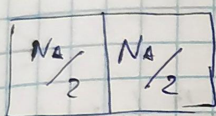
$$D_m = Np\,((N-1)\,p + 1) - N^2p^2 = (Np)(Np - p + 1) - N^2p^2 =$$

$$= N^2p^2 - Np^2 + Np - N^2p^2 = Np\,(1-p) = M_m\,(1-p)$$

№1 $\nu = 1$ моль. Найти вероятность того, что все молекулы соберутся в одной половине.



$$p = \left(\frac{1}{2}\right)^{N_A} = \frac{1}{2^{6\cdot 10^{23}}} = \frac{1}{2^{10\cdot 6\cdot 10^{22}}} \approx \frac{1}{10^{3\cdot 6\cdot 10^{22}}} \approx \frac{1}{10^{10^{23}}}$$



$$\cancel{P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}} \qquad \sigma = \sqrt{D_x}$$

$$\frac{dP(x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{-\frac{(x-M_x)^2}{2\sigma^2}}$$

$$M_x = N_A\cdot\frac{1}{2}$$

$$D_x = M_x(1-p) = N_A\cdot\frac{1}{4} \quad ; \quad \sigma = \frac{\sqrt{N_A}}{2}$$

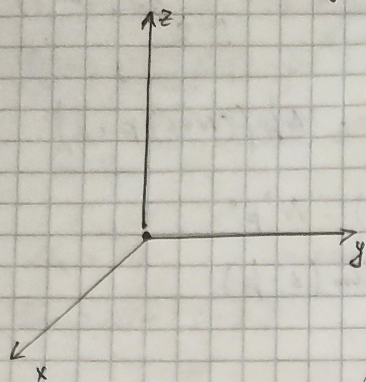
$$P = \frac{dP}{dx}\cdot \Delta x^{\approx 1\ (\text{молекула})} = \frac{dP}{dx}$$

$$x = M_x = \frac{N_A}{2}$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \sim \frac{1}{\sqrt{N_A}} \sim \frac{1}{\sqrt{10^{24}}} \approx 10^{-12}$$

Д/з в группе

25.03.2021. Распределение Максвелла.



$f(\vec{v})$ – плотность вероятности для вектора ск-ти.

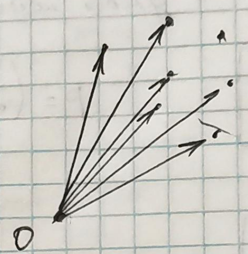
$$f(x)=\frac{dP}{dx}$$

$$P(\vec{v})=P_x(v_x)\cdot P_y(v_y)\cdot P_z(v_z)$$

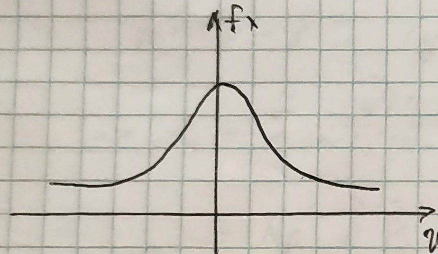
$$d\vec{v}=\vec{e}_x\, dv_x+\vec{e}_y\, dv_y+\vec{e}_z\cdot dv_z$$

$$f(\vec{v})=\underbrace{\frac{dP_x}{dv_x}}_{f_x''}\cdot\underbrace{\frac{dP_y}{dv_y}}_{f_y''}\cdot\underbrace{\frac{dP_z}{dv_z}}_{f_z''}$$ – пространство скоростей

$dx\, dy\, dz = dV$



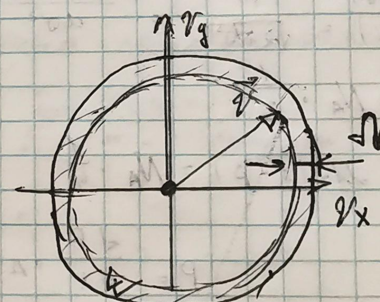
$$f_x(v_x)=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2}\cdot\exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)$$



$$f(\vec{v})=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{m}{2kT}\overbrace{\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)}^{v^2}\right)$$

$$f(\vec{v})=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

Мн-во всех ск-тей одинак. по модулю изображается сферой.



Вероятность попадания в интервал:

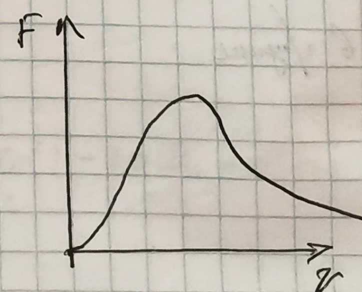
$$dP=F(v)\,dv=\iiint\limits_W f(\vec{v})\,dv_x\,dv_y\,dv_z=$$

$\{f(\vec{v})\approx const\}$

$v\in[v;\ v+dv]$

$$dP=F(v)\,dv=f(\vec{v})\iiint\limits_W dv_x\,dv_y\,dv_z=f(\vec{v})\,4\pi v^2\,dv$$

$$F(v)=4\pi v^2\cdot\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$



287.
T = 300 K
$300\pm0{,}31$
$500\pm0{,}51$

187.

$\frac{N_1}{N_2} = ?$

$T = 300\ K$

$300 \pm 0{,}31\ \frac{м}{с} = v_1 \pm \Delta v_1$

$500 \pm 0{,}51\ \frac{м}{с} = v_2 \pm \Delta v_2$

кол-во молекул с такими ск-ями.

$\langle N_1 \rangle = N_0 p_1$; $\langle N_2 \rangle = N_0 p_2$

$$p = \int_{v-\Delta v}^{v+\Delta v} F(v)\,dv \approx F(v) \cdot 2\Delta v$$

V – некоторое хар-ое значение ск-ти, которая опр. масштаб ее.

$$V = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2N_A kT}{N_A \cdot m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{0{,}028}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 300}{0{,}028}} = 4\sqrt{\frac{3}{2{,}8}} \cdot 10^2 \approx 400\ \frac{м}{с}$$

v_1 ?

Чтобы $F(v)$ заметно изменилось нужно менять на эту хар-ную величину V.

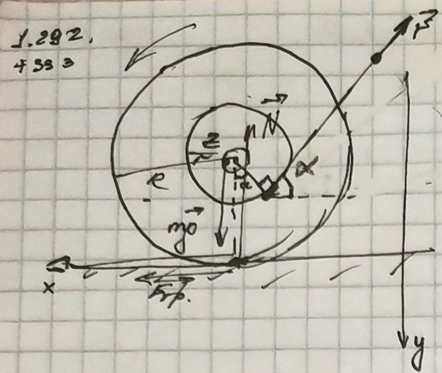
$$\frac{\langle N_1 \rangle}{\langle N_2 \rangle} = \frac{F(v_1)}{F(v_2)} \cdot \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} \cdot \underbrace{\exp\left(-\frac{v_1^2}{V^2} + \frac{v_2^2}{V^2}\right)}_{\approx 1} \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} \approx$$

$$\approx \frac{3^2}{5^2} \cdot 3 \cdot \frac{3}{5} \approx \frac{3^4}{5^3} \approx 0{,}6 \quad - 0{,}4$$

Д/З: 2.93, 2.105, 2.99, 2.104, 2.89, 2.100, 2.106, 2.90.

К следующему занятию постараться решать.

1.292.
4333



Качение — $\vec F_{тр} \uparrow\uparrow \vec V_0$
Скольжение — $\vec F_{тр} \uparrow\downarrow \vec V_0$

Теорема о движ.-ии центра масс:

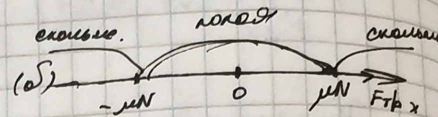
$m\vec a = \vec F + m\vec g + \vec N + \vec F_{тр}$; $F_x = F\cos\alpha$

$x: \; m a_x = -F\cos\alpha + F_{тр x}$

$y: \; 0 = -F\sin\alpha - N + mg \quad \rightarrow mg = F\sin\alpha + N$

(а)

(б)



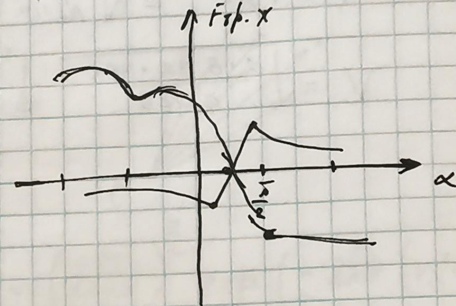
$z: \; I_z \gamma_z = Fr - F_{тр.x} \cdot R$

Вариант а) без проскальзывания : $|F_{тр.x}| \leq \mu N$; $-\mu N \leq F_{тр.x} \leq \mu N$

$a_x = \gamma_z R$

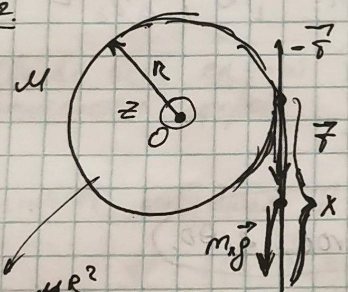
б) $F_{тр.x} = -\mu N$

в) $F_{тр.x} = \mu N$



1.272.

m, ℓ



$I = \dfrac{MR^2}{2}$

$c = \ell - x$ - длина намотанной части.

$m_c = m\dfrac{c}{\ell} = m\dfrac{\ell - x}{\ell}$; $m_x = m\dfrac{x}{\ell}$

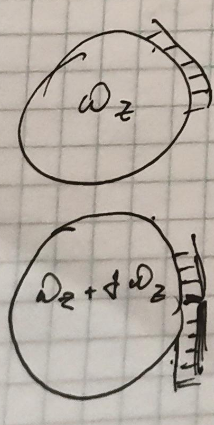
$I_c = m_c R^2$

$\dfrac{dN_z}{dt} = T \cdot R$

$\cancel{\dfrac{dN_z}{dt} = \dfrac{I\, d\omega_z}{dt}}$; $\cancel{I_z = I + I_c = \dfrac{MR^2}{2} + m_c R^2}$

$$\frac{dN_z}{dt} = \frac{dI_z\omega_z}{dt} = \frac{d(I + I_c)\,\omega_z}{dt} = I\frac{d\omega_z}{dt} + \omega_z\frac{dI_c}{dt} + I_c\frac{d\omega_z}{dt}$$

$$dN_z = I(\omega_z + d\omega_z) + \underline{(I_c + dI_c)(\omega_z + d\omega_z) + (-dm_c)\cdot}$$
$$\underline{\cdot(\omega_z + d\omega_z) R^2} - (I + I_c)\,\omega_z$$

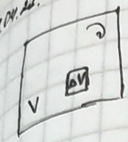


$m_x\, dV_x = m_x g\, dt - T dt$

$\quad \shortparallel$

$\quad d\omega_z \cdot R$

2.04.21. (1 домашняя)



$$\nu = \frac{PV}{RT}$$

$$p = \frac{\Delta V}{V}$$

$$\langle m\rangle = p\cdot N = p\cdot\nu\cdot N_A$$

$$\sigma_m = \sqrt{D_m} = \sqrt{p(1-p)N}$$

$$\frac{\sigma_m}{\langle m\rangle} = \sqrt{\frac{p(1-p)N}{p^2\cdot N^2}} = \sqrt{\frac{(1-p)}{pN}}$$

$$\left(\frac{\sigma_m}{\langle m\rangle}\right)^2 = \frac{(1-p)}{pN} = \frac{1-\frac{\Delta V}{V}}{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)\cdot\frac{PV}{RT}\cdot N_A} = \frac{V-\overset{\text{мало}}{\Delta V}}{V\cdot\Delta V}\cdot\frac{kT}{P} = \frac{kT}{\Delta V p} = 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \Delta V - ?$$

Распределение Максвелла.

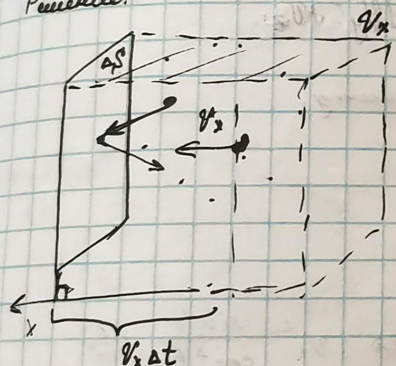
2.102.

$\varphi(v_x) \equiv f(v_x)$

Вычислить: $\Delta N_{ед} = ?$ молекул, ударяющихся в 1 времени за, о единичную площадку, если n, T, m (даны)

$\Rightarrow \Delta t = 1$ с. $\Delta S = 1$ м^2.

Решение:



$$f(v_x) = \frac{dP}{dv_x}$$

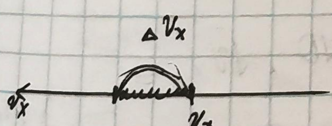
$$\Delta P \approx f(v_x)\,\Delta v_x$$

Берём интервал v_x, $\Delta v_x \ll v_x$

$$\Delta N(v_x, \Delta v_x) = N_0(v_x)\Delta P$$ (пользуемся принципом детального равновесия)

$$N_0(v_x) = n\cdot V(v_x) = n\cdot\Delta S\cdot v_x\Delta t$$

$$\Delta N(v_x, \Delta v_x) = n\Delta S\, v_x\Delta t\, f(v_x)\Delta v_x$$



Интегрируем: (молекулы с отриц. v_x не долетают → от 0 до ∞)

$$N = n\Delta S\cdot\Delta t\int_0^{+\infty} v_x f(v_x)\,dv_x$$

$$\Delta N_{ед} = \frac{N}{\Delta S\cdot\Delta t} = n\int\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} v_x\cdot\exp\left(-\frac{m v_x^2}{2kT}\right)dv_x =$$

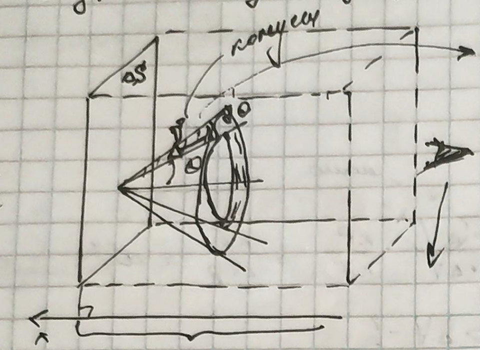
$$= n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\int \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2kT}\right)\cdot\frac{d(v_x^2)}{2} = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{kT}{m} = n\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

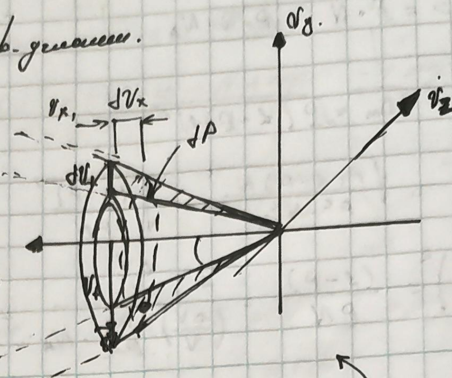
2.108. Дано:

m, n, T

$(\theta, \theta + d\theta)$ — интервал.

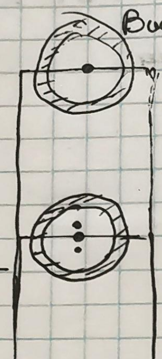
$dN_{эф}$. ~ молекулы сгруппиров. с опр-данными.





Вырезаем тонкое кольцо:

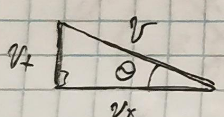
$dN_{eq.} = N_0 \cdot dP$



~ принцип детального равновесия (тоже справедлив)

другая площадка

$$dP(v_x, dv_x, \theta, d\theta) \equiv dP_{\odot} = \underbrace{f(v_x)\cdot f(v_y)\cdot f(v_z)}_{\text{плотность вероятности одинакова по всему кольцу.}} \cdot dv_x \cdot 2\pi v_\perp \, dv_\perp$$



$$v_\perp = v_x \, tg\,\theta \quad | \cdot d$$

$$dv_\perp = \frac{v_x \, d\theta}{\cos^2\theta} \qquad v^2 = \frac{v_x^2}{\cos^2\theta}$$

$$dP_{\odot} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}\right) \cdot dv_x \cdot 2\pi \cdot v_x^2 \frac{\sin\theta}{\cos^3\theta} \, d\theta$$

$$dN_{eq.} = n \cdot \Delta S \cdot \Delta t \cdot v_x \cdot dP_{\odot}$$

~ $\theta = const$ (по нему не интегрируем)

$$N_{eq} = n \int_0^{+\infty} v_x^3 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2kT\cos^2\theta}\right) \cdot 2\pi \frac{\sin\theta}{\cos^3\theta} d\theta \cdot dv_x =$$

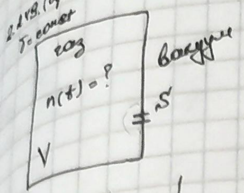
$$= n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} 2\pi \cdot \frac{\sin\theta}{\cos^3\theta} d\theta \underbrace{\left(\int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2kT\cos^2\theta}\right) \cdot \frac{v_x^2 \cdot m}{2kT\cos^2\theta} \cdot d\frac{v_x^2 m}{2kT\cos^2\theta} \right)}_{=1} \left(\frac{kT\cos^2\theta}{m}\right)^2$$

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx = 1.$$

8.04.2021. Задачи Сивухин (не Яковлев)

2.178 (Ир.) ≈ 329 (Сивухин)

$T = const$



Из прошлых задач мы знаем кол-во молекул, ударяющихся о стенку → теперь они вылетают.

$$\Delta N_{уд} = Kn$$

$t_{1/2} = ?$: $p \downarrow 2p$.

через площадку S за dt вылетит.

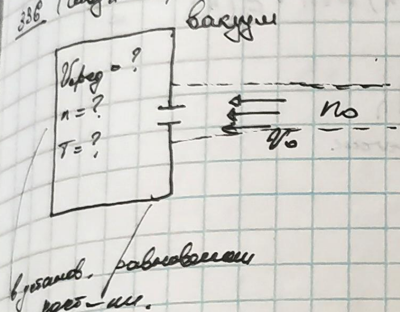
$$dN = \Delta N_{уд} \cdot S\,dt$$

$$d(nV) = KnS\,dt$$

$$V\,dn = KSn\,dt$$

и т.д.

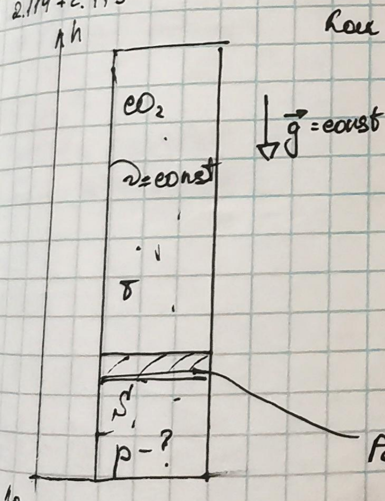
336 (Сивухин.)



В установившемся равновесии $p = nkT$.

Распределение Больцмана.

2.114 + 2.115



Как изменится давление газа на дно сосуда, если T увеличить в η раз.

Распр-е Больцмана: $n(h) = n_0 \cdot e^{\left(-\frac{mgh}{kT}\right)}$

$$p = nkT$$

$$pV = \nu RT \quad ; \quad \nu = \frac{N}{N_A}$$

$N = const$

Разбиваем на слои: $N = \int_0^{+\infty} S \cdot dh \cdot n(h) =$

$$= Sn_0 \underbrace{\int_0^{+\infty} e^{\left(-\frac{mgh}{kT}\right)} d\left(\frac{hmg}{kT}\right)}_{=1} \cdot \frac{kT}{mg} = Sn_0 \cdot \frac{kT}{mg}$$

$$n_0 = \frac{Nmg}{SkT} \qquad \left(p_0 = \frac{Mg}{S}\right)$$

$$p_0 = n_0 kT = \frac{Nmg}{S}$$

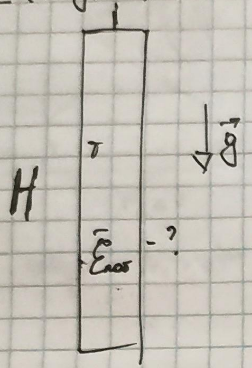
В 2.115. вместо $CO_2 \to N_2$

$h = ? : n(h, T) = n(h, \eta T)$

$$\frac{\cancel{Nmg}}{\cancel{SkT}} \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) = \frac{\cancel{Nmg}}{\cancel{Sk}\eta T} \exp\left(-\frac{mgh}{k\eta T}\right)$$

$$-\frac{mgh}{kT} = -\ln\eta + \left(-\frac{mgh}{\eta kT}\right)$$

346. (Савухин)



Найти: $\bar{E}_{пот}$ – средняя потенциальная энергия.

$$n_0 = \frac{Nmg}{SkT} \quad \text{(т.к. есть крышка)}$$

$$n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right)$$

$$\bar{E}_{пот} = \frac{\sum_{i=1}^{N} E_{пот\, i}}{N} = \frac{1}{N}\int_0^H n(h)\, S\, dh \cdot E(h) \text{ "}mgh\text{"} =$$

$$= \frac{1}{N}\int_0^H n_0 S \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) \cdot mgh \cdot dh$$

интеграл по частям

$$N = \int_0^H n_0 S \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) \cdot dh$$

Д/з: 345, 348, 2.116, 2.113, 2.114, 2.118, 2.120.

14.04.21.

2.239

Газ: N_2
н.у.
$p = 10^5$ Па
$T = 273$ K

e/λ - ?

2.243.

Азот N_2
н.у.

а) f_1 - ?
число сто...
за 1 сек...

б) f_{all} -
число в...
в 1 см³

2.251

$\eta \uparrow$ ...
$D \uparrow$ ...

p - ?
(как ...

11.04.21.

Явление переноса.

н.у. $\rightarrow P = 10^5$ Па ; $T = 273$ К.

2.239.

Газ: N_2.
н.у.
$P = 10^5$ Па
$T = 273$ К

$\frac{l}{\lambda}$ - ?

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 \cdot n} \quad [м] \quad ; \; n = \frac{N}{V} = \frac{\nu N_A}{V}$$

$$l = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$$

$$P = nkT \rightarrow n = \frac{P \cdot N_A}{kT \cdot N_A} = \frac{P \cdot N_A}{RT} = \frac{10^5 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{8{,}31 \cdot 273} =$$

$$\approx 2{,}5 \cdot 10^{25} \; м^{-3}$$

N_1

Если молекул $N \rightarrow V_1 = \frac{V}{N}$

$d = 1\,\mathring{A}$ (ангстрем) $= 10^{-10}$ м.

$V_1 = \frac{V}{N} = l^3 = \frac{1}{n}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{4{,}5} \cdot \frac{1}{(10^{-10})^2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{25}} = \frac{1}{13{,}5 \cdot 10^5} = \frac{1}{1{,}35 \cdot 10^6} \sim 10^{-6} \; м$$

$$l = \frac{1}{\sqrt[3]{2{,}5 \cdot 10^{25}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{25 \cdot 10^{24}}} \approx \frac{1}{3} \cdot 10^{-8} \approx 3 \cdot 10^{-9}$$

$$\longleftarrow \frac{l}{\lambda}$$

2.243.

Азот N_2.
н.у.

а) f_1 - ?
число столкновений, которое молекула за 1 секунду. ~~молекулы~~

б) f_{all} - ?
число всех столкновений в 1 см³ молекулами

$$\boxed{f_{all} = \frac{1}{2} f_1 \cdot n.}$$

$$\boxed{x \cdot y = z}$$

$\tau_{ср} \cdot \nu_{ср} \overset{?}{=} z_{ср}$.

$f_1 = \frac{1c}{\tau} \rightarrow$ среднее интервал времени между двумя столкновениями

$$\tau = \frac{\lambda}{|v|_{ср.}} = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\pi d^2 \cdot n \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}}$$

1,4

1,7

$\frac{kT}{m}$

~ но не обязательно

$$\begin{cases} \rho = \frac{m}{V} \\ n = \frac{N}{V} \end{cases} \qquad \frac{\rho}{n} = \frac{m}{N}$$

2.251

$\uparrow \alpha = 2$

$D \uparrow \beta = 4{,}0$

P - ?
(как изменилось?)

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda = \frac{1}{3} |v|_{ср.} \cdot \lambda$$

одно и то же

$\rho = n \cdot m_0$
масса одной молекулы.

$$\eta = \frac{1}{3} |v|_{ср.} \lambda \cdot n \cdot m = \frac{1}{3} |v|_{ср.} \lambda \cdot \rho = D \cdot \rho$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \rightarrow PV = \frac{\rho V RT}{\mu} \Rightarrow P = \frac{\rho RT}{\mu}$$

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}$$

$$D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 n}$$

$D = n \cdot m_0$

$$D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi m_0}} \cdot \frac{m_0}{\sqrt{2}\pi d^2 \cdot \rho} \cdot \rho$$

η ↑ 2,0 раза => $T \uparrow$ в 4 р.

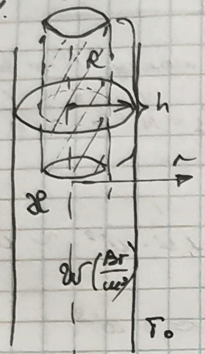
D в 4 р. => $\rho \to \frac{1}{2}\rho$

$$\parallel$$
$$\eta$$

$p = \frac{\rho}{\mu} RT$ и так далее

Теплопроводность.

2.271.



$T(r) = ?$

Закон Фурье:

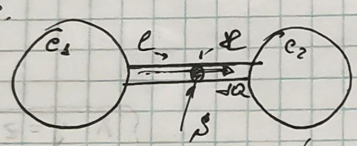
$$P_{(Вт)} = -\varkappa S_{\perp} \frac{dT}{dx}$$

тепловой поток

$$P_{бок.} = -\varkappa \cdot 2\pi r h \cdot \frac{dT}{dr} = w \cdot \pi r^2 \cdot h \longrightarrow T(r)$$

1) Рассматриваем стационарный случай

2.265.



при $t = 0 \to (\Delta T)_0$

Для стержня: $P = -\varkappa S_{\perp} \frac{dT}{dx} = const$

$$dQ = P\,dt$$

С другой стороны: $dQ = -C_1 dT_1$ $\quad dQ = -C_2 dT_2$

теплоёмкости тел.

Д/з: ~~2.262~~, ~~2.267~~, ~~421~~, ~~420~~, 459

2.120

$U(r) = \alpha r^2$

T, n_0

$$n(r) = n_0 \cdot e^{-\frac{U(r)}{kT}}$$

Слой $(r, r+dr)$

$$dV = 4\pi r^2 dr \;\to\; dN = n(r)\,dV = n(r) \cdot 4\pi r^2 dr$$

$$\frac{dN}{dr} = n(r)\, 4\pi r^2 \to max.$$

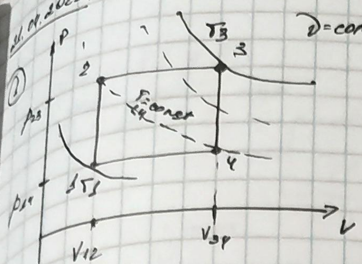
число молекул, приход. на данный радиус.

21.01.2021.

Ур-е Менделеева - Клапейрона

$\nu = const$

$\boxed{PV = \nu RT}$



$V = const$

$p \cdot C_1 = C_2 \cdot T \rightarrow \frac{p}{T} = const$

$p_2 = n p_1$

$\frac{T_{max}}{T_{min}} = ?$

$\frac{T_{max}}{T_{min}} = \frac{T_3}{T_1}$

(1) $p_{14} V_{12} = \nu R T_1$

(2) $p_{23} V_{12} = \nu R T_{24}$

(3) $p_{23} V_{34} = \nu R T_3$

(4) $p_{14} V_{34} = \nu R T_{24}$

$\frac{p_{23}}{p_{14}} \cdot \frac{V_{12}}{V_{34}} = 1$

$n = \frac{V_{34}}{V_{12}}$

$\frac{(3)}{(1)} \quad \frac{T_3}{T_1} = \frac{p_{23} V_{34}}{p_{14} V_{12}} = \underline{\underline{n^2}}$

Дано T_1, T_3

Найти: T_{24}.

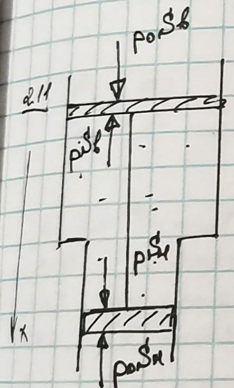
$\frac{(1)}{(2)} \quad \frac{p_{14}}{p_{23}} = \frac{T_1}{T_{24}}$

$\frac{(3)}{(4)} \quad \frac{p_{23}}{p_{14}} = \frac{T_3}{T_{24}}$

$\cdot \rightarrow 1 = \frac{T_1 T_3}{T_{24}^2}$

$\cancel{p_{23} = p_{14} \frac{T_3}{T_{24}}}$.

$T_{24} = \sqrt{T_1 T_3}$



$\nu = 1$ моль.

$\Delta S = S_B - S_H = 10$ см^2

$m = 5$ кг.

$p_0 = 1$ атм

$l = 5$ см

$\Delta T - ?$

Решение: Теорема о движении центра масс.

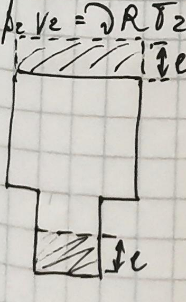
$mg + p_0 S_B + p S_H - p S_B - p_0 S_H = 0$ – условие равновесия поршня.

$mg + p_0 \Delta S - p \Delta S = 0 \rightarrow p = p_0 + \frac{mg}{\Delta S}$

$\Rightarrow p_1 = p_2$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$.

$p_2 V_2 = \nu R T_2$



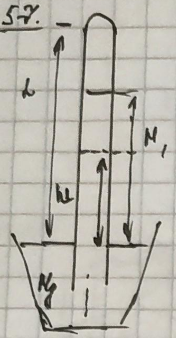
$V_2 = V_1 + S_B l - S_H l = V_1 + \Delta S \cdot l$

(2)-(1) $\rightarrow \nu R \Delta T = p(V_2 - V_1) = p(V_1 + \Delta S l - V_1) = p \Delta S l =$

$= (p) \Delta S l$

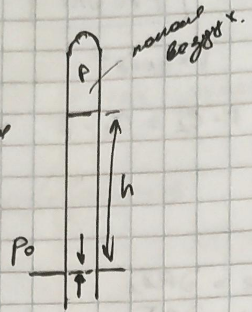
$$\Delta T = \frac{\left(p_0 + \frac{mg}{\Delta S}\right) l \cdot \Delta S}{\nu R}$$

Св. 57.



$p = \rho g h$

T и T_1 должны быть известны.



$p_{00} = \rho g H + 0$

$p_0 = \rho g h + p$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$ ——— $pV = \nu R T$ — для пузырька воздуха.

делим

$$\frac{p}{p_1} \cdot \frac{l-h}{l-h_1} = \frac{T}{T_1}$$

$\rho g H = \rho g h_1 + p_1$

а дальше одна арифметика. $\frac{p}{\rho g} = ?$

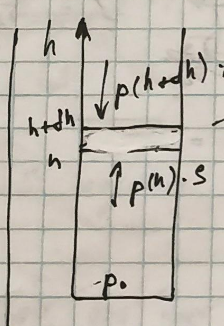
Ир. 2.20(а)

$M, \vec{g} = const$

$p(h) = ?$

при $h=0$ $p=p_0$

$T = T_0(1-\alpha h)$



— Должен находится в равновесии

$$dmg + p(h+dh)S - p(h)S = 0$$

$$dp = -dm\frac{g}{S}$$

$$pdV = \frac{dm}{M} RT$$

$$dm = \frac{pdVM}{RT} \quad ; \; dV = S \cdot dh$$

$$dp = -\frac{pMg}{RT} dh$$

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -\int_0^h \frac{Mg\,dh}{RT_0(1-\alpha h)}$$

Д/з: 2.40, 2.34

12.04.2021.

Теплоёмкость. Политропические процессы.

$\delta Q = dU + \delta A$

$Q^{получ} = \Delta U^{газа} + A^{газа}$

p, V, T

$$\boxed{U = \frac{i}{2}\nu RT = \frac{i}{2}pV}$$ – внутренняя энергия

$Q^{отд} = -Q^{получ}$

$A^{газа} = -A^{над\ газом}$ (!) ~ в силу III з-на Ньютона. (если тело неподвижное!)

$$\boxed{Q = c_{уд} m \Delta T} = C_{моль}\nu\Delta T = C_T \Delta T$$ – теплоёмкость тела

$C_{моль}$ – молярная теплоёмкость

$c_{уд}$ – удельная теплоёмкость

Ид. 1 ат. газ: $C_V = \frac{3}{2}R$

$C_p = \frac{5}{2}R.$

для произв: $C_V = \frac{i}{2}R$

$C_p = C_V + R$ – соотношение Майера.

$i = 3$ для 1 атомного

$i = 5$ для 2 ат.

$i = 6$ много

$C_T = \infty$

$C_{ад.} = 0$

$n = \infty \to V = const$

$n = 0 \quad p = const$

$n = 1 \quad pV = const$

$n = \gamma \quad pV^{\gamma} = const$

$$\longrightarrow \boxed{pV^n = const}$$

$p^{\alpha}V = const \quad]^{\frac{1}{\alpha}}$

$\alpha \to 0$

$p^1 V^{\frac{1}{\alpha}} = const^{\frac{1}{\alpha}}$

$p^1 V^{\infty} = const \to n = \infty$

1 закон термодинамики:

$$\delta Q = dU + \delta A = d\left(\frac{i}{2}\nu RT\right) + pdV = C_{моль}\nu dT$$

$$dU = \frac{i}{2}\nu R dT$$

$$\begin{cases} pV^n = const = p_0V_0^n \\ pV = \nu RT \end{cases}$$

$$\begin{cases} V^n dp + pnV^{n-1}dV = 0 \\ Vdp + pdV = \nu R dT \end{cases}$$

$$\begin{cases} Vdp + npdV = 0 \\ Vdp + pdV = \nu RdT \end{cases} \rightarrow Vdp = -npdV$$

$$pdV - npdV = \nu RdT$$

$$pdV(1-n) = \nu RdT \rightarrow pdV = \frac{\nu RdT}{1-n}$$

$$\gamma = \frac{\frac{i}{2}R + R}{\frac{i}{2}R} = 1 + \frac{2}{i} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}$$

$$\rightarrow \frac{2}{i} = \gamma - 1 \rightarrow \boxed{\frac{i}{2} = \frac{1}{\gamma-1}}$$

$\cancel{\frac{3}{2} = \frac{1}{\gamma-1}}$ $\cancel{\gamma - 1 = \frac{2}{3}}$

$$C_{мол}\nu dT = \frac{1}{\gamma-1}\nu RdT + \frac{1}{1-n}\nu RdT$$

$$\boxed{C_{мол} = R\left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{1-n}\right)}$$ — Политропический процесс.

$$\boxed{pV^n = const}$$

2.48.

γ
$\delta Q = -dU$
Найти: $C_{мол}$ - ?
$y_p - e(T, V)$

$\delta Q = -dU$

$\delta Q = dU + \delta A$

$0 = 2dU + \delta A$

$\delta A = -2dU$

$\delta Q =$

$$U = \frac{i}{2}\nu RdT = \nu C_V dT = \frac{1}{\gamma-1}\nu RdT$$

$$\delta Q = -\frac{1}{\gamma-1}\nu RdT = C_{мол}\nu dT$$

$$\underline{C_{мол} = -\frac{1}{\gamma-1}R}, \text{ но } C_{мол} = R\left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{1-n}\right)$$

$$-\frac{1}{\gamma-1}\cancel{R} = \cancel{R}\left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{1-n}\right)$$

$$-\frac{2}{\gamma-1} = -\frac{1}{n-1}$$

$$\frac{2}{\gamma-1} = \frac{1}{n-1}; \quad 2(n-1) = \gamma - 1$$

$$n = \frac{\gamma-1}{2} + 1 = \frac{\gamma+1}{2}$$

89.

политроп. процес

He

$V_1 = 4л.$

$V_2 = 1л.$

$p_1 = 1атм$

$p_2 = 8атм$

C-? $T_1 = 3$

$\lambda/3$

2.56.

γ

$C_{мол} =$

$\nu = 1$ моль

Решим

$$\frac{pV}{T} = \nu R = const$$

$$pV^{n} = const$$

$$\frac{V}{T\,V^{n}} = const$$

$$V^{n-1}T = const$$

$$V^{\frac{\gamma-1}{2}}T = const$$

89.

политроп. процесс

He

$V_1 = 4$ л.

$V_2 = 1$ л.

$p_1 = 1$ атм.

$p_2 = 8$ атм

$C - ?$ $T_1 = 300\,K$

$$C = \nu C_{моль}$$

$$C_{моль} = R\left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{1-n}\right)$$

$$p_1V_1^{n} = p_2V_2^{n} \rightarrow 1\cdot 4^{n} = 8\cdot 1^{n}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n} \qquad 4^{n} = 8\cdot 1$$

$$\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{4}\right)^{n} \qquad n = \log_4 8$$

$$n = \log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{8} \rightarrow n = \log_4 8$$

$$n = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}\log_2 2 = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

$$\Rightarrow C_{моль} = R\left(\frac{1}{\frac{5}{3}-1} + \frac{1}{1-\frac{3}{2}}\right) = R\left(\frac{3}{2} - 2\right) = -\frac{1}{2}R$$

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

$$C = -\frac{1}{2}\nu R = -\frac{1}{2}\frac{p_1V_1}{T_1}$$

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \rightarrow \nu R = \frac{p_1V_1}{T_1}$$

Ответ: $C = -\frac{1}{2}\frac{p_1V_1}{T_1}$

Д/з: Иродов 2.40, 2.34, ~~2.56~~, 2.50, 2.51

2.58.

γ

$C_{моль} = \frac{\alpha}{T}$

$\nu = 1$ моль

$$\delta Q = \nu C_{моль}\,dT = \nu\alpha\frac{dT}{T} = \frac{1}{\gamma-1}\nu R\,dT + p\,dV$$

$$pV = \nu RT \rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$$

$$p\,dV + V\,dp = \nu R\,dT$$

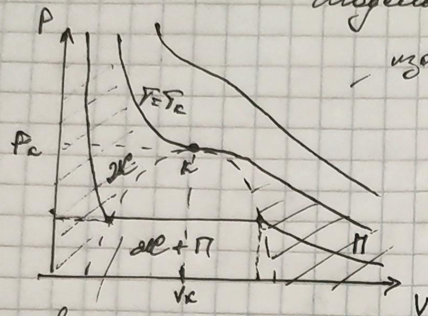
28.04.21.

420. $\varkappa = \frac{1}{3}\frac{\sqrt{8kT}}{\sqrt{\pi m}}\cdot\frac{5}{2}k$

Реальные газы. Фазовые превращения

Модель Ван-дер-Ваальса.

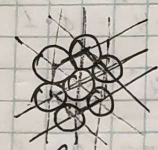
изотермы



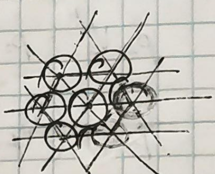
двухфазное состояние в-ва

Принципиальной разницы между жидкостью и газом - нет.

тверд.



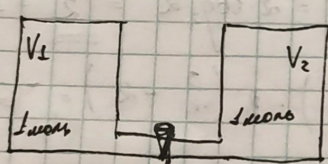
твёрд. тело



жидкость

Разница в ориентации.

472.



ВдВ

до - T

$\Delta T = ?$

$p' = ?$

Нагреется или охладиться газ после открытия крана?

I ~~часть~~ (для идеального газа):

до: $p_1V_1 = \nu RT$

$p_2V_2 = \nu RT$

после: $p'(V_1+V_2) = 2\nu RT'$

$$\underbrace{2\nu C_V(T'-T)}_{\Delta U} + \underbrace{0}_{A=0,\ V=const} = 0 \Rightarrow T' = T$$

II (газ ВдВ)

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$, где v - молярный объём

$$\left(p_1 + \frac{a\nu^2}{V_1^2}\right)\left(\frac{V_1}{\nu} - b\right) = RT$$

$$\left(p_2 + \frac{a\nu^2}{V_2^2}\right)\left(\frac{V_2}{\nu} - b\right) = RT$$

$$\left(p' + \frac{a\nu^2}{(V_1+V_2)^2}\right)\left(\frac{V_1+V_2}{2\nu} - b\right) = RT'$$

$$U = c_v T - \frac{a}{v}$$

$\nu = 1$ моль — I пр. терм.

$$\underbrace{2\nu\left(c_v T' - \frac{a 2\nu}{(V_1+V_2)}\right)}_{U_{\text{кон.}}} - \nu\underbrace{\left(c_v T - \frac{a\nu}{V_1} + c_v T - \frac{a\nu}{V_2}\right)}_{U_{\text{нач.}}} + 0 = 0$$

$$2\nu c_v (T' - T) - a\nu^2\left(\frac{4}{V_1+V_2} - \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)\right) = 0$$

$$\Delta T = \frac{a\nu}{2c_v}\left(\frac{4}{V_1+V_2} - \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right)$$

$$\frac{4}{x+y} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{4xy - (x+y)y - (x+y)x}{(x+y)xy} = -\frac{(x-y)^2}{(x+y)xy} < 0$$

$$\Rightarrow T \downarrow$$

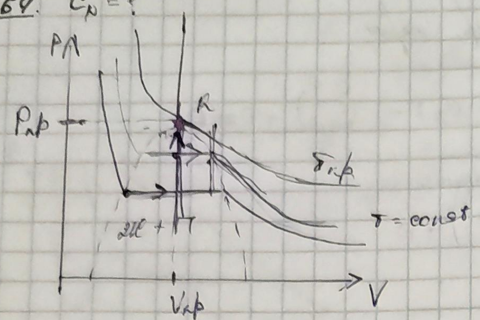
$p' - ?$ д/з.

Д/з: найти p' в 472 и + 2.203

12.05.2021.

Реальные газы.

464. $C_p = ?$



$C_p = \frac{i+2}{2} R\nu$

$C_p = C_T = \frac{\delta Q}{dT} \to \infty$, $dT = 0$

2.217

$T_{кр} = 417$ K.
$p_{кр} = 35,5$ атм
$\mu = 74$ г/моль

$\frac{V_э}{V_c} = ?$

$V_{кр}^{моль} = 3b$

$p_{кр} = \frac{a}{27b^2}$

$T_{кр} = \frac{8a}{27Rb}$; $p_{кр} V_{кр}^{моль} = \frac{3}{8} R T_{кр}$

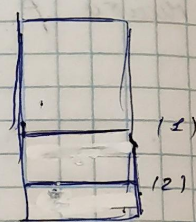
$\left(p + \frac{a^2}{V^2}\right)(V - b) = RT$

$p(V,T)$

$\frac{\partial p(V,T)}{\partial V} = 0$

$\frac{\partial^2}{\partial V^2} = 0$

$\Rightarrow V_{кр.}^{моль} = \frac{3RT_{кр.}}{8p_{кр.}} = V_c$.



$V_э^{конд.} = \frac{m}{\rho^{конд.}} = \frac{1 моль \cdot \mu}{\rho}$

$\Rightarrow \frac{V_{кр}}{V_{кр.э}} = \frac{3RT_{кр.} \cdot \rho}{8 p_{кр.} \cdot \mu}$

2.201. → Д/З

Нас. пар.
$T = const$

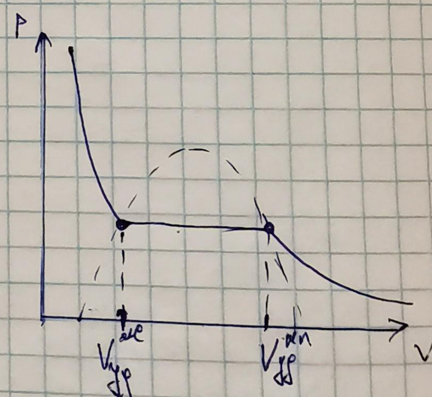
$V \downarrow n$ раз;

Какую часть кон-го объёма занимает жидкая фаза, если:

$\boxed{V^{уд} = \frac{1}{\rho}}$

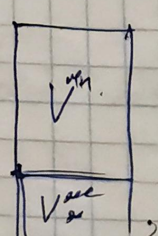
$\eta = \frac{V^{ж}}{V^{с}} = ?$

$\frac{V_{уд}^{н.п.}}{V_{уд}^{ж}} = N > n$



Решение: $\begin{cases} V = V^{ж} + V^{н.п.} = m^{ж} \cdot V_{уд}^{ж} + m^{н.п.} \cdot V_{уд}^{н.п.} \\ m^{ж} + m^{н.п.} = m = 1 \text{ кг. (пусть)} \end{cases}$

$m^{ж} = m \frac{V_{уд} - V_{уд}^{н.п.}}{V_{уд}^{ж} - V_{уд}^{н.п.}}$



2.221. H_2O

$V_{уд}^{н.п.} = ?$

$p = p^{норм}$

$\downarrow \Delta p = 3,2$ кПа

$\downarrow \Delta T^{кип} = 0,9$

Д/З: 2.20

2.222. H_2O

$V_{уд}^{н.п.} = ?$

$p = p^{норм}$

$\Delta p = 3{,}2$ кПа

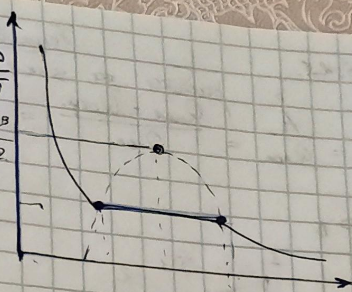
$\Delta T^{мин} = 0{,}9$ К

$$\boxed{\frac{dp}{dT} = \frac{q_{ж-п}}{T\left(V_{уд}^{н.п} - V_{уд}^{ж}\right)}} \approx \frac{\Delta p}{\Delta T}$$

$q_{ж-п} = 2{,}2\ \frac{МДж}{кг}$

$T = 373$ К $= 100°C$

$V_{уд}^{ж} = \frac{1}{\rho} = 0{,}001\ \frac{м^3}{кг}$

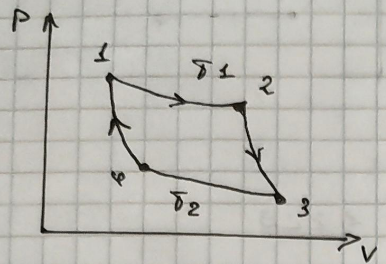


Д/З: 2.201 доказ-ть ; 466 ; 2.203 ; 2.204 , 2.223

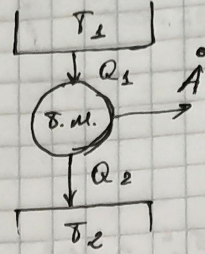
19.05.21. Тепловые двигатели.

$\mathring{A}$ – работа за цикл.

$$\eta = \frac{\mathring{A}}{Q_{пол.}} = \frac{Q_{пол} - Q_{отд.}}{Q_{пол.}} = 1 - \frac{Q_{отд.}}{Q_{пол.}}$$

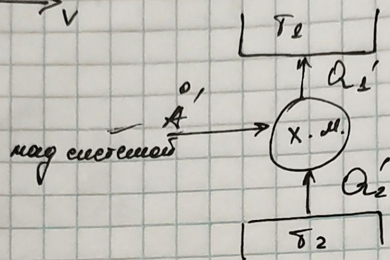


Тепловая машина.



$$\eta_к = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Холодильная машина.



① Дано: х.м.
T_2, T_1, Q_2'

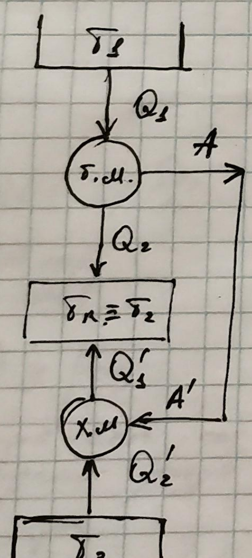
$A' = ?$

$$\mathring{A}' = Q_1' - Q_2'$$

$$\frac{Q_2'}{Q_1'} = \frac{T_2}{T_1} \ ; \quad Q_1' = \frac{T_1}{T_2} Q_2'$$

$$A' = Q_2' \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right)$$

②



$$Q_\Sigma = Q_2 + Q_1'$$

Дано: T_1, $T_к$, T_3.

$$Q_\Sigma \overset{?}{>} Q_1 \iff \frac{Q_\Sigma}{Q_1} \overset{?}{>} 1$$

$$A = Q_1 - Q_2$$

$$A' = Q_1' - Q_2' = A \rightarrow Q_1 - Q_2 = Q_1' - Q_2'$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_к}{T_1} \ ; \quad \frac{Q_2'}{Q_1'} = \frac{T_3}{T_к}.$$

$$Q_\Sigma = Q_2 + Q_1' = Q_1 \cdot \frac{T_к}{T_1} + Q_1'$$

$$\cancel{Q_1' = \frac{T_к}{T_3} Q_2'}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_к}{T_1} \Rightarrow Q_2 = Q_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

$$Q_1' = Q_1 - Q_2 + Q_2'$$

$$Q_1 - Q_2 = Q_1' - Q_2'$$

$$Q_1\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = Q_1' - Q_2'$$

$$Q_1' = \frac{T_K}{T_3} Q_2' \qquad Q_2' = Q_1' \frac{T_3}{T_K}$$

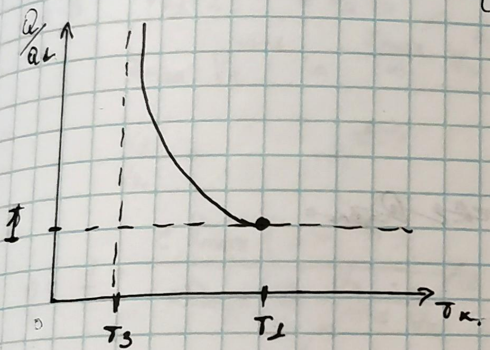
$$\cancel{Q_1\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = Q_2'\left(\frac{T_K}{T_3}-1\right)}$$

$$Q_1\left(1-\frac{T_K}{T_1}\right) = Q_1'\left(1-\frac{T_3}{T_K}\right) \rightarrow Q_1' = \frac{Q_1\left(1-\frac{T_K}{T_1}\right)}{\left(1-\frac{T_3}{T_K}\right)}$$

$$\frac{Q_\Sigma}{Q_1} = \frac{Q_1\cdot\frac{T_K}{T_1} + \frac{Q_1\left(1-\frac{T_K}{T_1}\right)}{\left(1-\frac{T_3}{T_K}\right)}}{Q_1} = \frac{T_K}{T_1} + \frac{\left(1-\frac{T_K}{T_1}\right)}{\left(1-\frac{T_3}{T_K}\right)} =$$

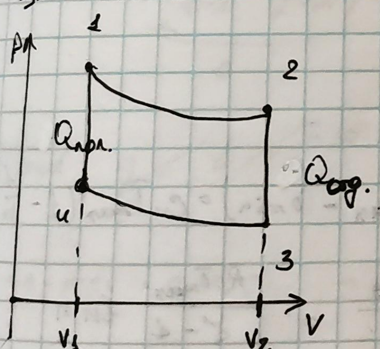
$$= \frac{T_K\left(1-\frac{T_3}{T_K}\right) + T_1\left(1-\frac{T_K}{T_1}\right)}{\left(1-\frac{T_3}{T_K}\right)T_1} = \frac{(\cancel{T_K} - T_3 + T_1 - \cancel{T_K})}{\frac{(T_K-T_3)T_1}{T_K}} =$$

$$= \frac{(T_1-T_3)T_K}{(T_K-T_3)T_1} = \frac{T_1-T_3}{\left(1-\frac{T_3}{T_K}\right)T_1} = \frac{\left(1-\frac{T_3}{T_1}\right)}{\left(1-\frac{T_3}{T_K}\right)}$$



$$\Rightarrow \underline{\underline{Q_\Sigma > Q_1}}$$

③ Цикл Отто



$$\frac{V_2}{V_1} = n \; ; \quad N_2 - i = 5$$

$$\gamma = 1+\frac{2}{i} = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5}$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{отд.}}{Q_{пол.}}$$

2-3: $Q_{отд} = \Delta U_{23} = U_3 - U_2 = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}V_2(p_3-p_2)$

4-1: $Q_{пол.} = \frac{5}{2}V_1(p_1-p_4)$

1-2: $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$

3-4: $p_3V_2^\gamma = p_4V_1^\gamma$

$$Q_{пол.} = Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{41}^{=0} = c_V (T_1 - T_4)$$

$$Q_{отд} = |Q_{23}| = |\Delta U_{23}| = c_V (T_2 - T_3)$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{Q_{отд}}{Q_{пол.}} = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}$$

$$TV^{\gamma - 1} = const$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} = T_2 n^{\gamma-1} V_1^{\gamma-1} \rightarrow T_1 = T_2 n^{\gamma-1}$$

$$T_3 V_{3,2}^{\gamma-1} = T_4 V_{4,1}^{\gamma-1}$$

$$\Downarrow$$

$$T_3 n^{\gamma-1} = T_4$$

или ~~...~~

$$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_2 n^{\gamma-1} - T_3 n^{\gamma-1}}$$

$$T_2 n^{\gamma-1} = T_1.$$

$$T_3 n^{\gamma-1} = T_4.$$

$$n^{\gamma-1}(T_2 - T_3) = T_1 - T_4 \rightarrow \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4} = \frac{1}{n^{\gamma-1}}$$

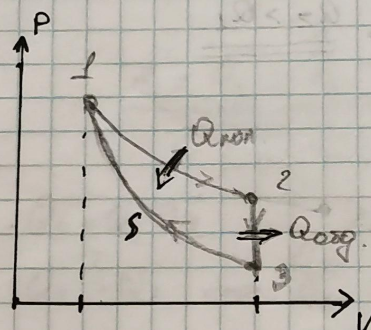
$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{n^{\gamma-1}}$$

4) T_{max} - на (T)

$\frac{T_{max.}}{T_{min}} = n$

η - ?

(V), (S), (T)



~~1-2: Q пол. =~~

$$Q_{12} = \underbrace{\Delta U_{12}}_{=0} + A_{12} = Q_{пол}$$

$$Q_{отд} = |Q_{23}| = c_V (T_2 - T_3) = c_V (T_{max} - T_{min}) = c_V T_{max} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$Q_{пол.} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT_{max}}{V}\,dV = RT_{max} \ln \frac{V_{2,3}}{V_1} = \frac{RT_{max}}{\gamma - 1} \ln n$$

1-3: $T_{max} \cdot V_1^{\gamma-1} = \left(\frac{T_{max}}{n}\right) \cdot V_3^{\gamma-1}$

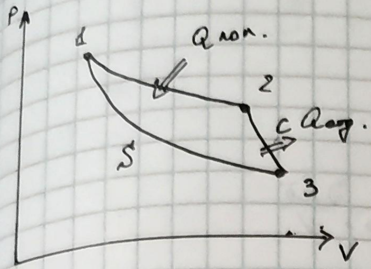
$$\frac{V_3}{V_1} = n^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

~~$\eta = 1 - \frac{Q_{отд.}}{Q_{пол.}} = 1 -$~~

$$c_p = c_V + R$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{c_V + R}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V}; \quad \frac{R}{c_V} = \gamma - 1$$

$$\eta = 1 - \frac{c_v T_{max.} (n-1)}{n \cdot \frac{R}{\gamma - 1} T_{max} \ln n} = 1 - \frac{(n-1)}{n \cdot \ln n}$$



(C), (S), (T)

$$Q_{пол.} = \int_{V_1}^{V_2} p\, dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{R T_{max}}{V} dV = R T_{max} \ln \frac{V_2}{V_2}$$

$$Q_{отд.} = |Q_{23}|$$

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad \Rightarrow Q_{отд} = |Q_{23}| = C(T_2 - T_3) = C T_{max} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$T_{max.} V_1^{\gamma - 1} = \left(\frac{T_{max}}{n}\right) \cdot V_3^{\gamma - 1}$$

$$\frac{V_3}{V_1} = n^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

$$2\text{-}3: \quad T_2 V_2^{m-1} = T_3 V_3^{m-1} \qquad m = \frac{C - C_p}{C - C_v} = \frac{C - \gamma C_v}{C - C_v}$$

$$T_{max} V_2^{m-1} = \frac{T_{max}}{n} V_3^{m-1}$$

$$\frac{V_3}{V_2} = n^{\frac{1}{m-1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{C T_{max}\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{R T_{max} \ln \frac{\cancel{V_3} \cdot n^{\frac{1}{\gamma-1}}}{n^{\frac{1}{m-1}} \cancel{V_3}}} = 1 - \frac{C\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{R\left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{m-1}\right) \ln n} =$$

$$= 1 - \frac{C\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{\underbrace{R\left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{1-m}\right)}_{C} \ln n} = 1 - \frac{(n-1)}{n \cdot \ln n}$$

~~иш~~ $\cancel{\eta = 1 - C(n-1)}$

$$mC - mC_v = C - \gamma C_v \rightarrow C = \frac{(m - \gamma) C_v}{(m-1)}$$

Д/з: 2.128, 2.129, 2.132 (б)

20.05.21.

Энтропия.

$dS = \frac{\delta Q_{обр.}}{T}$ — если $Q_{обр.}$ - кол-во теплоты в обратимом процессе.

ф-я состояния (не зависит от процесса)

$$\int_{S_1}^{S_2} dS = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q_{обр.}}{T}$$

$$S_2 - S_1 = \int_{(1)}^{(2)} \frac{dU + \delta A}{T}$$

1. $T = const$ $\qquad pV = \nu RT$; $p = \frac{\nu RT}{V}$

$V_1 \to V_2$

$$S_2 - S_1 = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta A}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p\,dV}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT\,dV}{V \cdot T} = R\nu \ln \frac{V_2}{V_1}$$

2. $p = const$ $\qquad pV = \nu RT \to T = \frac{pV}{R}$

$V_1 \to V_2$.

$$S_2 - S_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\frac{i}{2} p\,dV + p\,dV}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p\,dV}{T}\left(\frac{i}{2}+1\right) = \int_{V_1}^{V_2} \frac{R p\,dV}{pV}\left(\frac{i}{2}+1\right) =$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{i}{2}+1\right)\frac{R\,dV}{V} = \left(\frac{i}{2}+1\right) R \ln \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{i}{2}R + R\right) \ln \frac{V_2}{V_1} = (C_v + R) \ln \frac{V_2}{V_1} =$$

$$= C_p \ln \frac{V_2}{V_1}$$

3. $V = const$

$T_1 \to T_2$

$$S_2 - S_1 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

№1.

$\nu = 1$ моль,

γ, n

$\frac{T_2}{T_1} = \tau$

$S_2 - S_1 = \Delta S = ?$

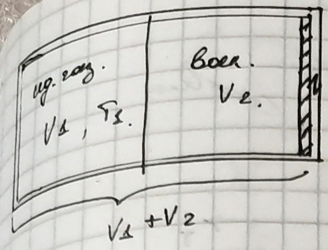
$$dS = \frac{\delta Q_{обр.}}{T}$$

$$\Delta S = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q_{обр.}}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c\,dT}{T} = c \ln \tau = C_v \frac{n-\gamma}{n-1} \ln \tau = R\frac{n-\gamma}{(n-1)(\gamma-1)} \ln \tau$$

$$c = c_\mu \cdot \nu = R\left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{1-n}\right)\cdot \nu$$

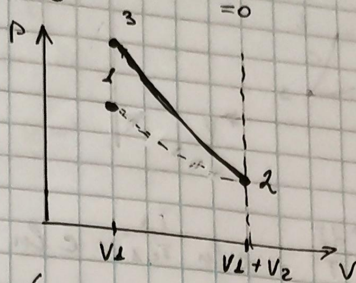
$$n = \frac{c - C_p}{c - C_v} \to c = \frac{nC_v - C_p}{n-1} = C_v \frac{n-\gamma}{n-1}$$

$$C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$



$\delta Q = 0$

$$\underbrace{\delta Q}_{=0} = dU + \underbrace{\delta A}_{=0} \rightarrow dU = 0 \rightarrow T = const$$



$\Delta S = ?$

Можем заменить простыми изопроцессами.

$$\Delta S = R\ln\frac{V_1+V_2}{V_1} = R\ln\left(1+\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Пусть $V_1 = V_2$.
$\nu = 1$ моль.
γ

$$V_1 \xrightarrow{12} (V_1+V_2) \xrightarrow{23} V_1$$

$\Delta U_{12} = ?$ $\Delta U_{23} = ?$
$\Delta S_{12} = ?$ $\Delta S_{23} = ?$

1) $\Delta S_{12} = R\ln 2$
$\Delta U_{12} = 0$

2) ΔS_{23} 2-3 - адиабатический процесс. (бесконечно медленный)

2-3: $\Delta S_{23} = 0$

$$\Delta U_{23} = -A_{23}$$

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2}p_3V_1 - \frac{i}{2}p_2\cdot 2V_1.$$

$$p_2(2V_1)^\gamma = p_3(V_1)^\gamma$$

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2}RT_3 - \frac{i}{2}RT_1.$$

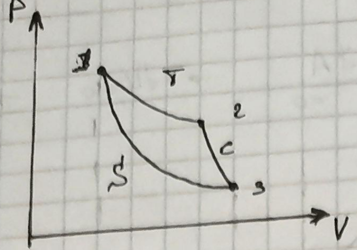
$$T_1(2V_1)^{\gamma-1} = T_3V_1^{\gamma-1}$$

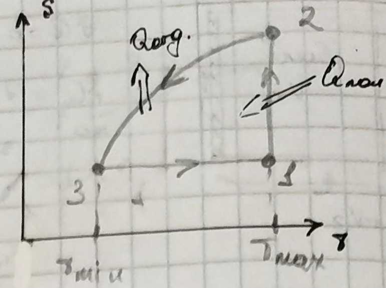
$$2^{\gamma-1}T_1 = T_3$$

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2}R(T_3-T_1) = \frac{i}{2}RT_1(2^{\gamma-1}-1) = \frac{R}{\gamma-1}T_1(2^{\gamma-1}-1)$$

$$C_V = \frac{i}{2}R = \frac{R}{\gamma-1}$$

№3.
(T), (c), (S)





$\frac{T_{max}}{T_{min}} = \tau$

$\eta = ?$

$\delta Q_{обр} = c\,dT$

$\Delta S_{23} = c\int_{T_2}^{T_3}\frac{dT}{T} = c\ln\frac{T_3}{T_{2,1}} = c\ln\frac{1}{\tau} = -c\ln\tau$

$S_3 - S_2 = -c\ln\tau$

$dS = \frac{\delta Q_{обр.}}{T}$

$Q_{пол} = Q_{12} = T_{max}\cdot\Delta S_{12} = T_{max}(S_2 - S_1) = T_{max}(S_2 - S_3) =$

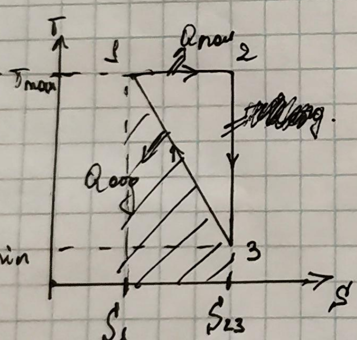
$= T_{max}\cdot c\ln\tau$

$Q_{отд} = |Q_{23}| = \Delta S_{23}\cdot T = c\int_{T_2}^{T_3}\frac{dT}{T}\cdot T = c(T_{max} - T_{min}) =$

$= cT_{max}\left(1 - \frac{1}{\tau}\right)$

$\eta = 1 - \frac{Q_{отд.}}{Q_{пол.}} = 1 - \frac{\cancel{cT_{max}}\left(1 - \frac{1}{\tau}\right)}{\cancel{cT_{max}}\cdot \cancel{c}\ln\tau} = 1 - \frac{(\tau - 1)}{\tau\ln\tau}$

№4.



$\frac{T_{max}}{T_{min}} = \tau$; $dS = \frac{\delta Q_{обр.}}{T}$

$\eta = ?$

$Q_{пол.} = Q_{12} = T_{max}\cdot(S_2 - S_1)$

$Q_{отд} = Q_{31} = \int_{(max)}^{(кон)} T\,dS$ площадью под графиком

$Q_{отд.} = \frac{T_{max} + T_{min}}{2}(S_2 - S_1)$

$\eta = 1 - \frac{Q_{отд.}}{Q_{пол}} = 1 - \frac{T_{max} + T_{min}}{2T_{max}}$

Д/з: Сб. 2.17, Ир. 2.141., 2.148.