

Задача - по почте.

Теория возмущений. Правила отбора.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi(\vec{r}, t) \quad \sim \text{нестат. ур-е Шредингера.}$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

гипотеза о разложении системы $\rightarrow$ разб. известное решение.

$$\hat{H}_0 \psi_n(\vec{r}, t) = E_n \psi_n(\vec{r}, t)$$

Возможно 2 случая: 1) $\hat{V} \neq \hat{V}(t) \rightarrow$ стационарная теория возмущений
2) $\hat{V} = \hat{V}(t) \rightarrow$ нестационарная теория возмущений.

$$E_n = E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + E_n^{(2)} + \dots$$

$$2) \psi = \sum c_n(t) \psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) \Rightarrow c_n(t) = c_n^{(0)} + c_n^{(1)}(t) + c_n^{(2)}(t) + \dots$$

Без возмущения: решим переменной.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 \Rightarrow \psi(\vec{r}, t) = \psi_1(\vec{r}) \cdot \psi_2(t)$$

$$\Rightarrow \psi_1(\vec{r}) \cdot i\hbar \frac{\partial \psi_2(t)}{\partial t} = \psi_2(t) \cdot \hat{H}_0 \psi_1(\vec{r}) \quad | : \psi_1 \cdot \psi_2$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = \left\{ \frac{\hat{H}_0 \psi_1(\vec{r})}{\psi_1(\vec{r})} = \text{const} = E \right\} \Rightarrow \hat{H}_0 \psi_1(\vec{r}) = E_n \psi_1(\vec{r})$$

$$\frac{i\hbar}{\psi_2} \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = E \int dt \Rightarrow \ln \psi_2 = \frac{E}{i\hbar} t + C \Rightarrow \psi_2(t) = \underline{\underline{e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t}}}$$

$$\text{Условие нормировки: } \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1 ; \quad |\psi|^2 = \psi \cdot \psi^*$$

Теперь переформулируем ур-е:

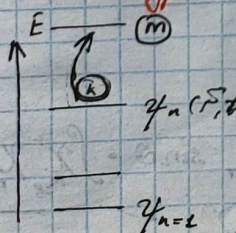
$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{V}(t)) \psi(\vec{r}, t)$$

$$i\hbar \sum_n \frac{\partial c_n}{\partial t} \psi_n^{(0)}(\vec{r}) e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t} + i\hbar \sum_n c_n \psi_n^{(0)}(\vec{r}) \left(-\frac{i E_n}{\hbar} \right) e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t} = \sum_n E_n \psi_n^{(0)}(\vec{r}) e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t} \cdot c_n + \int_V \hat{V} c_n(t) \psi_n^{(0)}(\vec{r}) e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t} \cdot \psi_m^{*(0)}(\vec{r})$$

$$\Rightarrow i\hbar \frac{\partial c_m}{\partial t} e^{-i \frac{E_m}{\hbar} t} + i\hbar c_m \left(-\frac{i E_m}{\hbar} \right) e^{-i \frac{E_m}{\hbar} t} = E_m c_m e^{-i \frac{E_m}{\hbar} t} + \sum_n V_{mn} c_n e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t}$$

$$\Rightarrow i\hbar \dot{c}_m = \sum_n V_{mn} c_n e^{i \omega_{mn} t}, \quad \text{где } \omega_{mn} = \frac{E_m - E_n}{\hbar}$$

ур-е Шредингера в представлении взаимодействия.



$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_n c_n(t) \psi_n^{(0)}(\vec{r})$$

$$\psi(\vec{r}, t) \equiv \psi_1$$

$$C_n(t) = C_n^{(0)} + C_n^{(1)} + \dots$$

$\delta_{kn} \sim$ если в попер. уровне излучения.

С учетом нач. условий: $C_n^{(0)} = \delta_{kn}$

$$i\hbar \dot{C}_m = V_{mk} e^{i\omega_{mk} t}$$

$$\Rightarrow C_m^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^t V_{mk}(t') e^{i\omega_{mk} t'} dt'$$

$|C_m^{(1)}|^2$ - вероятность перехода из (k) в (m)

$$V_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_m^*(r) \hat{V} \psi_n(r) dr$$

Если есть поле: $E = E_0 \cos \omega t \Rightarrow \hat{V} = -\tilde{e} \times E_0 \cos \omega t$

$$\Rightarrow V_{mn} = -\tilde{e} E_0 \cos \omega t \int \psi_m^*(r) \times \psi_n(r) dr = -\tilde{e} E_0 \cos \omega t \cdot X_{mn}$$

15.09.23г.

Правильно подобра.

Электродипольное взаимодействие предполагает наличие:

$$V_{ab} = -(\hat{d}_{ab} \cdot \vec{E}_0)$$

Если $\hat{d}_{ab} = 0 \Rightarrow$ взаимодействие нет

$\hat{d}_{ab} \neq 0 \Rightarrow$ взаимодействие имеет место $\Rightarrow P_{k \rightarrow m}$

$$\hat{d}_{ab} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_a^*(\vec{r}) \hat{d} \psi_b(\vec{r}) d\vec{r}$$

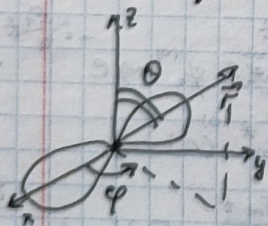
Можно разложить переменные: $\psi(x, y, z) = \psi_x(x) \psi_y(y) \psi_z(z)$

Если говорить про атомы $\rightarrow$ они обладают сферической симметрией

$$\Rightarrow r, \theta, \varphi \Rightarrow \vec{r} = r \vec{e}_r$$

$$\vec{r} = r \left(\underbrace{\cos \varphi \sin \theta}_{dx} \vec{e}_x + \underbrace{\sin \varphi \sin \theta}_{dy} \vec{e}_y + \underbrace{\cos \theta}_{dz} \vec{e}_z \right)$$

$$\psi_a(r, \theta, \varphi, s) = R(r) \cdot \underbrace{Y(\theta, \varphi)}_{\text{угловые коэф.}} \cdot \underbrace{\chi(s)}_{(s) m_{s a}}$$



$$\hat{L}^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}$$

$$\hat{L}_z Y_{lm} = \hbar m Y_{lm}$$

$$P_{\alpha \leftrightarrow \beta} = R_{n\alpha\beta} \cdot Y_{lm\alpha} \cdot \chi_{(s)m_{s\beta}}$$

$$(\hat{d}_z)_{\alpha\beta} = e \int r \cdot r \cdot R_{n\alpha\beta}(r) \cdot R_{n\beta\alpha}(r) \cdot r^2 \int d\varphi \int d\theta \cos \theta Y_{lm\alpha}^* Y_{lm\beta} \sin \theta \cdot \int \chi_{m_{s\beta}}^* \chi_{m_{s\alpha}} ds$$

$\hat{d}_{\alpha\beta} \neq 0$ необходимо: $\Delta m_z = m_{s\beta} - m_{s\alpha} = 0$

Δn - любое

? Что получится с помощью $\rightarrow$ физики и математики

$$\cos \theta Y_{\ell m} = \sqrt{\frac{(\ell-m+1)(\ell+m+1)}{(2\ell+2)(2\ell+3)}} Y_{\ell+1, m} + \sqrt{\frac{(\ell-m)(\ell+m)}{(2\ell+1)(2\ell-1)}} Y_{\ell-1, m} \quad \text{~ сфер. харм.}$$

$$\sin \theta \cdot e^{-i\varphi} Y_{\ell m} = \sqrt{\frac{(\ell-m+1)(\ell-m+2)}{(2\ell+2)(2\ell+3)}} Y_{\ell+1, m-1} + \sqrt{\frac{(\ell+m-1)(\ell+m)}{(2\ell+1)(2\ell-1)}} Y_{\ell-1, m-1}$$

$$\sin \theta \cdot e^{+i\varphi} Y_{\ell m} = \sqrt{\frac{(\ell+m+1)(\ell+m+2)}{(2\ell+2)(2\ell+3)}} Y_{\ell+1, m+1} + \sqrt{\frac{(\ell-m-1)(\ell-m)}{(2\ell+1)(2\ell-1)}} Y_{\ell-1, m+1}$$

Изобразим: $\int d\Omega \cdot \cos \theta Y_{\ell m}^* Y_{\ell' m'} \sin \theta$

$C_1 Y_{\ell+1, m} + C_2 Y_{\ell-1, m}$

$\Rightarrow \Delta \ell = \pm 1$
 $\Delta m = 0$
 $\Delta m_s = m_{s\ell} - m_{s0} = 0$

Сматривая гр. функции:

$$(\hat{J}_x)_{\ell m} = e \int d\mathbf{r} \cdot \mathbf{r} R_{n\ell\ell} \cdot R_{n\ell\ell} \cdot r^2 \int d\varphi \int d\theta \sin \theta \cdot \cos \varphi Y_{\ell m}^* Y_{\ell' m'} \sin \theta \cdot \int \chi^* \chi d\mathbf{s}$$

аналогично:

$\Delta \ell = \pm 1$
 $\Delta m = \pm 1$

Для $(\hat{J}_y)_{\ell m}$ аналогичный эффект

В итоге получили правила отбора:

Δn - любое
 $\Delta \ell = \pm 1$
 $\Delta m = 0, \pm 1$
 $\Delta m_s = 0$

Рассчитаем магнитное поле: можно по полю Лоренца и электрическому в светении:

$$\vec{V} = -(\vec{\mu} \times \vec{H})$$

$$\vec{\mu}_{\text{ва}} = -\gamma (\vec{L})_{\text{ва}} \quad \text{где } \gamma = \frac{e}{2me}$$

$$\text{или: } \vec{\mu}_{\text{ва}} = -2\gamma (\vec{S})_{\text{ва}}$$

Есть 3 функции: $\vec{L} = L_x \vec{i}_0 + L_y \vec{j}_0 + L_z \vec{k}_0$

$$(L_z)_{\ell m} = \gamma \int d\mathbf{r} R_{n\ell\ell}^* R_{n\ell\ell} r^2 \int d\varphi \int d\theta Y_{\ell m}^* L_z Y_{\ell m} \sin \theta \cdot \int \chi^* \chi d\mathbf{s}$$

проинтегрированное $\int Y_{\ell m}^* Y_{\ell m} \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{\ell\ell} \delta_{mm}$

$\Rightarrow \Delta \ell = 0$
 $\Delta m = \pm 1$

Оператор повышения и понижения:

$$L_{\pm} Y_{\ell m} = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1) - m(m \pm 1)} Y_{\ell, m \pm 1}$$

магнито/спиновое правило отбора:

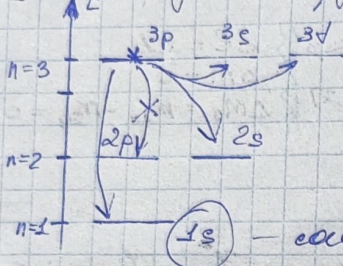
$\Delta n = 0$
 $\Delta \ell = 0$
 $\Delta m = 0, \pm 1$
 $\Delta m_s = 0$

$$\hat{S}_z \chi_{sm_s} = \hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s \pm 1)} \chi_{s, m_s \pm 1}$$

Со спином аналогично можно рассуждать:

$$\begin{cases} \Delta n = 0 \\ \Delta l = 0 \\ \Delta m = 0 \\ \Delta m_s = 0, \pm 1 \end{cases}$$

н3. Схематич. эл. в.

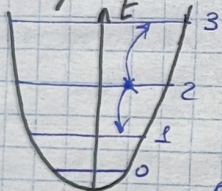


$$\psi_{3p} = \begin{cases} l=1 \\ m=0, \pm 1 \end{cases} = C_1 \psi_{311} + C_2 \psi_{310} + C_3 \psi_{31-1}$$

— основной закон по количеству переходов

$$\psi_{3s} = \psi_{300}(r, \theta, \varphi) = R_{10}(r) \cdot Y_{00}(\theta, \varphi)$$

н2. Правильно подобран для гармонического осциллятора:



$$E = \hbar \omega_0 (n + \frac{1}{2})$$

$$\begin{aligned} \langle x \rangle_{nn} &= 0 \\ \Rightarrow \langle p \rangle_{nn} &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Формально: } X_{nm} = \int \psi_n(x) \cdot x \cdot \psi_m(x) dx \rightarrow \text{нефизично}$$

Но есть св. в. для гармонического осциллятора — уравнение Вигнера

$$\left\{ \begin{aligned} X_{mn} &= X_0 \left(\sqrt{\frac{n!}{2}} \delta_{m, n-1} + \sqrt{\frac{n+1!}{2}} \delta_{m, n+1} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$X_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega_0}}$$

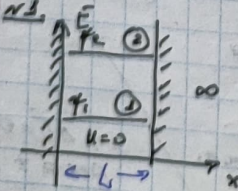
$$V = -(\vec{d} \cdot \vec{E}_0) = -e E_0 X$$

$$\begin{cases} m = n-1 \\ m = n+1 \end{cases}$$

→ Возмущения переходов только на соседние уровни.

$$\Delta n = \pm 1$$

н3: n4-5, n3, n2. (из предыдущих)



П-π зап. и разг. переходов.

Энергопотен. переход, орб. сдв. $d_{12} = \frac{1}{2} L$

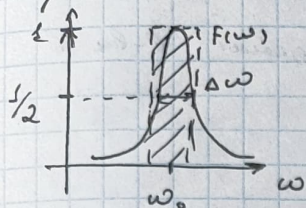
$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right); E_n = \dots$$

$$\Rightarrow d_{12} = d_{21} = e \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \cdot x \cdot \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = \dots$$

$$d_{mn} = e \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cdot x \cdot \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \dots$$

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

Порешевский контур (4.3):
$$F(\omega) = \frac{\Delta \omega}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\Delta \omega}{2}\right)^2}$$



Спонтанное излучение:

$$P_{en} \rightarrow \hbar \omega_{en} \rightarrow \Delta \omega_{en}$$

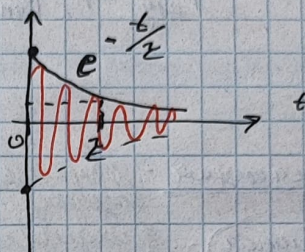
$$\Delta \omega_{en} = A_{en} = \frac{4}{3} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} \hbar \omega_{en}$$

Из $\hbar \omega_{en}$ (спонтанное), рассмотрим ур-е Шрёдингера:

$$i\hbar \dot{c}_m = \sum_n V_{mn} c_n e^{i\omega t} \quad \left(\frac{dy}{dx} = ky \right)$$

$$f(t) = A_0 e^{i\omega_0 t - \frac{t}{\tau}}$$

ремоксационный коэффициент.



н7. Получить выражение для спектр. функции линии. если дано τ_0 - время жизни.

$$f(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\infty} A_0 e^{i\omega_0 t} e^{-i\omega t} e^{-\frac{t}{\tau}} dt =$$

$$= A_0 \int_0^{\infty} e^{t(i\omega_0 - i\omega - \frac{1}{\tau})} dt = A_0 \cdot \frac{1}{(i\omega_0 - i\omega - \frac{1}{\tau})} \cdot e^{t(i\omega_0 - i\omega - \frac{1}{\tau})} \Big|_0^{\infty} =$$

$$= \frac{A_0}{(-\frac{1}{\tau} + i\omega - i\omega_0)} = \frac{A_0}{\frac{1}{\tau} + i(\omega - \omega_0)} = \frac{A_0 \tau}{1 + i\tau(\omega - \omega_0)}$$

$$|S(\omega)| = \frac{A_0 \tau}{\sqrt{1 + \tau^2(\omega - \omega_0)^2}}$$

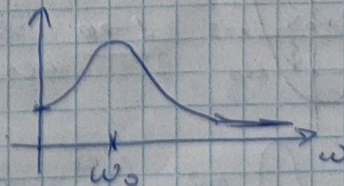
Энергетический спектр:

$$S(\omega) \cdot S^*(\omega) = \frac{A_0^2 \tau^2}{1 + i\tau(\omega - \omega_0)} \cdot \frac{A_0^2 \tau^2}{1 - i\tau(\omega - \omega_0)} = \frac{A_0^2 \tau^2}{1 + \tau^2(\omega - \omega_0)^2}$$

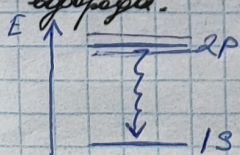
~ это и есть порешевская функция

A_0 не входит, нормировка с.б. модой.

$$\Rightarrow \frac{\Delta \omega}{2} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \Delta \omega = \frac{2}{\tau_{ли}}$$



н4. Рассчитать ширину линии для 2p-1s перехода в атоме водорода.



$$\Delta \omega = \frac{4}{3} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} \hbar \omega_{en} = \left\{ \text{см. справочник} \right\}$$

$$\hbar \omega_{en} = \int \psi_{1s}^* \hat{H} \psi_{2p} dV$$

$$\psi_{1s} = R_{10}(r) Y_{00}(\theta, \varphi)$$

$$\psi_{2p} = R_{21}(r) (Y_{2,1} + Y_{1,0} + Y_{1,-1})$$

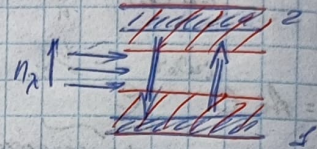
№2. Почему происходит уширение спектр. линий люминесценции в-ва в

Нол. линиях:

$$P_{\omega\alpha} = \frac{\omega^2 (\vec{e}_\alpha \cdot \vec{d}_{\alpha\alpha})^2}{2\pi\hbar\epsilon^3} n_\lambda F(\omega) g_\omega$$

С ростом поля $\rightarrow n_\lambda \uparrow \Rightarrow P \uparrow \sim \frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau \downarrow \Rightarrow \Delta\omega \uparrow$

$$P_{\text{пол}} = n_\lambda P_{\text{сп}}$$



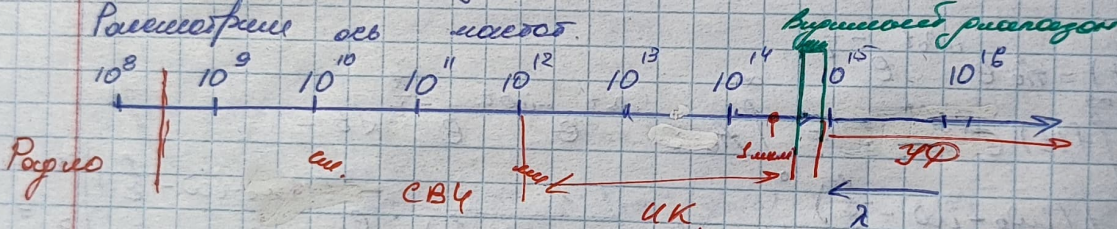
№3

Полупроводниковая - световое излучение, фотоэ. поле пол. энергии

Флуоресценция - видимый свет

Рассеяние - рассеяние волн $\tau \sim \text{мкс}$

Рассеяние в области



ИК + УФ + вид. $\rightarrow$ оптика

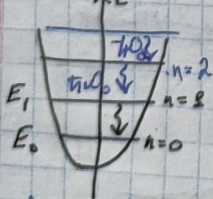
$$\Delta\omega_{\text{оп}} = \frac{4}{3} \frac{(\omega^3 d_{\alpha\alpha})^2}{\hbar\epsilon^3} \rightarrow \text{опт } \sim 10^{15}$$

разр. $\sim 10^8$

$\rightarrow$ раздвоение в центре вид. излучения

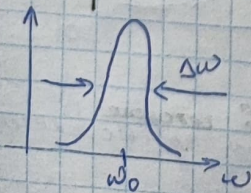
В флуоресценции вероятность спонтанного излучения

№6. Сравнительно с осциллятором



Спонтанное излучение только вниз

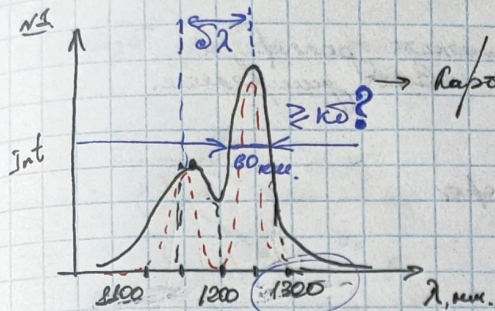
$1 \rightarrow 0$ - аналогично с атомом в флуоресценции



Все зависит от соотнос. вер-от 3 $\rightarrow$ 2

Аналогично $\chi_{\text{мн.}} \rightarrow$ чем больше поля, тем больше $\Delta\omega \uparrow$ - тем больше уширение. 2 $\rightarrow$ 1, 1 $\rightarrow$ 0

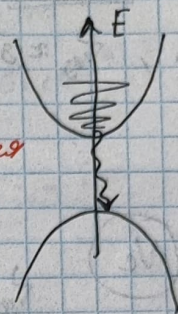
Наименьшее замощение верхнего



карта на мексикане.

Предложить возможные механизмы уширения линии в данном переходе?

Почему 2 пика?

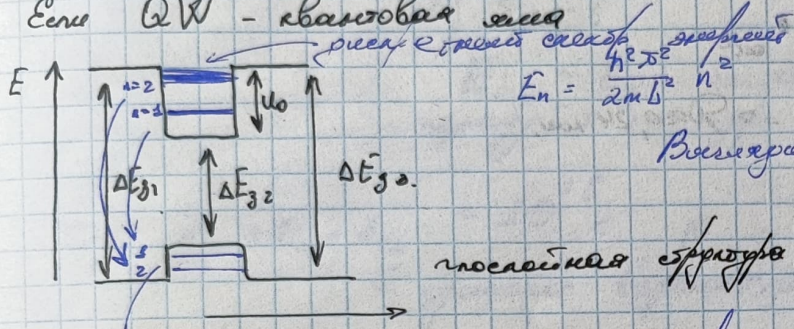


QD; 293°K

↳ вантовая точка

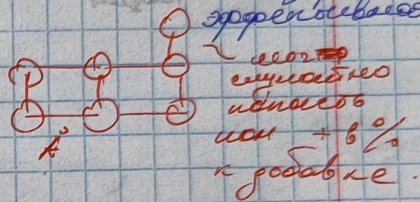
--- упрощенная модель

Если QW - вантовая точка



$L \sim 10 \div 50 \text{ нм}$

Возможны механизмы, в-к. переход $> M_0$ запрещенный.



аналогичные соотношения для дуплек.

По правилам отбора, возможны переходы $1 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 2$. $\Rightarrow$ спектр. сообщ. для раз. этой картины.

Правило отбора, которое что в условиях E проводим в этом спектре, в $n=1$, а затем уже $1 \rightarrow 1$ - наиболее частый переход.

ΔE - фактически можно определить разность между уровнями E_1 и E_2 в яме. Это для разных возбужденных уровней можно найти.

А поэтому уже можно определить L - измерить длину.

По краевой частоте $\sim 1300 \text{ нм}$ можно определить длину. Уровень возбуждения можно рассчитать, измерив спектр. лб. Это связано с тем, что при возбуждении происходит смешивание.

$$\Delta E = \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{\kappa \delta}{h} \sim 3,84 \cdot 10^{13} \text{ Гц}$$

$$\omega = \frac{\kappa \delta}{h} \approx 8 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$$

$$\omega = \frac{c}{\lambda} \quad \Delta \omega = -\frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda \quad \Delta \omega = \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda$$

$$\Delta \lambda = -\frac{c}{\omega^2} \Delta \omega \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta \omega}{\omega}} \approx \frac{1}{20} \Rightarrow \Delta \omega \sim 2,5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$$

$$L \text{ нм} \leftrightarrow 3 \cdot 10^{14} \text{ Гц} \quad \text{По ф-ле} \quad \Delta \omega \sim 10^{13} \text{ Гц}$$

Откуда возникла такая ширина? Из-за пространственного неопределенности - переход в тонкие слои (L)

№8. Диаметр лепестков: (сечение)

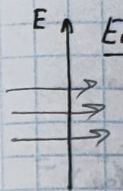
→ Показатель преломления и
состояние дифракции.

$$V = 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$$

Есть полевое усиление из-за резонанса

$$A_{\text{ср}}; V_{\text{ср}} \approx 3 \cdot 10^{-12} \text{ см}^2$$

№5. Выход



№9. He-Ne

нормированный паз

как в
пазике

$$V_{\text{ср}} = 6 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$$

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow D \approx 0,24 \text{ мм}$$

27.10.23.

Кинетика кассетности.
Коэффициент усиления.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{10}$$

$$T = 300 \text{ К}; \quad K = 4,38 \cdot 10^{-23}$$

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Усл.-н. распр-е Больцманов.

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} = e^{-\frac{h\nu}{kT}} \Rightarrow \frac{h\nu}{kT} = \ln \frac{N_2}{N_1}$$

$$\nu = \frac{kT}{h} \ln \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \approx 1,44 \cdot 10^{13} \text{ Гц} \quad h\nu = kT \ln \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \approx 21 \text{ мкм} \rightarrow \text{ИК излучение}$$

Если будем уменьшать, 2
Если аннулируют аннон. зрание $\frac{N_2}{N_1} \rightarrow 0 \Rightarrow N_2 \approx 0$
Все излучается вонизу. $N_1 = N_0 \rightarrow$

№3. У
(сн

№2. У

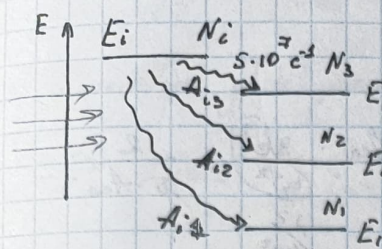
$$\lambda = 0$$

$$\Delta N =$$

Ан

Вс

№5. Возб. уровни атома E_i выглядят ...



$$A_{12} = 5 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$$

$$A_{13} = 3 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$$

$$A_{23} = 2 \cdot 10^2 \text{ c}^{-1}$$

Временная постоянная $\tau_i = 10^{-8}$

$$\tau_2 = 5 \cdot 10^{-7}$$

$$\tau_3 = 5 \cdot 10^{-9}$$

Найдите: $\frac{N_{(2,3)}}{N_0} = ? \quad \tau_i = ?$

1) $\tau_i = ?$

τ_i ~ возб. состояние $\rightarrow$ ирреверсивный переход на др. уровень.

$$\tau_i = \frac{1}{A_{i2} + A_{i3} + A_{i1}} = 10^{-8} \text{ c}$$

— суммарная вероятность

2) $\frac{dN_i}{dt} = \sum_n P_{n \rightarrow i} N_n - N_i \cdot \sum_n P_{i \rightarrow n} = A_{i2} N_2 - N_i \frac{1}{\tau_i} = 0$

← отсюда сразу

можно только найти обратные временные периоды

$$\Rightarrow A_{i2} N_2 = \frac{N_i}{\tau_i} \Rightarrow \frac{N_{(2,3)}}{N_i} = A_{i(2,3)} \tau_{(2,3)}$$

$$\frac{N_1}{N_i} = 0,2$$

$$\frac{N_2}{N_i} = 15$$

$$\frac{N_3}{N_i} = 0,25$$

инверсия
переход

инверсия
переход

Но! Такое же в.д. только при наличии излучения (это есть по условию)

№3. Число из ур-ий для матрицы по-ти 2х уровн. атом ... (см. учебник.)

№2. Длина перехода в двухуровневой атоме на длине волны $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ имеет форму параболы. Едр-то лям. обзр. генерация, если $\Delta N = 10^9 \text{ см}^{-2}$, а вероятность иониз. атом. 10^7 c^{-1} .

$$\lambda = 0,5 \mu\text{m}$$

$$\Delta N = 10^9 \text{ см}^{-2}$$

$$A_{\text{ion}} = 10^7 \text{ c}^{-1}$$

$$g = \tau_{\text{изл}} \cdot \Delta N$$

$$\tau_{\text{изл}} = \frac{4\pi^2}{h c} \omega_{21} F(\omega) d_{21}^2$$

$\tau_{\text{изл}}$ - зависит от частоты излучения

(6.1) из условия: $\omega^2 = \frac{4}{3} \frac{\omega^2}{\hbar c^2} d_{21}^2$
 $A_{en} = \frac{4}{3} \frac{\omega^2}{\hbar c^2} d_{21}^2$

$F(\omega) \approx \frac{2}{\pi \Delta\omega}$ $\Delta\omega_{en} = A_{en}$
 $\Rightarrow \Gamma_{ugn} = \left(\frac{1}{3} \frac{\omega^2}{\hbar c^2} d_{21}^2 \right) F(\omega) d_{21}^2 \cdot \frac{3c^2}{\omega^2} = \frac{1}{\pi} A_{en} \cdot \left(\frac{3c^2}{\omega^2} \right) \cdot \frac{2}{\pi \cdot A_{en}} =$
 $= \frac{6 \cdot \lambda^2}{4\pi} \approx \frac{\lambda^2}{2} \approx 0,125 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 10^{-9} \text{ см}^2 \rightarrow \text{очень маленький}$

Зависит ли коэффициент устр. от рел. перехода? Нет. зависит $\sim \lambda^2$
 ил. б. дополнительное уменьшение $F(\omega)$ будет релаксацией
 будет также релаксация $\Delta\omega$, которая $\gg A_{en}$ и тогда
 Γ_{ugn} уменьшится.

10.11.23.

3.6-1

Ур-е для поперечных:
 Вектор скорости в центре
 $\ddot{\vec{r}} + \frac{2}{T_2} \dot{\vec{r}} + (\omega_{12}^2 + \frac{1}{T_2^2}) \vec{r} = - \frac{2\omega_{12} \vec{d}_{12}}{\hbar} (\vec{d}_{12} \vec{E}) \Delta N$
 $\Delta \dot{N} = \frac{1}{\hbar \omega} (\dot{\vec{r}} + \frac{1}{T_2} \vec{r}) \vec{E} - \frac{1}{T_1} (\Delta N - \Delta N^{(0)})$

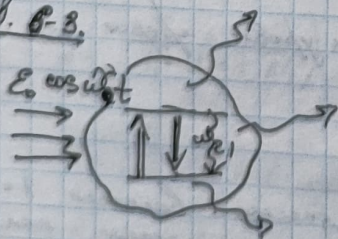
3.6-2

$E = E_0 \cos(\omega t)$
 время без диссипации: $T_1 = T_2 = \infty$ Это ур-е с балансом
 Решаем диффр: $\vec{r}(t)$ ищем решение в виде $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 e^{i\omega t}$ и подставляем в уравнение.

$\Delta N = \Delta N(t) \rightarrow$ но есть одно приближение

$\Delta N(t)$ меняется намного медленнее $\rightarrow$ можно считать
 брать $\Delta N_0 \rightarrow$ тогда уравнение упрощается.

3.6-3.



Многот-? Состояние, зависящее от времени, как тогда?

С такой формой энергии, балансом
 ил. б. = световое

Многот, фото, излучения, технологии:

$I_{len} = \hbar \omega \cdot A_{en} \cdot N_2$

вероят

где поле:

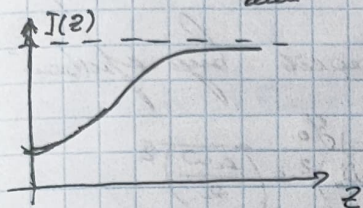
$N_2 \sim \frac{I_{len} B_1}{\hbar^2 + 2\mu B_{12}} \cdot N_0 = N_2(E)$

8.6-6.

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I + \frac{g_0 I}{1 + u^2 + I/I_{\text{нас}}}$$

предельное уравнение брассе. усилителя.

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I + \frac{g_0 I}{1 + (\omega - \omega_0)^2 \gamma^2 + I/I_{\text{нас}}}$$



$$\left(\frac{dE}{dz}\right)^2 \gamma_1 \gamma_2$$

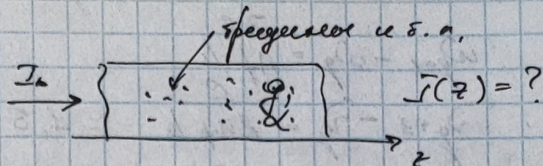
Максимум: $\frac{dI}{dz} = 0$

$$-\alpha I + \frac{g_0 I}{1 + u^2 + I/I_{\text{нас}}} = 0$$

$$I \left(-\alpha + \frac{g_0}{1 + u^2 + I/I_{\text{нас}}} \right) = 0$$

$$\frac{g_0}{1 + u^2 + I/I_{\text{нас}}} = \alpha$$

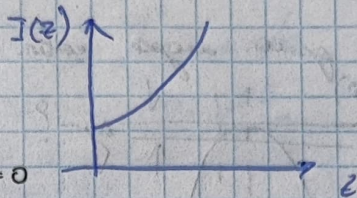
$$\frac{g_0}{\alpha} - 1 - u^2 = \frac{I}{I_{\text{нас}}} \Rightarrow I_{\text{нас}} = I_{\text{нас}} \left[\frac{g_0}{\alpha} - u^2 - 1 \right]$$



$$\frac{dI}{dz} = (g - \alpha) I$$

$$I(z) = I_0 e^{(g - \alpha) z}$$

или переписав



8.6-7.

$$\epsilon(\omega) - ?$$

$$\epsilon(E)$$

$\leftrightarrow \chi$ ~ коэффициент восприимчивости среды

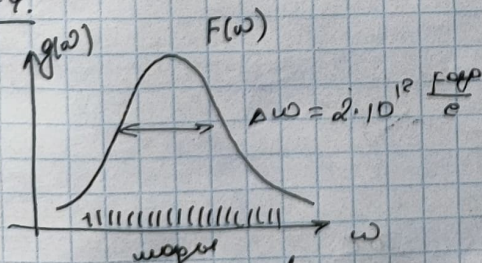
$$\epsilon(\omega) = 1 + 4\pi \chi(\omega)$$

$$\vec{D} = \chi(E) \vec{E}$$

Частота/волна резонанса = расщеплен в пределе малости

$\text{Im } \chi \rightarrow \alpha(\omega)$ ~ коэффициент в коэф. поглощения

8.6-4.



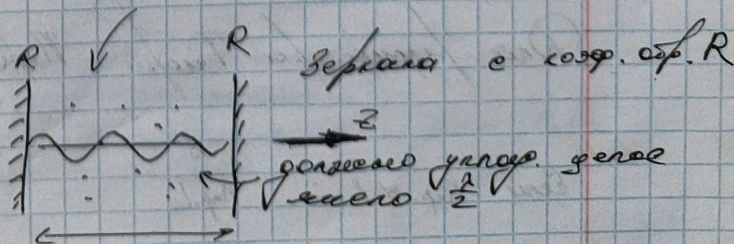
Резонатор Фабри - Перо

$$L = q \cdot \frac{\lambda}{2}$$

~ условие для резонанса

$$\omega_q = \frac{\pi c}{\Delta \phi} \cdot q, \quad q - \text{целое}$$

разбеге волнов

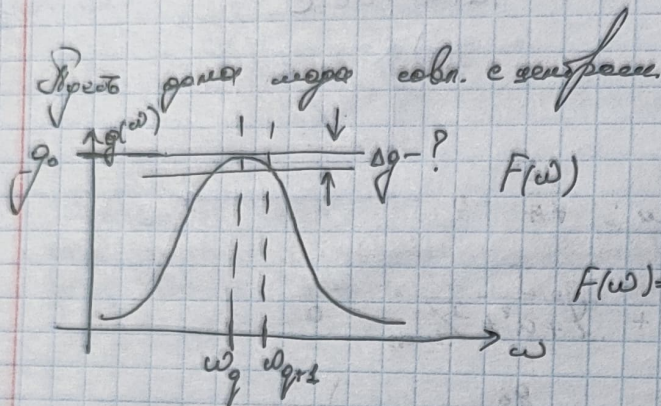


$$\omega_{gr1} - \omega_g = \frac{\pi c}{n \cdot L}$$

$$\omega_{gr1} - \omega_g = \frac{\pi c}{2 n \cdot L} \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ Гц} \approx 10^9 \frac{1}{\text{с}}$$

Это условие: $L = 1 \text{ м}$; $n = 1$.

Сравниваем с $\Delta \omega \rightarrow$ разница между частотами усиливается



Нулевой зазор без фазового сдвига

$$F(\omega) = \frac{\Delta \omega}{2\pi} \cdot \frac{g_0}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\Delta \omega}{2}\right)^2}$$

$$\frac{g_0 - \Delta g}{g_0} = \dots$$

$$F(\omega = \omega_0) =$$

гребень спектра

$$\omega_{gr1} - \omega_0 = \frac{\pi c}{L}$$

Задача 7.

24.11.23

Определение добротности:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} = \frac{\omega_0}{\left| \frac{d\omega}{dt} \right|} = \frac{\omega_0 U_2}{\left| \frac{dU_2}{dt} \right|}$$

можно воспользоваться для g

$$\frac{dU_2}{dt} = -\frac{\omega_0}{Q} U_2$$

$$\Rightarrow U_2(t) = U_2(0) e^{-\frac{\omega_0}{Q} t} = U_2(0) e^{-\frac{t}{T_p}}$$

$$T_p = \frac{1}{\alpha_2 c}$$

$$\alpha_2 = \alpha_0 + \alpha_{\text{гидр}} + \alpha_{\text{изл}}$$

$$\alpha_{\text{изл}} = \frac{1}{2 L_0} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

Для резонатора Редди - Перо:

$$\omega_0 = \frac{\pi c}{L} p$$

$$\Delta \omega_p = \frac{\pi c}{L}$$

$$\text{Еще } \text{Пар. } \neq 1: \frac{\pi c}{n \cdot L}$$

N7-1.

$$L = 1 \text{ м}$$

$$R_1 = R_2 = 0,95$$

$$\lambda = 0,8 \text{ мкм}$$

$$\alpha_0 = 0,01 \text{ см}^{-1}$$

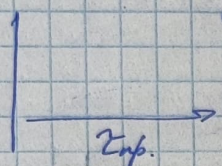
$$\alpha_{\text{дифф.}} = 0 \sim \text{пренебр.}$$

$$\tau_{\text{ф}} = \frac{1}{\alpha_{\Sigma} c} = \frac{1}{(\alpha_0 + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}) c} \approx 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ с.}$$

если $n \neq 1 \rightarrow c \rightarrow \frac{c}{n}$ скорость света в среде.

Q-?

$\tau_{\text{ф}} - ?$



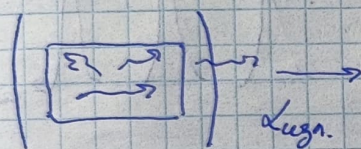
Время пролёта резонатора:

$$\tau_{\text{пр.}} \sim \frac{L}{c} \sim 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ с.}$$

Чтобы процесс происходил:

$\tau_{\text{ф}} > \tau_{\text{пр.}}$, но $\tau_{\text{ф}} \sim \tau_{\text{пр.}}$ значит возможно

$$Q = \omega \tau_{\text{ф}} = \frac{2\pi c}{\lambda} \cdot \tau_{\text{ф}} \approx 10^7$$



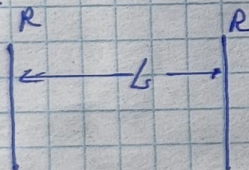
Часть фотонов выходит

$$\eta_{\text{вн.}} = \frac{\alpha_{\text{вн.}}}{\alpha_0 + \alpha_{\text{вн.}}}$$

Общий коэф-т полезного добротности:

$$Q = \frac{\omega}{\Delta \omega}$$

N7-3.



Если пренебр. $\alpha_{\Sigma} = \alpha_0 + \alpha_{\text{дифф.}} + \alpha_{\text{вн.}}$

Q = ?

Пропускаем свет излучения мал-я $\alpha_0 \rightarrow$ важна величина $\Delta \omega$, часть отражается

$$Q = \frac{\omega}{\Delta \omega} = \frac{\omega \alpha_0 L}{\Delta \omega} \approx \frac{\omega \alpha_0 L}{\Delta \omega} \approx \frac{\omega \alpha_0 L}{\Delta \omega}$$

$$\Delta \omega = (1-R) \omega_0$$

время пролёта

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = \frac{c(1-R)}{L \omega_0}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\omega \alpha_0 L}{c(1-R) \omega_0} \approx \frac{\omega \alpha_0 L}{c(1-R)} \approx \frac{\omega}{\Delta \omega_{\text{пр.}}}$$

Или иначе.

$$\Delta \omega_{\text{пр.}} = \frac{c(1-R)}{L}$$

$\rightarrow$ не зависит от частоты.

M_0

$$Q = \frac{\omega \alpha_0 L}{c(1-R)}$$

гон-мо эффект. дифференциальный эффект.

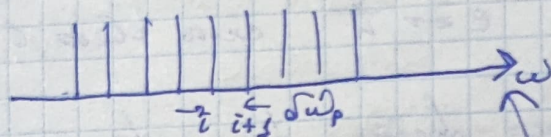
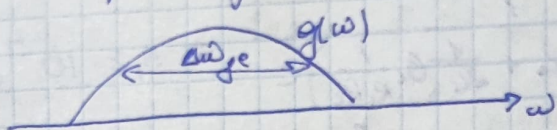
Если $R_1, R_2 \rightarrow R \rightarrow \sqrt{R_1 R_2}$

$$\Rightarrow \Delta \omega_{\text{пр.}} = \frac{c(1-R)}{L}$$

$$Q = \frac{\omega \alpha_0 L}{c(1-R)} = \frac{2\pi \sqrt{R}}{(1-R)} \cdot \frac{L}{\lambda}$$

н7-4.

Это картина усиления:

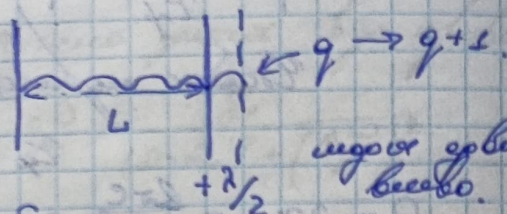


$$\delta = 1 \text{ мкм}$$

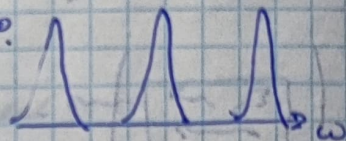
$$\Delta \omega_p = \frac{\pi c}{\delta} \approx 10^9 \text{ рад/с}$$

Число элементов $\Delta \omega_{ge} \leq \Delta \omega_p$

да ничего работать не будет покрывать и между канальными частотами.



идея движущегося вектора.



8.12.23₂

Задача 8.

Резонансная генерация.

н8-7 → в пазухе резонатора.

н8-1.

$$\Delta \omega = 200 \text{ мГц}$$

$$A_{\text{ген}} = 10^3 \text{ с}^{-1}$$

$$\lambda = 1 \text{ мкм}$$

$$L = 1 \text{ см}$$

$$\Pi = 0,02 \text{ - потери}$$

$$\Delta N_{\text{нор}} = ?$$

$$g_{\text{нор}} = \alpha_{\Sigma} \rightarrow \tau_{\text{ф}}$$

$$g_{\text{нор}} \cdot \Delta N_{\text{нор}} =$$

$$\text{См (14.1):}$$

$$\frac{3\pi^2 A_{\text{ген}} F(\omega)}{\omega^2} c^3 \cdot \Delta N_{\text{нор}} = \frac{\omega}{Q} = \frac{1}{\tau_{\text{ф}}} = \alpha_{\Sigma} L$$

Это условие усиления дифференциальное $[c \text{ см}^{-1}]$

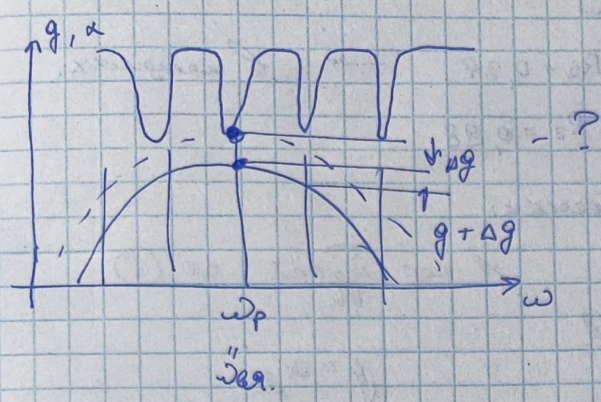
$$F(\omega) = \frac{2}{\pi \Delta \omega} = \frac{2}{\pi \cdot 200 \text{ мГц}} = \frac{1}{\pi^2 \Delta \omega}$$

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2 c^2}{\lambda^2} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\text{по размерности} \quad \alpha_{\Sigma} = \frac{\Pi}{L}$$

$$\Delta N_{\text{нор}} = \frac{\Pi}{L} \cdot \frac{3\pi^2 A_{\text{ген}} F(\omega) c^3}{\omega^2} = \frac{\Pi}{L} \cdot \frac{3\pi^2 A_{\text{ген}} \cdot c^3 \cdot \frac{1}{\pi^2 \Delta \omega}}{4\pi^2 c^2} = \frac{\Pi}{L} \cdot \frac{3 A_{\text{ген}}}{\lambda^2 \Delta \omega} \approx 10^6 \frac{1}{\text{см}^3}$$

н8-3.



Нужно понять.

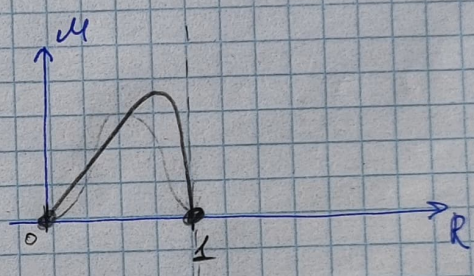
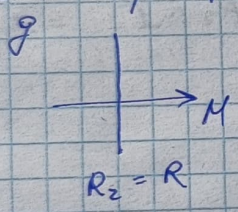
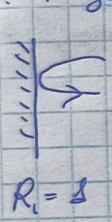
н8-4/6

~ как эффект затухания частоты

$$\omega_{\text{eff}} \approx \frac{\Delta \omega_{\text{ab}} \omega_p + \omega_{\text{ab}} \Delta \omega_p}{\Delta \omega_{\text{ab}} + \Delta \omega_p} = \frac{\frac{\omega_p}{\Delta \omega_p}}{\frac{1}{\Delta \omega_p} + \frac{1}{\Delta \omega_{\text{ab}}}}$$

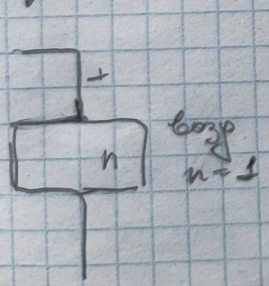
Считается: $\omega_{\text{eff}} - \omega_p =$

н8-11. Возмущения на поверхности.



$M = 0,95$ ~ в реальности.

А что в полушариках? Для них $R \sim 0,35$?
 С ними вообще не приходится, если есть эффект по
 нашему выбору - как правильно выбрать. - так и



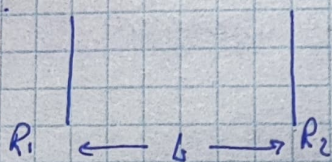
$$R_{\text{opt}} = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$$

н8-9. Книга Карпова. А существует ли оптимальное R? Да.

$$M = P(R)$$

п8-8.

$$L = 100 \text{ мкГн}$$

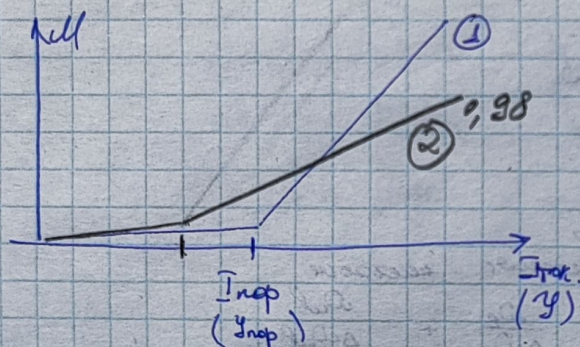


$$1) R_1 = R_2 = 0,37$$

→ в лекциях.

$$2) R_1 = R_2 = 0,98$$

Зависимость M от частоты:



А что будет со (2)

$$g = \alpha \Sigma$$

Меньше потерь → меньше потерь

Чем сур-ся наклон?

Внутр. к.р.д. резонатора

$$\eta_{\text{внутр.}} = \frac{\alpha_0}{\alpha_0 + \alpha_{\text{внутр.}}}$$

$$\alpha_{\text{внутр.}} = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

при $R_1 = R_2 = 0,37$ $\alpha_{\text{внутр.}}$ больше

$\Rightarrow R_1 = R_2 \sim 1 \Rightarrow \eta_{\text{внутр.}} \downarrow$

Какой лучше? Все зависит от конкретной мощности и частоты.