

Квантовая радиопизика. Пелуш.

Аннотация: есть пособие по пелуш.

Квантовая радиопизика $\equiv$ квантовая электроника.

В основе л.в. мех. $\rightarrow$ макс. аналог с образованием и
век. ф-ей.

$\hat{H}, \psi(\vec{r}, t)$ $\leftarrow$ рассл-но движущиеся частицы,
но отсут. в/м. поля

исп-я теорема возмущений:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}, \quad \text{напрямую} \quad \hat{V} = -(\hat{\vec{p}} \cdot \vec{E}), \quad \vec{r} = e \vec{r}$$

в приближении поле можно
считать классическим.

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum c_n(t) \psi_n^{(0)}(\vec{r})$$

$|c_n|^2$ - вероятность
пребав. в сост. ψ_n
(c_n - ампл. вер-ти)

базисные ф-ии, как результат решения
на собств. значения $\hat{H} \psi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \psi_n^{(0)}$

Зачем? $\rightarrow$ Лазеры

$\rightarrow$ Спонтанное излучение

$\Rightarrow$ Квантов. р-ка - мадн, шум, вакуум. с квант. в.в.
на атомарном ур-не.
(прик. аспект $\rightarrow$ шум. приборов.)

анализ лазеров

История вопроса: 1900 г. - М. Планк о его представлении
о дисперсии

1905-1916 гг. - Н. Эйнштейн - объяснит. возникновение
света.

Эйнштейн заложил основы:

1.) ДМН имеет дискретную природу ($\hbar \omega$)

2) Существуют 2 типа процессов возник. при каком
взаимодействии: спонтанное излучение и индуцир-ое
(вынужденное).
Индуцир-ое превалирует (доминирует) при
сильном ДМН.

3) Статистические св-ва ансамбля элементов ДМН
подчиняются закону Бозе - Эйнштейна.
(для частиц с целым спин.)

для $\vec{s} = 3/2$
фермионов

но для $s = 0, 1, 2, 3 \dots$
бозонов.

Статистика
установил. о-во
слика.

1925-1927 гг. - Э. Шредингер

1930 г. - П. Дирак, Э. Ферми, ввели операторный метод на поля. ($\vec{E}, \vec{H}$)

1948 г. - А. Рабинерман - способ создания усилителя за счет инвертированной среды.

1952-1954 гг. - А. М. Прохоров, Н. Г. Басов и Ч. Тарно. - первый NH_3 - лазер ($\lambda = 2,26 \text{ см.}$)

microwave laser light
инвертированная среда оптика, лазерика и акустика

1960 г. - Д. Майман (Cr^{3+}) - рубиновый лазер - $\lambda = 0,69 \text{ мкм.}$

А. Беккет, Д. Эрлих - He-Ne лазер - $\lambda = 0,63 \text{ мкм.}$

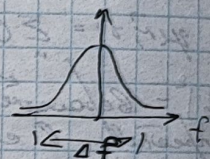
1965 г. - ~ 40 типов лазеров.

Свет лазера с интенсивностью $10^{10} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$

Характерные задачи "качественно технического процесса":

1. Скорость передачи информации

$$\Gamma_{\text{свч}} \sim 10^3 \text{ Гц} ; \quad \Gamma_{\text{опт.}} \sim 3 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$



2. Повышение стабильности (проблема шумов):

$$\frac{\Delta f}{f_0} - \text{флуктуация}$$

3. Чувствительность. ($\odot h$) - Знает. ррв.

4. Миниатюризация.

5. Энергетическая база для различных процессов.

Профессора (примерно к лекциям):

1. Н. В. Карпов - лекции по квантовой электронике;
2. Г. М. Сороковенко; А. В. Успенский - основы св. электроники;
3. Д. С. Хамин - лекции по св. р/ф. ИИФ РАН. 2005 г.
4. А. Эрлих - квантовая электроника (перевод)
5. О. Звено - физика лазеров (перевод)

08.09.23г.

1. Квантовая теория взаимодействия
1. Квантование свободного поля.

Основные хар-ки поля: $\vec{E}, \vec{H}$
напряженностей.

Классическое описание $\rightarrow$ представлено в аннотации вурс.

В основе лежит теор. механика: q_i, p_i - канонич. сопр. переменные

Это означает: $\left\{ \frac{\partial H}{\partial q_i} = -\dot{p}_i ; \quad \frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i \right.$ $\leftarrow$ тогда и только тогда
механизм можно упрощать

$\{x \rightarrow \hat{x}; p \rightarrow \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \rightarrow$ по пути перехода квантования.

Соблаи Лавсона (можно представить как канонический):

$$\{q_i, p_i\} \Rightarrow \frac{1}{i\hbar} [\hat{q}_i, \hat{p}_i]$$

$$f(\hat{x}, \hat{p}) \Rightarrow \hat{f}(x, p)$$

Ур-я Максвелла, из эт введем 2 хар-ки:

$\vec{A}(\vec{r}, t)$, $\phi(r)$ - векторный и скалярный потенциалы. вытекают из канонич. Ур.

Зарядов нет, поэтому связь:

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \vec{H}(\vec{r}, t) = \text{rot} \vec{A}(\vec{r}, t) \\ H = \int_V \left(\frac{|\vec{E}|^2 + |\vec{H}|^2}{8\pi} \right) dV \end{cases} \quad (2.1)$$

дифференциал вектора

каноническая Купона: $\text{div} \vec{A} = 0 \sim$ поле по пути экв. перпендикулярно.

$$(2.2) \Delta \vec{A}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0 \sim \text{волновое ур-е}$$

Можно представить в виде сумм:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\lambda} Q_{\lambda}(t) \cdot \vec{A}_{\lambda}(\vec{r})$$

Эта разность можно разложить по модальностям. Разделение переменных. ортогональные ф-я на ω_{λ}

Представим в волновое ур-е:

$$1) \Delta \vec{A}_{\lambda}(\vec{r}) = -\frac{\omega_{\lambda}^2}{c^2} \vec{A}_{\lambda}(\vec{r})$$

оператор Δ (симв. знак) как φ

Выбор св. мех. удовлетворяет и для этого ур-я. Δ - эрмитов оператор

$$\hat{A}^+ = \hat{A} = (\hat{A})^+ \quad (2.3)$$

$$\Rightarrow \text{Условие ортогональности: } \int_V \vec{A}_{\lambda}^*(\vec{r}) \vec{A}_{\lambda}(\vec{r}) dV = 4\pi c^2 \delta_{\lambda\mu}$$

$\vec{A}_{\lambda}(\vec{r})$ образуют ортогональный базис.

2) Временная часть: $Q_{\lambda}(t)$ - амплитуда колеблющегося поля, которое на графике выглядит

$$Q_{\lambda} + \omega_{\lambda}^2 Q_{\lambda} = 0 \quad (2.4) \Leftrightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\text{Квантовый осциллятор: } \hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega_0^2 \hat{x}^2}{2} \Rightarrow \hat{H} \psi_n = E_n \psi_n$$

$$\text{Из (2.4)} \Rightarrow H = \sum_{\lambda} H_{\lambda} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} (\dot{p}_{\lambda}^2 + \omega_{\lambda}^2 Q_{\lambda}^2) \quad (2.5a)$$

где $p_{\lambda} = \dot{Q}_{\lambda}$ - импульс, а также канонический импульс и по отношению к $\vec{A}$

Если считать, что $m=1$, тогда можно проверить, что удовлетворяет ур-я Гамильтона.

$$\Rightarrow Q_{\lambda}, p_{\lambda} = \dot{Q}_{\lambda} \sim \text{образуют канонические переменные.}$$

Можно ввести операторы:

$$\hat{Q}_{\lambda} = Q_{\lambda}; \quad \hat{p}_{\lambda} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial Q_{\lambda}}$$

Переходим к операторам

$$(2.5b) \hat{H} = \sum_{\lambda} \hat{H}_{\lambda} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} (\hat{p}_{\lambda}^2 + \omega_{\lambda}^2 \hat{Q}_{\lambda}^2)$$

Соответств. гр-е Шредингера:

$$\hat{H} \psi(Q_\lambda) = E_\lambda \psi(Q_\lambda) \rightarrow \text{решение лев. у осциллятора}$$

$$E_\lambda = \hbar \omega_\lambda \left(n_\lambda + \frac{1}{2} \right) \quad (2.6a)$$

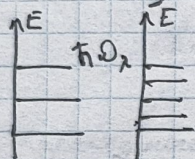
Общая энергия: $E = \sum E_\lambda$

Волновые гр-я: $\psi_{n_1, n_2, \dots, n_\lambda} = \prod_\lambda \psi_{n_\lambda}(Q_\lambda)$

$$(2.6b) \quad \psi_{n_\lambda}(Q_\lambda) = \frac{(-1)^{n_\lambda}}{\sqrt{2^{n_\lambda} n_\lambda!}} \cdot \left(\frac{\omega_\lambda}{\pi \hbar} \right)^{1/4} e^{-\frac{\omega_\lambda}{2} \frac{Q_\lambda^2}{\hbar}} \frac{1}{\sqrt{2^{n_\lambda} n_\lambda!}} \left(e^{-\frac{\omega_\lambda}{2} \frac{Q_\lambda^2}{\hbar}} \right)$$

$$\text{где } \xi = \sqrt{\frac{\omega_\lambda}{\hbar}} Q_\lambda$$

Пок-ли, что свободное ДШП представляет набор независимых осцилляторов.



Квантованное ДШП представляет собой совокупность независимых осцилляторов (колебаний) осцилляторов.

2. Операторы ДШП.

$$\hat{Q}_\lambda = Q_\lambda; \quad \hat{p}_\lambda = -i\hbar \frac{\partial}{\partial Q_\lambda}; \quad \hat{H} = \sum_\lambda \left(\frac{\hat{p}_\lambda^2}{2} + \omega_\lambda^2 \frac{\hat{Q}_\lambda^2}{2} \right)$$

Будь векторный потенциал:

$$\begin{aligned} (2.1) \quad \vec{A}(\vec{r}, t) &= \sum_\lambda Q_\lambda(t) \vec{A}_\lambda(\vec{r}) \\ (2.2) \quad \vec{E}(\vec{r}, t) &= \sum_\lambda \hat{p}_\lambda \vec{E}_\lambda(\vec{r}), \quad \text{где } \vec{E}_\lambda(\vec{r}) = \vec{e} \vec{A}_\lambda(\vec{r}) \\ (2.3) \quad \vec{H}(\vec{r}, t) &= \sum_\lambda \omega_\lambda Q_\lambda \vec{H}_\lambda(\vec{r}), \quad \text{где } \vec{H}_\lambda(\vec{r}) = \frac{\vec{A}_\lambda(\vec{r})}{\omega_\lambda} \end{aligned}$$

(*) в другом виде:

$$(2.8) \quad \vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_\lambda \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_\lambda}} (\hat{a}_\lambda \vec{A}_\lambda(\vec{r}) + \hat{a}_\lambda^\dagger \vec{A}_\lambda^*(\vec{r}))$$

где $\hat{a}_\lambda$ и $\hat{a}_\lambda^\dagger$ - операторы рождения и уничтожения, выраженные через $\hat{Q}_\lambda$ и $\hat{p}_\lambda$

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_\lambda \\ \hat{a}_\lambda^\dagger \end{pmatrix} \Rightarrow (\hat{Q}_\lambda, \hat{p}_\lambda) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \hat{Q}_\lambda \\ \hat{p}_\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \hat{a}_\lambda \\ \hat{a}_\lambda^\dagger \end{pmatrix}$$

Канонически:

$$\hat{a} \psi_n(x) = \sqrt{n} \psi_{n-1}(x)$$

$$\hat{a}^\dagger \psi_n(x) = \sqrt{n+1} \psi_{n+1}(x) \quad (\text{рождение и уничтожение}) \quad \text{фотона.}$$

(2.7) + (2.6b) $\rightarrow$ модуль хар-ну можно посчитать.

$$\bar{E}_\lambda \sim Q_{n_\lambda}[\bar{E}] \quad \text{среднее и дисперсия.}$$

$$\hat{H}, \quad E = \sum_{\lambda} E_{\lambda} \quad \text{— определена энергия.}$$

$$[\hat{H}, \hat{\vec{E}}] = \{ [\hat{Q}_{\lambda}, \hat{p}_{\lambda}] \neq 0 \} \neq 0 \quad \text{— некоммутирует} \Rightarrow \text{одновременно измерить не получится.}$$

т.е. знаем энергию. Но не есть, но измер-ое $\rightarrow$ измер-ое измер-ое поле.

Можно убедиться, что $\hat{p}_{\lambda}(\vec{E}) \neq 0$, $\vec{E} = 0 \rightarrow$ вращение электронов нулевой энергии.

$$* \quad \hat{p}_{\lambda} = \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} \hat{a}_{\lambda}$$

2. Ротонная структура стационарного ДМН.

n_{λ} — параметр возбуждения для λ моды, энергия определена.

1) Единичное возбуждение λ -ой моды: $n_{\lambda} = 1$, ($n_{\mu \neq \lambda} = 0$) $\leftarrow$ Ротон.
~ единичный Ротон

$$E_{\lambda} = \hbar \omega_{\lambda}$$

Но в экстриме была/есть $\frac{1}{2}$ $\rightarrow$ она не относится к ротонным полям $\rightarrow$ из-за завихр. поля.

Можно упростить расчеты: $\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{\hbar \omega}{2}$ но имеет нулевую массу явлений.

У фотона есть в.ф.! Ротон — стационарное состояние ДМН, характер широты $\hbar k_{\lambda}$, энергия $\hbar \omega_{\lambda}$, поляризация $\vec{e}_{\lambda}$, фазор. распределением $\vec{A}_{\lambda}(\vec{r})$

$$\psi_{1,2}(Q_{\lambda}) = \dots$$

Распределение полей можно посчитать: $\vec{E} = \vec{H} = 0$ } нулевое поле.
 $\left. \begin{aligned} \hat{Q}_{1,2}(\vec{E}_{\lambda}) &\neq 0 \\ \hat{Q}_{1,2}(\vec{H}_{\lambda}) &\neq 0 \end{aligned} \right\}$

У фотона есть спин (целочисленный): $j_{\phi} = 1, (2, \dots)$

проявляется в законе сохр. момента количества вращения при взаимодействии.

Из ур-я (2.3): $\vec{A}_{\lambda}(\vec{r}) = \vec{e}_{\lambda} \cdot \vec{r} \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}}$, посылка волны $\rightarrow$ экв. вр-в. можно добавить широту фотона: $\vec{p}_{\lambda} = \hbar \vec{k}_{\lambda}$ (волна криво-го логично)

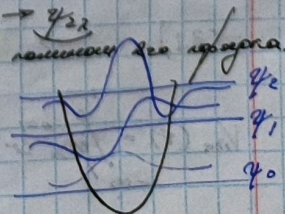
Это всё опр-е фотона.

Ротон — не локализованное световое поле

Ротон: 1) $n_{\lambda} = 1$ а) $E_{\lambda} = \hbar \omega_{\lambda}$ + в.ф. $\psi_{1,2}(Q_{\lambda})$ $\rightarrow$ тогда для фотона

15.09.23.

$\psi_{1,2}$, 2 фотона
попарно
это партия



2) Электронно-ионный вакуум.

В массе для электронов: $\vec{E} = 0, \vec{H} = 0$

Квантов. механика дополняет данное такое же решение, т.е.

$(n_{\lambda} = 0) \quad (n_{\mu \neq \lambda} = 0)$, но!

$\psi_{0\lambda}(Q_{\lambda}) = \sim$ есть 90-я $\rightarrow$ когда можно опр-ть фазу,
 $\left\{ \begin{aligned} \langle \vec{E} \rangle &= \int \psi_{0\lambda}^* \vec{E}_{\lambda} \psi_{0\lambda} dQ_{\lambda} = 0 \\ \langle \vec{H} \rangle &= \dots = 0 \end{aligned} \right. \rightarrow$ можно опр-ть дисперсию $D_{0\lambda}(\vec{E}) \neq 0$
 $D_{0\mu}(\vec{H}) \neq 0$

$\hookrightarrow$ т.е. вакуум опр-ся с такими параметрами $(E_{\lambda} \neq \hbar \omega_{\lambda} \rightarrow$
 энергия теперь ненулевая) $\Rightarrow$ теперь поле сущест.ное

Эл. Вакуум $\Rightarrow$ спонтанное излучение.

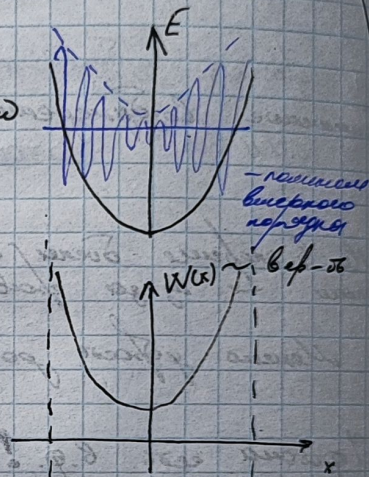
3) Случай сильного ЭМП: $n_{\lambda} \gg 1$.

С ростом n_{λ} прибл. к классическому полю. Когда много фотонов дисперс $\Delta E = \hbar \omega$

$E_{\lambda} = n_{\lambda} \hbar \omega_{\lambda}$ - большая величина.

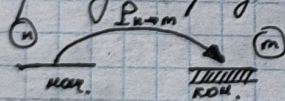
Прибл. имеет с полем $\frac{\Delta E}{E} \rightarrow$ погр. можно пренебречь $E_{\lambda} \rightarrow$
 разности значений изм. полей? $\rightarrow$
 перейдем к кл. полям $\vec{E}$ и $\vec{H}$

Возможно смещение на фотонной энергии отн. ΔE , или пер-ть поля $\vec{E}, \vec{H}$.



Квантовый переход в первом порядке теории возмущений.

Применяется переход из 1-го сост. в др. $\rightarrow$ как меняется хар-ки?



Рассм-ли на фотонное:

$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{V}) \psi(\vec{r}, t)$ - квант. др с Шродингера.

$\hat{H}_0$ - для упрощения л.в. системы

$\Rightarrow \hat{H}_0 \psi_n^{(0)}(r, t) = E_n^{(0)} \psi_n^{(0)}(r, t)$
 $\psi_n^{(0)}(r, t) = \psi_n^{(0)}(r) e^{-\frac{i E_n^{(0)} t}{\hbar}}$
 можно рассм-ть совокупно в ф. отн. к $\vec{E}$

В виде разложения по базисным ф-лам: $\psi(r, t) = \sum_n c_n(t) \psi_n^{(0)}(r, t)$
 англ. Вф-та.

(3.1) $\Rightarrow i\hbar \dot{c}_m = \sum_n V_{mn}(t) c_n(t) e^{i\omega_{mn}t}$, где $\omega_{mn} = \frac{E_m - E_n}{\hbar}$

$V_{mn}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_m^*(r) V(r, t) \psi_n^{(0)}(r) dr$

у-е Шродингера в разложении

$V_{mn} \ll H_{mn}^{(0)}$

Полная и анал. вероятность:

$$C_n(t) = C_n^{(0)}(0) + C_n^{(1)}(t) + C_n^{(2)}(t) + \dots$$

нач. ур.

поправки по порядку малости возмущения

Удобно упростить задачу, записав для начального состояния:

$$C_n^{(0)} = \delta_{nk}$$

Тогда из уравнения получается:

$$i\hbar \dot{C}_n^{(1)}(t) = V_{nk} \cdot e^{i\omega_{nk}t}$$

$$(3.4) \quad C_n^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^t V_{nk}(t') e^{i\omega_{nk}t'} dt'$$

Рассмотрим гармоническое поле $\sin \omega t \rightarrow e^{i\omega t}$

получим: $C_n^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int V_{nk}(t') e^{i\omega_{nk}t'} dt'$

Рассмотрим канонический пример: $\hat{V} = -(\hat{d} \vec{E})$ и пусть $\vec{E} = E_0 \cos \omega t$ — н-ий диполь.

$$\Rightarrow \hat{V} = W e^{-i\omega t} + W^+ e^{i\omega t} \quad \sim \text{самосопряженный ввр.}$$

$$V_{nk}(t) = W_{nk} e^{-i\omega t} + W_{kn}^+ e^{i\omega t} \quad (3.5)$$

$$W_{nk} = W_{kn}^+$$

$$\Rightarrow C_n^{(1)}(t) = -\frac{W_{nk}}{\hbar} \left[\frac{e^{i(\omega_{nk}-\omega)t} - 1}{\omega_{nk} - \omega} + \frac{e^{i(\omega_{nk}+\omega)t} - 1}{\omega_{nk} + \omega} \right]$$

Пусть $\omega_{nk} > 0$ Если ω_{nk} и ω — большие. Не малые, малые, малые

Введем, что есть резонансное условие: $\omega_{nk} \approx \omega$

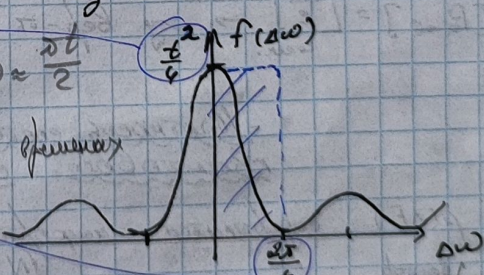
$$|C_n^{(1)}|^2 = \frac{|W_{nk}|^2}{\hbar^2} \cdot \frac{4 \sin^2(\frac{\Delta\omega t}{2})}{(\Delta\omega)^2}$$

и квантово механич. вероятность перехода из k в n состоянии.

$$\lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} f(\Delta\omega) \rightarrow \frac{\pi t}{2} \delta(\Delta\omega) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{\Delta\omega t}{2}}{\Delta\omega^2} d\Delta\omega \approx \frac{\pi t}{2}$$

нормировка

при больших временах



$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)$$

$$|C_n^{(1)}|^2 = \frac{\pi t}{\hbar} |W_{nk}|^2 \delta(\Delta E) \quad (3.7)$$

$$\text{где } \Delta E = E_n - E_k - \hbar\omega$$

изменение во времени вероятности перехода, линейно в резонансе

Дает возможность оценить вероятность перехода: условия квантового резонанса

$$P_{k \rightarrow n} = \frac{\pi t}{\hbar} |W_{nk}|^2 \delta(E_n - E_k - \hbar\omega)$$

как правило речь идет о перфор. спектре:

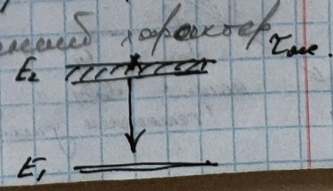
$$P_{k \rightarrow n} = \frac{\pi}{\hbar} |W_{nk}|^2 \rho(E)$$

Здесь уже не только на уровне, а в некотором диапазоне.

Пример: атом

с внешним полем после резонансного из-за чего. атом:

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar$$



$$P(E) = \frac{dN}{dE}$$

(3.7c)

$$\left\{ P_{n \rightarrow m}^{(2)} = \frac{2\pi}{\hbar} |W_{mn}|^2 \cdot P(\Delta E) \right\} \quad P_{n \rightarrow m} \left[\frac{1}{\text{сек.}} \right]$$

результат в основном определяется

любая вер-ть: $P \sim \frac{1}{\tau_{\text{жиз.}}}$

Самое большое время жизни

$$|C_m^{(2)}|^2 = \frac{|W_{mn}|^2}{\hbar^2} \cdot \frac{4 \sin^2 \left(\frac{\Delta \omega t}{2} \right)}{(\Delta \omega)^2}$$

$\Delta \omega$ мало $\rightarrow C_m^{(2)} \rightarrow \infty$, уже не так мал. чем $C_m^{(1)}$

т.е. теория возмущений не работает при $\Delta \omega = 0$

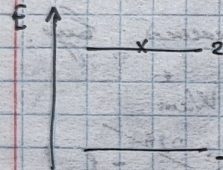
Что будет при $\Delta \omega = 0$: в смысле Карлова. Ответ будет:

$$|C_m^{(2)}|^2 = \frac{|W_{mn}|^2}{2\hbar^2 \omega^2} [1 - \cos(2\omega t)] \quad (3.8)$$

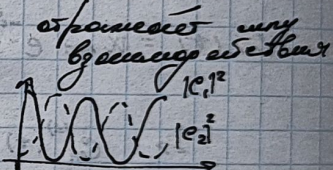
для 2х уровневых переходов

$$\Omega^2 = (\Delta \omega)^2 + \left(\frac{W_{mn}}{\hbar} \right)^2$$

расщепление $P_r \sim$ частота Рамзи

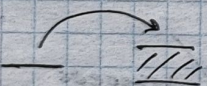


$$\Delta \omega \rightarrow 0: |C_m^{(2)}|^2 \sim \sin^2 \omega t$$



22.09.23.

$$P_{a \rightarrow b} = \frac{2\pi}{\hbar} |W_{ba}|^2 \cdot P(\Delta E) \quad \text{или} \quad P(\Delta \omega)$$



$\Delta E \Delta t \geq \hbar \sim$ все уровни, кроме 1-го имеют конечную ширину

$$[P_{a \rightarrow b}] = \left[\frac{1}{\text{сек.}} \right]$$

эту вер-ть можно сопоставить с $\tau_{\text{жиз.}}$: $P \sim \frac{1}{\tau_{\text{жиз.}}}$

Плотность состояний квантового систем

в $P(\Delta E)$ содержится информация об атоме (раб.) и об ЭМП (P_n)

вектор поляризации

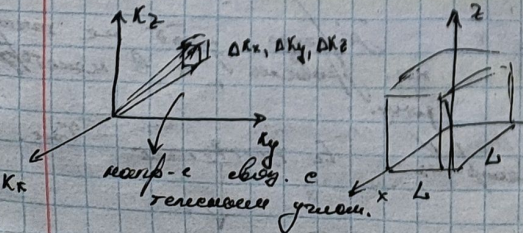
$$P(\Delta \omega) = \frac{1}{\Delta \omega} \frac{dN}{d\omega} \sim$$

$$\vec{A}_k(r) = A_0 \vec{e}_k e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

(4.1)

$$k_x = \frac{2\pi}{L} n_x; \quad k_y = \frac{2\pi}{L} n_y; \quad k_z = \frac{2\pi}{L} n_z$$

$$|\vec{k}_\lambda| = \frac{\omega_\lambda}{c}$$



предельное граничное условие

$$A(0, y, z) = A(L, y, z)$$

условие на фазе

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{L} (n_x \vec{x}_0 + n_y \vec{y}_0 + n_z \vec{z}_0)$$

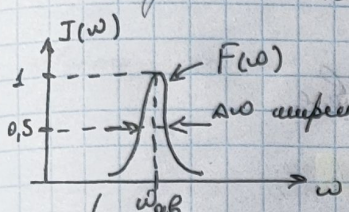
$$\Delta k_x = \frac{2\pi}{L} \Delta n_x \quad \text{и т.д.}$$

$$\Delta N = \Delta n_x \Delta n_y \Delta n_z = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \Delta k = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 k^2 \Delta k \Delta \Omega$$

$$\Rightarrow \left\{ \Delta N = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \frac{\omega^2}{c^3} \Delta \omega \Delta \Omega \right\} \quad \text{термический урон}$$

4.2. $\Rightarrow \left\{ \rho_\lambda = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \frac{\omega^2}{c^3} \right\} \rightarrow \text{ч/с} \quad \rho(E) = \frac{\rho(\omega)}{h}$
 $\rho(E) = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \frac{\omega^2}{c^3 h}$

для атома: $\Delta E \Delta t = h$
 со скоростью атома



для любого перехода ω в атоме будет спектр, но элект. возмущенность с атомом атома из резонансов δ -ф-ии $\rightarrow$ контур с конечной шириной (всплеск между конечное) $\rightarrow$ можно зафиксировать

обозн. $F(\omega) \rightarrow$ о.р.д. кривизна, не противоречит те-ти вероятности

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega = 1 \quad \xrightarrow{\text{показатель}} \quad F(\omega) = \frac{\Delta \omega}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_{mk})^2 + \left(\frac{\Delta \omega}{2}\right)^2}$$

Лоренцева кривая по частоте. (обознач. по амплитуде)

$F(\omega)$ - обратная спектральная атома.

$$\rho_{\text{ат}} = F(\omega) \quad \sim ?$$

Оператор взаимодействия света с атомами с ДМН

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{ат}} + \hat{H}_{\text{ДМН}} + \hat{V}$$

$$m_k \vec{r}_k = p_k - \frac{e_k}{c} \vec{A}(\vec{r}_k) \quad \sim \text{ур-е для } k\text{-й частицы}$$

$$\hat{H}_Z = \sum_k \frac{(p_k - \frac{e_k}{c} \vec{A}(\vec{r}_k))^2}{2m_k} + \sum_{i \neq k} \frac{e_i e_k}{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|} + \sum_k \hbar \omega_k (n_k + \frac{1}{2})$$

обозн. энергии свет. квант.
 энергия атома

кулонов. взаимодействие

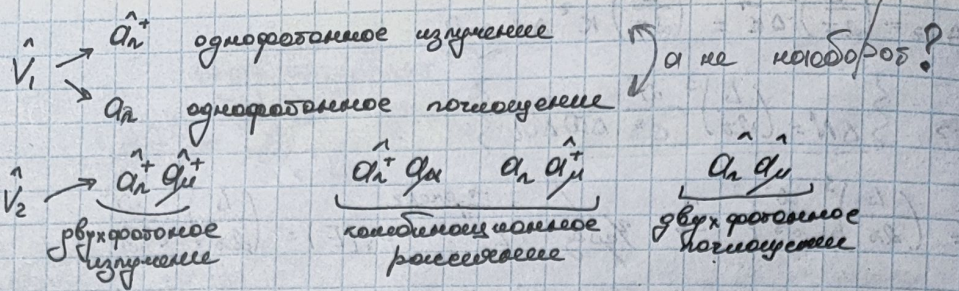
энергия ДМН

$$\hat{H}_Z = \sum_k \frac{p_k^2}{2m_k} + \sum_{i \neq k} \frac{e_i e_k}{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|} + \sum_k \hbar \omega_k (n_k + \frac{1}{2}) - \sum_k \frac{e_k (\vec{p}_k \cdot \vec{A}_k)}{m_k} + \sum_k \frac{e_k^2}{2m_k^2 c^2} (\vec{A}_k \cdot \vec{A}_k)$$

дальше примем $\hat{H}_{\text{ДМН}}$ не будем мешать, т.е.

$$\hat{A} = \sum_k \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_k}} (\hat{a}_k \vec{r}_k + \hat{a}_k^\dagger \vec{r}_k)$$

если представить то можно выразить следующие процессы.

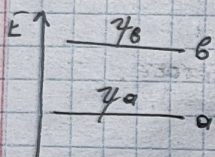


Операторы $\vec{r}$ и $\vec{A}$ — коммутуются.
 (по волнам перпендикулярны $\rightarrow \text{div } \vec{A} = 0$!)

Электродипольное взаимодействие

$$\hat{V}_1 = - \sum_k \frac{e \hbar}{m_k} (\vec{p}_k, \vec{A}(\vec{r}_k)) = - \sum_k \frac{e \hbar}{m_k} A_{0k} (\vec{e}_k, \vec{p}) e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$\hat{V}_{0a} = - \sum_k \frac{e \hbar A_{0k}}{m_k} (e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} \vec{p}, \vec{e}_k)_{0a}$$



$$\{(\vec{k}_k, \vec{r}_k) \ll 1\}$$

→ это условие нарушается для излучения малой длины волны

$\vec{r}_k$ — радиус Бора. $\sim 10^{-10} - 10^{-9}$ м.
 $\rightarrow$ оп. радиус. $5 \cdot 10^{-7}$ м.

Электродипольное приближение

$$\Rightarrow e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} \approx 1 + i (\vec{k}, \vec{r}) - \frac{(\vec{k}, \vec{r})^2}{2} + \dots \quad (4.5) \approx 1$$

→ т.е. это упрощение вычисления

$$V_{0a} \rightarrow (\vec{p})_{0a}$$

29.09.23. Ещё раз вспомним:

$$\hat{V}_1 = - \sum_k \frac{e \hbar}{m_k} A_{0k} \vec{e}_k \vec{p}_k e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (5.1)$$

Самая простая процедура → матрицы 2 уровней.

матр. элемент $\rightarrow (V_1)_{0a} \rightarrow (\vec{p}_k e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}})_{0a}$ в общем виде не всегда существует.
 (4.5) → возьмём её за 1.

→ всё будет опр-ся матриц элементов $(\vec{p}_k)_{0a}$.

Вспомогательная:

$$1) \frac{d\hat{A}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}]$$

$$2) (\hat{A} \hat{B})_{nn} = \sum_k A_{nk} B_{kn}$$

$$\Rightarrow (\vec{p}_k)_{0a} = m_k \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)_{0a} = \frac{m_k i}{\hbar} (\hat{H} \vec{r}_k)_{0a} - (\vec{r}_k \hat{H})_{0a}$$

В матричном виде: $\hat{H} = \begin{pmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_a \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow (\vec{p}_k)_{0a} = \frac{i m_k}{\hbar} (E_0 (\vec{r}_k)_{0a} - (\vec{r}_k)_{0a} E_a) = \frac{i m_k \omega_{0a}}{\hbar} e_k (\vec{r}_k)_{0a}$$

Смещение исходное (5.1.)

$$(\hat{V}_1)_{\alpha\alpha} = -A_{\lambda 0} \vec{E}_{\lambda} i \omega_{\alpha} (\vec{J}_Z)_{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{c}$$

Если рассмотреть:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \Rightarrow (\hat{V}_1)_{\alpha\alpha} = -(\vec{J}_{\alpha\alpha} \vec{E})$$

$\omega_{\alpha} = 0 \rightarrow$ если такое возникает квант $\sim i(\vec{r}_{\lambda} \vec{r}_{\alpha})$ в exp. $\sim$ получается более сложная ф-ла (без рон-ва.)

$$(\hat{V}_1)_{\alpha\alpha} \sim ((\vec{E}_{\lambda} \vec{r}_{\lambda})(\vec{r}_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}))_{\alpha\alpha}$$

Можно показать:

$$\frac{\kappa_{\lambda}}{2} (\hat{L}_Z)_{\alpha\alpha} + \frac{i \omega_{\alpha} \kappa_{\lambda}}{2} m_{\kappa} (\chi_{\kappa} \cdot \gamma_{\kappa})_{\alpha\alpha} \quad (\text{см. учебник})$$

Следует из связи $\hat{L}_Z = -i\hbar (x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x})$

Можно связать с квадратичными моментами

$$Q_{ij} = 3e(x_i x_j - \delta_{ij} r^2) \sim \text{из } \mathcal{H}$$

$$\left\{ \hat{V}_1 = -(\vec{J} \vec{E}) - (\vec{p} \vec{A}) - \frac{1}{6} \sum_{ij} Q_{ij} \nabla \vec{E} + \dots \right\} \sim \text{электромагнитное взаимодействие}$$

Оценим: см. 3.7

$$\frac{P_{\text{эфф}}}{P_{\text{изл}}} \sim \frac{(\vec{J}_{\alpha\alpha} \vec{E}_0)^2}{(\mu_{\alpha\alpha} \mu_0)^2} \sim \frac{\mu_{\alpha\alpha}^2}{\mu_0^2} \sim \left\{ \begin{array}{l} \text{век. пер-ого} \\ \text{магнитная} \end{array} \right\} \sim \left\{ \begin{array}{l} \text{можно брать радиус атома} \end{array} \right\} \sim$$

$$\sim \frac{e^2 r_B^2}{(\mu_B)^2} \sim 5 \cdot 10^{-4} \rightarrow \text{электромагнитное взаимодействие}$$

$$\frac{P_{\text{эфф.}}}{P_{\text{изл.}}} \approx \frac{|\sum_{\alpha} \mu_{\alpha\alpha} \nabla E_j|^2}{36 (\mu_{\alpha\alpha} E)^2} \approx \frac{9 \cdot e^2 \lambda^2 \cdot E_j^2}{36 (e r_B)^2} \approx \frac{\mu_B^2 \lambda^2}{\lambda^2} = \left\{ \lambda = 5 \text{ см} \right\} \sim 10^{-7}$$

Вероятность перехода

$E_{\lambda} \rightarrow n_{\lambda}$ - число фотонов в поле. Вероятность перехода в эл. дип. прил.

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = \frac{\pi}{2\hbar^2} (\vec{J}_{\alpha\alpha} \vec{E})^2 \cdot \rho(\omega) \rightarrow \text{интеграл ф-ла для дип. в-за}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t$$

Плотность энергии излучения:

$$P_{E_{\lambda}} = \frac{\hbar \omega_{\lambda} n_{\lambda}}{L^3}$$

$$\frac{|E_{\lambda}|^2}{8\pi} d\omega d\Omega = \frac{1}{c} d\omega d\Omega = \rho_{\lambda}(\omega, \Omega) \cdot P_{E_{\lambda}} d\omega d\Omega = \frac{\omega_{\lambda} n_{\lambda} \hbar}{8\pi^3 c^3} d\omega d\Omega$$

Экспрессия

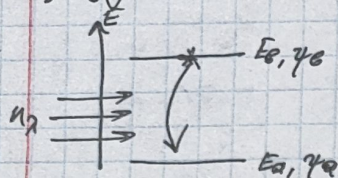
$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = \frac{n_{\lambda} \omega_{\lambda}^3 (\vec{E}_{\lambda} \vec{J}_{\alpha\alpha})^2}{2\pi \hbar c^3} F(\omega) \cdot g_{\alpha} \quad (\omega_{\lambda} \approx \omega_{\alpha}) \rightarrow \text{к. имеет резонансный характер (5.4a)}$$

Если n_{λ} большое, то можно связать с магн. и элект. в-ми для электронов

$$\frac{E_{\lambda}^2}{8\pi} = \frac{\omega_{\lambda}^3 n_{\lambda} \hbar}{8\pi^3 c^3} \rightarrow E_{\lambda}^2 = \frac{\omega_{\lambda}^3 n_{\lambda} \hbar}{\pi^2 c^3} \left[\frac{P_{\alpha\alpha}}{g_{\alpha} \cdot \text{с.ф.} \cdot \text{м}^3} \right]$$

Излучение и поглощение фотонов.

1) Излучение



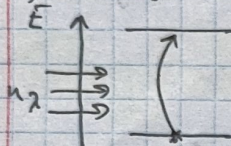
$$\gamma_{\Sigma b} = \gamma_a \cdot \gamma_b \cdot \prod_{i \neq a, b} \gamma_i$$

Зафиксировав состояние канальное: (b, n_γ)

Конечное состояние: $(a, n_\gamma + 1)$

$$P_{b \rightarrow a} = \frac{2\pi}{\hbar} |W(a, n_\gamma + 1, (b, n_\gamma))|^2 \cdot \rho(a, n_\gamma + 1)$$

2) Поглощение: аналогично



Нач. состояние: (a, n_γ)

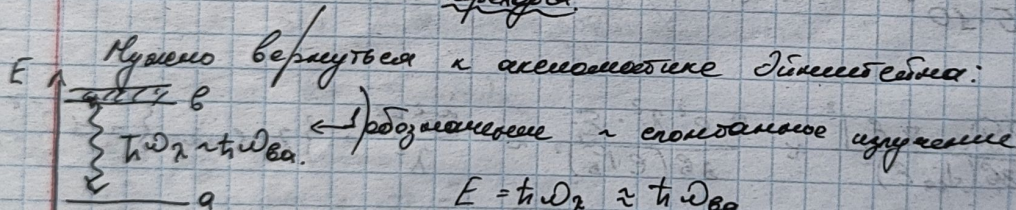
Конечное состояние: $(b, n_\gamma - 1)$

$$P_{a \rightarrow b} = \frac{2\pi}{\hbar} |W(b, n_\gamma - 1, (a, n_\gamma))|^2 \cdot \rho(b, n_\gamma - 1)$$

Если сказать, что фотонная волновая функция для уравнений $\gamma_a = \gamma_b = 1$. $\Rightarrow$ не-то есть фотонное.

$$\Rightarrow |W_{ni}|^2 = |W_{in}|^2$$

Спонтанное и индуцированное излучение



Нужно вернуться к аксиоматике Гейзенберга:

← индуцированное ~ спонтанное излучение

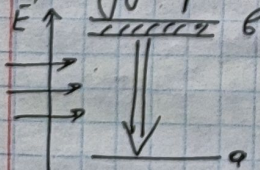
$$E = \hbar\omega_\gamma \approx \hbar\omega_{ba}$$

$\vec{k}_\gamma, \vec{\epsilon}_\gamma$ - произвольные

Усл. - не зависит от канальной n_γ (это $n_\gamma = 0$ ~ з/м вакуума)
 излучает нулевое поле

$$\delta E \leftrightarrow \delta \omega \neq 0$$

2) Индуцированное излучение

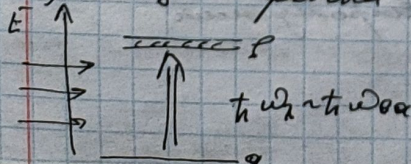


$$E = \hbar\omega_\gamma \approx \hbar\omega_{ba}$$

$\vec{k}_\gamma, \vec{\epsilon}_\gamma$ - повторяют параметры падающей волны.

~ Почему? Так устроена мф.

3) Поглощение фотонов (всегда индуцированное)



Кванта фотона

$$P_{0 \rightarrow a} = \frac{\omega^3 (\vec{e}_\lambda \vec{J}_{0a})^2}{2\pi\hbar c^3} F(\omega) g_a (n_\lambda + 1) = \frac{(n_\lambda + 1) \omega^3 (\vec{e}_\lambda \vec{J}_{0a})^2}{2\pi\hbar c^3} F(\omega) g_a + \frac{\omega^3 (\vec{e}_\lambda \vec{J}_{0a})^2}{2\pi\hbar c^3} F(\omega) g_a$$

$$\frac{P_{0 \rightarrow a}}{g_b} = \frac{P_{a \rightarrow 0}}{g_a}$$

$$P_{a \rightarrow 0}^{\Sigma} = P_{a \rightarrow 0}^{imp} + P_{a \rightarrow 0}^{spont.}$$

5.6

$$P_{imp} = n_\lambda P_{0 \rightarrow a}$$

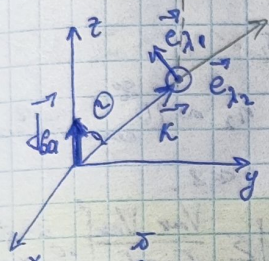
$$\frac{P_{a \rightarrow 0}}{P_{0 \rightarrow a}} = \frac{g_a}{g_b}$$

6.10.23

Спонтанное излучение диполя

$$(5.4): P_{0 \rightarrow a} = \frac{\omega^3}{2\pi\hbar c^3} (\vec{e}_\lambda \vec{J}_{0a})^2 F(\omega)$$

$$(4.2): g_\lambda; (4.3): F(\omega)$$



$$P_{0 \rightarrow a}^{\Sigma} = \int d\omega \int d\Omega \sum_{\lambda} P_{0 \rightarrow a}(\omega, \lambda) \stackrel{F(\omega)=1}{=} \int d\omega \int d\Omega \sum_{\lambda} P_{0 \rightarrow a}(\omega, \lambda)$$

$$\int F(\omega) d\omega = 1$$

примерная вер-ть как интеграл в фазовом пространстве; тепловое излучение и спонтанное по всей площади

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi; \sum_{\lambda} (\vec{e}_\lambda \vec{J}_{0a})^2 = J_{0a}^2 \sin^2\theta$$

$$\stackrel{2\pi}{=} \int d\theta \sin^3\theta \int d\varphi \frac{\omega^3 J_{0a}^2}{2\pi\hbar c^3} = \frac{4}{3} \frac{\omega^3 J_{0a}^2}{\hbar c} = A_{sp} \sim \text{коэф-т спонтанного излучения}$$

$$= \left[\frac{1}{c} \right] \text{ (зависит от радиуса сферы)}$$

$\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ Гц}$ - инф. видимого спектра $\Rightarrow \omega^3$ отличается на 12 порядков
 $\lambda \sim 10^{10} \text{ Гц}$ - СВЧ

Правильно подобран

Для электрического диполя из центральной симметрии системы

$$J_{0a} = \int \psi_0^* \vec{J} \psi_a dV$$

(=0 или $\neq 0$)

Чётность ВФ: $\vec{r} \rightarrow -\vec{r} \Rightarrow |\psi|^2$ не меняется
 $\psi_a \rightarrow \alpha_a; \psi_b \rightarrow \alpha_b$
 $\psi(-\vec{r}) = (-1)^{\alpha} \psi(\vec{r})$

$\alpha=1$ - отриц. чётность; $\alpha=2$ - положительная чётность

$$J_{0a} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(\vec{r}') e^{\vec{r}'} \psi_a(\vec{r}') d\vec{r}' = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(-\vec{r}) e^{-\vec{r}} \psi_a(-\vec{r}) d(-\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(\vec{r}) e^{\vec{r}} \psi_a(\vec{r}) d\vec{r}$$

$$= (-1)^{\alpha_0 + \alpha_a + 1} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(\vec{r}) e^{\vec{r}} \psi_a(\vec{r}) d\vec{r}$$

$$\begin{cases} \alpha_b = \alpha_a \Rightarrow J_{0a} = -J_{0a} \Rightarrow J_{0a} = 0 \\ \alpha_b \neq \alpha_a \Rightarrow J_{0a} = J_{0a} \Rightarrow J_{0a} \neq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J_{0a} = (-1)^{\alpha_0 + \alpha_a + 1} J_{0a}$$

Тепловая излучения. Пары фотонов. Излучение при переходе между уровнями. Разность энергий? $E_b - E_a = \pm \hbar\omega$

$$J_{em}(0, \varphi) = J(\pi - \theta, \varphi + \pi) = (-1)^l J_{em}(0, \varphi)$$

инверсия

Изотропное взаимодействие: $\Delta M_z = 0$; ΔM - любое; $\Delta M = 0, \pm 1$; $\Delta L = \pm 1$
 Приближённое L-S связь $\Rightarrow \vec{L}, \vec{S} \rightarrow \vec{J}$ - полный момент: $\Delta J = 0, \pm 1$
 $\Delta M_J = 0, \pm 1$

$j\rho = 3$. $\rightarrow$ переходы сопровождаются излучением или поглощением фотонов

Магнитодипольное взаимодействие: $\vec{A}_0 \rightarrow \mu_{B0}$; $\frac{1}{\mu_B} = -\frac{1}{2} \frac{e}{mc} \vec{L}$ где $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $\frac{1}{\mu_B} = -\frac{1}{2} \frac{e}{mc} \vec{L}$

$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] \Rightarrow \mu_{B0} = (-1) \mu_B \Rightarrow \begin{cases} \Delta\alpha = \Delta\beta \Rightarrow \mu_{B0} \neq 0 \\ \Delta\alpha \neq \Delta\beta \Rightarrow \mu_{B0} = 0 \end{cases}$

Выбор $(\vec{L})_{00} \neq 0$, φ в $\psi(0, \varphi)$

Правила отбора n, l, m : $\Delta n = 0$; $\Delta l = 0$; $\Delta m = 0, \pm 1$; $\Delta m_s = 0$

n, l, m : $\Delta l = \pm 1 \Rightarrow$ дипольн. не взаимодейств.
 n, l, m : $\Delta l = 0 \Rightarrow$ квадрупольн. не взаимодейств.

Электродипольное взаимодействие: $\Delta j = 0, \pm 1, \pm 2$ $j\rho = 2$ (свободно)

Многочастотные (квантовые) процессы.
 (4.4): $H = H_0 + V_1 + V_2$ $\rightarrow$ возмущения $\rightarrow$ в формулу теор. возмущений
 $V_1 \sim \frac{1}{\omega_1^2} \frac{e}{m} p_x \vec{E}_1$
 $V_2 \sim \frac{1}{\omega_2^2} \frac{e}{m} p_x \vec{E}_2$
 $(V_1)_{00} \sim \sqrt{\pi} \cdot 10^{-13} \sim 1$ при $\eta_1 \sim 10^8$ - сильное поле
 в основном состоянии $\ll 1$

(3.1), (3.6), $P_{m \rightarrow k}^{(2)}$ (3.7). $P_{m \rightarrow k}^{(2)} = 0 \Rightarrow C_m^{(2)}(t) = -\frac{1}{\hbar^2} \int_0^t \int_0^{t_1} H_1 H_2 \left| \sum_k \frac{V_{mk} V_{km}}{E_k - E_m} \frac{e^{i(E_k - E_m)t}}{E_k - E_m} \right|$

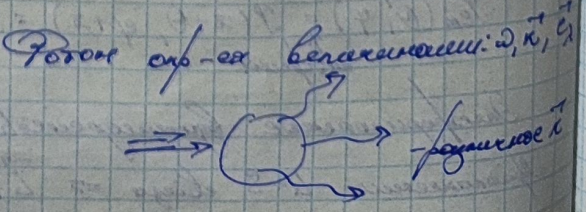
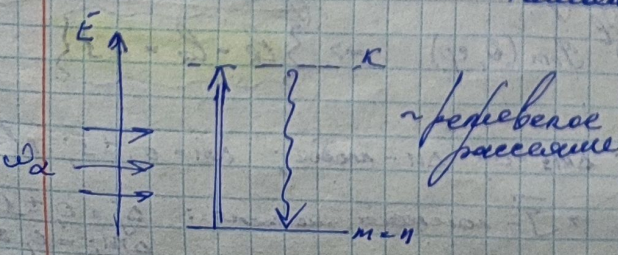
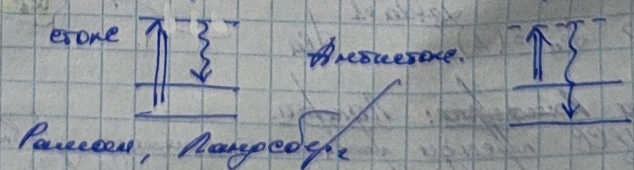
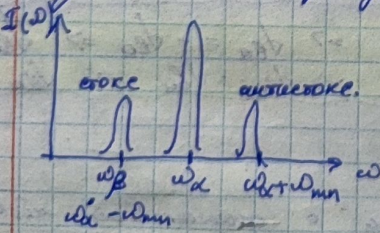
$|C_m^{(2)}|^2 \rightarrow \frac{\sin^2 \frac{\Delta \omega_{mk} t}{2}}{\left(\frac{\Delta \omega_{mk}}{2} \right)^2}$
 $|C_m^{(2)}|^2 = -\frac{1}{\hbar^2} \left| \sum_k \frac{V_{mk} V_{km}}{E_k - E_m} \frac{\sin^2 \frac{\Delta \omega_{mk} t}{2}}{\left(\frac{\Delta \omega_{mk}}{2} \right)^2} \right|^2$
 $P_{m \rightarrow n}^{(2)} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \sum_k \frac{V_{mk} V_{kn}}{E_k - E_m} \right|^2 \delta(E_n - E_m)$
 $\delta(E_n - E_m)$ - виртуальные уровни $\omega^* c^2$

$\alpha, \beta \equiv \mu, \nu$

$(n_\alpha, n_\beta, m) \rightarrow (1, \dots) \rightarrow (n_\alpha - 1, n_\beta + 1, n)$
 $(1, \dots) \rightarrow (2, \dots) \rightarrow (n_\alpha - 1, n_\beta + 1, k)$
 $\hbar \omega_\alpha - \hbar \omega_\beta = E_n - E_m$
 $\hbar \omega_\beta - \hbar \omega_\gamma = E_n - E_m$
 $\Delta E_{\text{полн}} = -\Delta E_{\text{сп}} \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar$

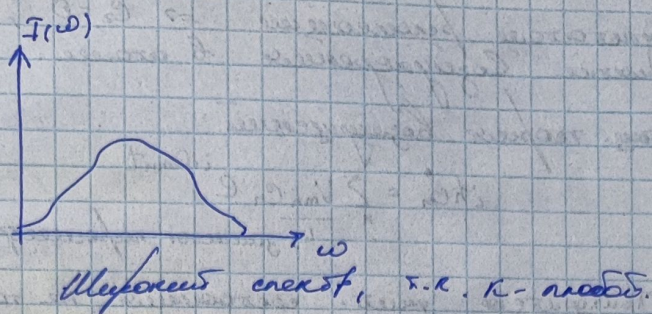
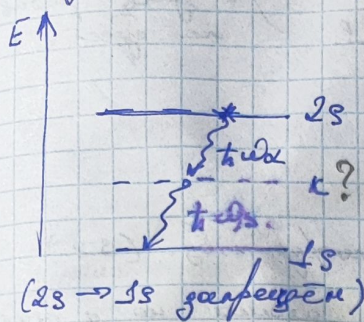
Комбинированное рассеяние (погл. + исп.); Взаимодействие КР (погл. + излуч.) (ВКР)

Квант, чтобы переход (m, n) был разрешен, чтобы было для КР
 условие: $\omega_\beta \text{ д.б. } < \omega_\alpha$. Но если есть $\omega_\alpha + \omega_{\text{сп}}$

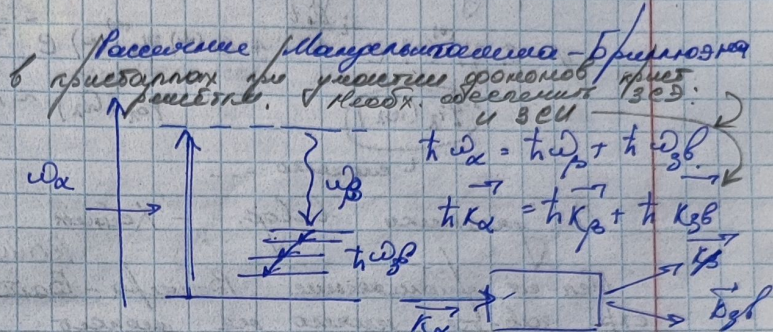
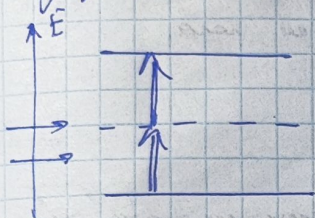


Вдохновляющее излучение

А. Геллер - Майер

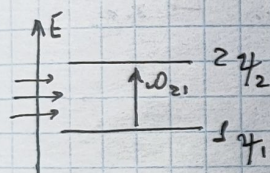


Вдохновляющее поглощение



Введение в квантовую электродинамику Релаксация и уширение спектральных линий

13.10.23



Рассматривают для атомов. А теперь хотим рассмотреть вещество. Нужен переход к макроскопической системе. (но это позже)

Релаксация и уширение спектр. линий. Что лежит в основе?



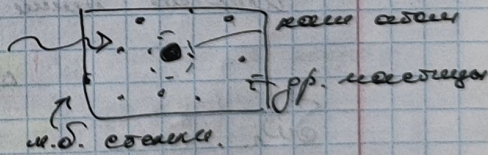
→ диссипативные процессы (теряется)

динамическая подсистема

$\psi(t)$; $c(t)$ ~ век. ме координат в пространстве.

т.к. атом что-то окружает → по пути он имеет степеней свободы.

+ ш.д. сплошное излучение (шумы)



Термостат близок к равнов. процессу - необх. учитывать. Но процесс излуч. релаксацией. Основная хар-ка - время релаксации. Но если свет не может повлиять на термостат - идеальный объект неоп.

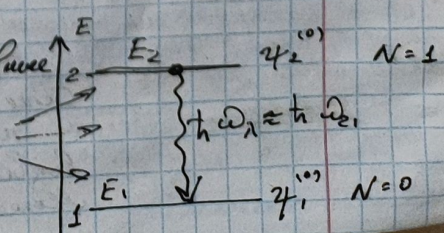
Релаксация - процесс перехода системы в термодинамическое равновесие (во времени).

Раньше термостат не было - атомы просто $1\hat{e}$.

Спонтанное излучение ~ на его примере условия обобщения.

Из атом в (2) → переходит в (1).

$$\psi = c_1 \psi_1^{(0)} + c_2 \psi_2^{(0)} ; \quad c_2 = 1, c_1 = 0$$



$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} \quad \text{по пути раскр-е Больцмана}$$

Результаты релаксации $\Rightarrow C_2 = 0$; $C_1 = 1$.
 $\Rightarrow$ считаем возмущения в атоме.

Неебн. теория возмущений:

$$i\hbar \dot{C}_n = \sum_m V_{mn} C_m e^{i\omega_{mn}t}$$

$\hookrightarrow$ записываем параметры электромаг. вл. (3.2)

Но! Пригодится метод. состоящий не только атома, но и поля

$$\psi = C_1 \psi_1^{(0)}(r) e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} + C_2(t) \psi_2^{(0)}(r) e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t}$$

$\psi_{1,2}(Q_2) \sim$ нулево ут. хар-ли поля.

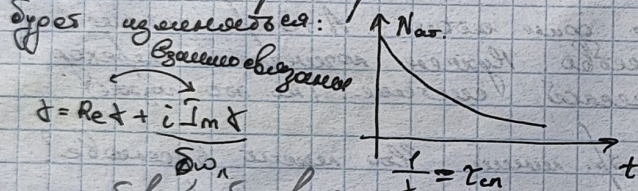
Согласно вавер. - Хойман

Исп-е приближение Вайера - Вайсхауда. $\rightarrow$ так-ли, что при
 exp. зав-ти можно не считать переход

$$|C_2|^2 \sim e^{-\frac{\gamma}{2}t} \quad C_2(t) \sim e^{-\frac{\gamma}{2}t}$$

$\rightarrow$ считаем возмущения происходят по своему закону

Димоним. параметр N - число $\tilde{\epsilon}$ в уравне 2. $\rightarrow$ т.е.



приближений свм

$$P_n(\omega) = \frac{A_{en}}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_n - \delta\omega_n)^2 + (\frac{A_{en}}{2})^2} \quad (2.1)$$

Ширина линии спонт. излуч: $\hookrightarrow$ существенно только для вырожд.

$$\Delta\omega_{en} = A_{en} \quad (6.1) - \text{Димон}$$

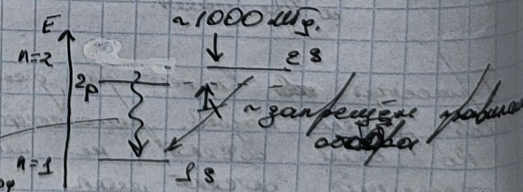
$\delta\omega_n$ - приближений свм - обус. ненулевой
 величины вероятности перехода

Симметрия на атомарном уровне

$$2p \rightarrow 1s \neq 0$$

$$2s \rightarrow 1s = 0$$

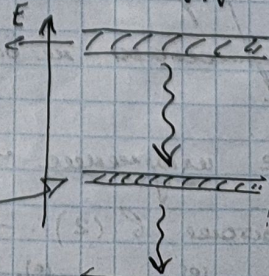
хароний переход $q=1$



Картина можно нарис. по формуле

Если начальный уровень E_n находится в
 переход. не обл. основного сост. спонт. излуч. хва.
 для $\tilde{\epsilon}$ и в этом случае релаксация
 хар-ся некоторой кон. Велич. электр. поле
 может, по этому, иметь уров.
 создв. спонт. переход. контур $\Gamma(\omega)$

$\Rightarrow$ Для всего перехода по уровню ниже
 сверху контур возмано релаксацией.
 Можно перейти на уровень ниже



Мы будем брать спектр лоренцевских контуров:

$$F_{\Sigma}(\omega) = \int F_2(\omega') F_1(\omega' - \omega) d\omega' \rightarrow \text{спектр проф. лор. конт.}$$

F_{Σ} - тоже лоренцевский контур, но с др. асимметрией.

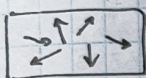
$$\Delta\omega_{\Sigma} = \Delta\omega_2 + \Delta\omega_1$$

Суммарное время жизни: (7.2)

$$\frac{1}{\tau_{\Sigma}} = \frac{1}{\tau_{\omega_1}} + \frac{1}{\tau_{\omega_2}}$$

$\Delta\omega_{\Sigma}$ - собственное уширение спектральной линии (она есть всегда)

Рассеяние света с газом: Доплер. уш. линии, вызванное взаимодействием с ДШП атом. молекулы. Движение атомов в газе приводит к уширению спектральной линии. x - направление наблюдения спектра.



Движение атомов. $\rightarrow$ молекулы имеют функции ω - ν :

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{v_x}{c}\right) \rightarrow \text{эффект Доплера} - \text{для разных элементов ансамбля будет иметь разную частоту перехода.}$$

ν_x спектральная плотность: ~ распредел. Максвелла

$$f(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \quad (7.3a)$$

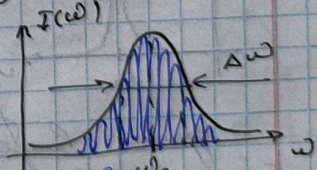
$$v_x = c \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \Rightarrow \nu_x = \frac{c}{\omega_0} d\omega$$

$$f(v_x) dv_x \longleftrightarrow F_{\Sigma}(\omega) d\omega$$

можно переименовать ансамбль

$$F_{\Sigma}(\omega) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \frac{c}{\omega_0} \exp\left(-\frac{mc^2(\omega - \omega_0)^2}{2\omega_0^2 kT}\right) \rightarrow \text{только в газах} \quad (7.3b)$$

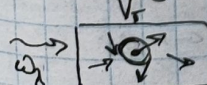
Доплер $\Rightarrow$ получили правильно формулу для асим. взаимн. газа с излучением. $\rightarrow$ Гауссово распределение. Гаусс при хвостах спадает быстрее



Ширина: $\Delta\omega_D = \sqrt{2 \ln 2} \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (7.3c)$

Зона где будет разнородно взаимодействие газа с полем и т.п. $\Delta\omega_D \sim 10^{-6} \omega_0$

Какие еще могут быть механизмы уширения? Столкновения между атомами. Сильно возмущаются при столкновении. Сильно возмущаются при столкновении. Столкновения атомов приводят к сдвигу частоты излучения. $\tau_{me} = ?$ $\rightarrow$ но если атом-атом взаимодействует, то есть взаимодействие атомов.



$\tau_{coll} \sim \frac{1}{N_{mol} \cdot V_{mol} \cdot \sigma}$ размер атомов/молекулы.
концентр. молекул.

Можно переписать:

$$\tau_{coll} = \sqrt{\frac{m \cdot T}{\pi}} \cdot \frac{1}{\sigma \cdot \rho}$$

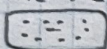
давление

Шорин в результате механизма столкновений:

$$\Delta \omega_{coll} \propto \tau_{coll}$$

Механизмы: ориентированное, столкновительное спонтанное (свободно) + пространственная неоднородность, фоновое (свободно) ускорение, полевое ускорение.

Длинные лазер:



0,5 мм. р. ст.

→ ускорение ~ 1 МГц.

зависит от размер. механизма $1 \div 3$ П.

Механизмы ускорения можно разл. на 2 группы:

1) Ориентированное ускорение
у всех элементов атома.
Фронт. центр. частоты ω_0

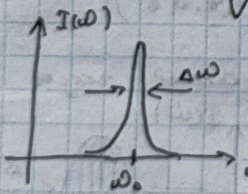
2) Ресонансное ускорение
своб. размер. центр. частоты ω_0

- спонтанное
- столкновительное

- ориентированное
- фоновое

Принципы построения
квантовых стандартов частоты и
времени (КСЧ)

Можно считать, что поверхность атомной системы с своей периодич. движ. имеет изв. амплитуду, характер, добротность. Допущено считать, что можно узко линею.

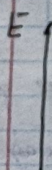


Опр-ия добротности:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega_{\Sigma}}$$

Получим темп. реализованное влияние, т.е. $\Delta \omega_{\Sigma}$

нужно выбрать переход, где $\Delta \omega_{\Sigma} \rightarrow min$



нужно выбрать $\Delta \omega_{\Sigma} \rightarrow min$

$\Delta \omega_{\Sigma} \leftarrow \Delta \omega_{\Sigma} - \text{корр-т спонтанного излуч.}$
 $\sim \omega^3 \cdot \Delta t_1$

$$Q = \frac{3}{4} \frac{\hbar \omega_0^3}{\Delta t_1 \omega_0^2}$$

только когда $\Delta t_1 \rightarrow min$

20.10.23

Если учесть (5.2) → эр/уп. → минимиз.

⇒ Нужно минимизировать $\Delta t_1 \leftarrow \Delta t_2$

Атом
рассеивает фотон
для атомов
 $\gamma, \hbar \gamma$

Использование μ_2 даётся: $\frac{\rho^{2n/8}}{\rho^{2n/8}} \sim 10^4 \div 10^5$

Если всё это сделать, можно получить таблицу:

Эл./дип.	Δ	A_{en}	Q
Оптим. СВЧ	$\sim 6 \cdot 10^{14}$ $\sim 10^{10}$	$\sim 2 \cdot 10^7$ $\sim 10^{-7}$	$\sim 2 \cdot 10^8$ $\sim 6 \cdot 10^{17}$
М/дип.	$\sim 6 \cdot 10^{14}$ $\sim 10^{10}$	$2 \cdot 10^3$ 10^{-11}	$2 \cdot 10^{12}$ $6 \cdot 10^{21}$

С точки зрения радио. волн светов. длина порядка мм и короче. (это эл. волн. вольтаж.)

А лучше ие-то. мажоран

Аналог $\sim \omega^3 \rightarrow$ быстро растёт с частотой $\rightarrow$ ближе к СВЧ.

Варианты существующих стандартов каскадов: пер. в каскаде эталон для построения
1. Мазер на вольфраме μ . $\Delta = 1421$ МГц. $(F=1, \mu_F=0) \Rightarrow (F=0, \mu_F=0)$ 0-0 переход
 $Q \sim 10^3$ и $\Delta \sim 1$ Гц.

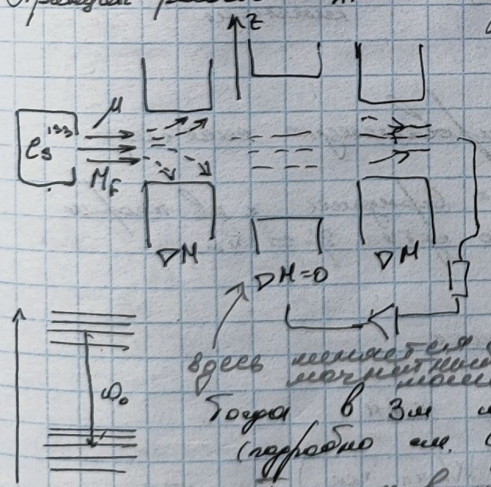
2. КСЧ Rb^{87}
 $\Delta = 6835$ МГц.; переход $(F=2, \mu_F=0) \Rightarrow (F=1, \mu_F=0)$; $Q \sim 10^8$, $\Delta \sim 50$ Гц.

3. Атомная кристаллическая трубка на Cs^{133}
переход $(F=4, \mu_F=0) \Rightarrow (F=3, \mu_F=0) \Rightarrow \Delta = 9192$ МГц; $Q \sim 10^9$; $\Delta \sim 10$ Гц.

μ, Rb, Cs . - вольфрамово-дробные атомы ($1/r$)

$Q \sim 10^9$ куда потерялось 12 порядков - и.б. рождается в технике.

Принцип работы АЛД Cs^{133} - атом в ~~поле~~ поле паре Cs - радиосигнал
Отклонение траектории атома, обусл. магнитным полем



$W = -\mu_{эфф} \cdot H$ где $\mu_{эфф} = -\frac{\partial W}{\partial H}$

Известно если есть фазовый эффект

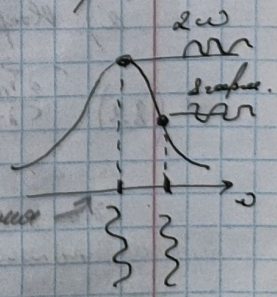
$\vec{F} = -\nabla W \rightarrow$ будет отклонение на $1/r$ масштаба

Во дв. полевых атомах и.б. резонанс

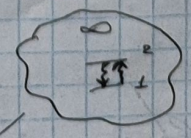
Здесь магнитное поле имеет значение. Тоже в 3-м магните. имеет смысл знак. (подробно см. Скраповский, Релаксация)

То есть в поле атомизированные атомы с эталонным переходом: для на выходе магнитно-решётка поглощения

Квантовое квантовое уравнение. Дифференциальная система и термодинамика.



Атом $\rightarrow$ Средо n_0 - высокая концентрация
- нужен резонанс переход
сигнала с большим кол-вом степеней свободы.



С точки зрения упр. - резонанс можно всё переходы не

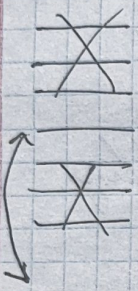
участ. - как правило есть осн. переходы - остальные сгруппированы

- 1) Динамическая перемена
- 2) Динамическая перемена (переносит)

Во время в.ф? Вводится матрица плотности ρ_{mn}

$$\psi = \sum_n C_n(t) \psi_n(r) \Rightarrow \rho_{mn} = C_m^* C_n - \text{матрица } \infty \text{ на } \infty, \text{ но!}$$

можем взять квант для конкретного перехода. ψ резонирует со всеми уровнями. Боятся не, можно свести к все варианты состояний (размер, энергия).



$$\Rightarrow \rho_{mn} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix}$$

Гораздо в Хайзен - нефикс. ρ_{mn} - м.б. больше разнится со временем.

$$i\hbar \dot{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}] \quad (8.1) \quad \text{Ур. Шредингера}$$

$$i\hbar \dot{\rho}_{mn} = \sum_k (H_{mk} \rho_{kn} - \rho_{mk} H_{kn})$$

ур. Шредингера - для вол. ф-ции ψ в 8.1. для операторов $\hat{\rho}$

Средняя матрица плотности. Средние значения операторов.

$$\hat{H} = \hat{H}_{0at} + \hat{H}_{перм} + \hat{V} \rightarrow \text{переносить и провести процедуру упрощения по переменной переменной}$$

$$i\hbar \dot{\hat{\rho}} = i\hbar \dot{\hat{V}} - \text{повесть квант}$$

$$(8.2) \quad i\hbar \dot{\hat{\rho}} = [\hat{H}_{0at}, \hat{\rho}] + [\hat{H}_{перм}, \hat{\rho}] + [\hat{V}, \hat{\rho}] \quad \sim \text{основное др-е квантовой}$$

Рассматриваем несколько ситуаций:

1) $H_{перм} = 0, V = 0 \rightarrow$ получаем изолированную систему

$$(8.3) \Rightarrow \rho_{mn}(t) = \rho_{mn}^{(0)} e^{i\omega_{mn}t} \rightarrow \text{вернувшись к кв. теории по формуле } \rho = \rho_{mn}$$

$\rightarrow$ неинтересно

2) $H_{перм} \neq 0, V = 0$, процесс рассеяния

$$(8.4) \quad \frac{\partial \rho_{nm}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \rho]_{nm} = \begin{cases} -\Gamma_{nm} \rho_{nm}, & m \neq n \\ -\sum_k (W_{nk} \rho_{nk} + W_{kn} \rho_{kn}), & m = n \end{cases}$$

т.е. (8.3) трансформация в вариации:

Нерезонансные значения:

$$\rho_{mn}(t) = \rho_{mn}^{(0)} e^{-\Gamma_{nm}t} e^{i\omega_{mn}t}$$

затухание безв. релаксации

$$(8.5a) \Rightarrow \Gamma_{nm} = \frac{1}{T_2} - \text{время когерентности}$$

Еще временной матрицей: Для двух энергетических уровней матрица

$$(8.5b) \quad W_{n \rightarrow n} + W_{k \rightarrow n} = \Gamma_{nn}$$

вероятность перехода: Γ_{nn} - сумма вероятностей релаксации в данном направлении

3) Выводиме взаимодействия: $M_{ifm} \neq 0, V \neq 0$

$$[\hat{V}_i, \hat{p}] \Rightarrow \sum_k (V_{ik} p_{ki} - p_{ik} V_{ki})$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{v}}_{11} &= \frac{i}{\hbar} \vec{d}_{12} \vec{E} (\vec{v}_{21} - \vec{v}_{12}) - \frac{1}{T_1} (\vec{v}_{11} - \vec{v}_{11}^{(0)}) \\ \dot{\vec{v}}_{22} &= + \frac{i}{\hbar} \vec{d}_{12} \vec{E} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_{21}) - \frac{1}{T_2} (\vec{v}_{22} - \vec{v}_{22}^{(0)}) \\ \dot{\vec{v}}_{12} &= i \omega_{21} \vec{v}_{12} + \frac{i}{\hbar} \vec{d}_{12} \vec{E} (\vec{v}_{22} - \vec{v}_{11}) - \frac{1}{T_2} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_{12}^{(0)}) \\ \dot{\vec{v}}_{21} &= -i \omega_{21} \vec{v}_{21} - \frac{i}{\hbar} \vec{d}_{12} \vec{E} (\vec{v}_{22} - \vec{v}_{11}) - \frac{1}{T_2} (\vec{v}_{21} - \vec{v}_{21}^{(0)}) \end{aligned} \quad (8.6)$$

$\vec{V} = -\vec{d} \vec{E}$ $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix}$

Можно сгруппировать и упростить, но сначала нужно ввести поперечную и продольную составляющие: $\vec{P} = N \langle \vec{d} \rangle$ — среднее по ансамблю

$$(8.7) \quad \vec{P} = N_0 \vec{d}_{12} (\vec{v}_{12} + \vec{v}_{21})$$

$$\Delta N = N_0 (\vec{v}_{22} - \vec{v}_{11}) = N_2 - N_1$$

разность населенностей

$\vec{P}$ — поперечная составляющая $P = P(t)$
 по — поперечная составляющая $\Delta N = \Delta N(t)$
 медленно меняется и пренебрежимо мало

Проверим (8.6) приведем к новому переименованию:

$$(8.8) \quad \begin{aligned} \ddot{\vec{P}} + \frac{2}{T_2} \dot{\vec{P}} + (\omega_{21}^2 + \frac{1}{T_2^2}) \vec{P} &= - \frac{2}{\hbar} \omega_{12} \vec{E} \Delta N \\ \dot{\Delta N} &= \frac{2}{\hbar} \omega_{21} (\vec{P} + \frac{1}{T_2} \vec{P}) \vec{E} - \frac{1}{T_1} (\Delta N - \Delta N^{(0)}) \end{aligned}$$

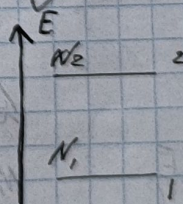
Динамика ф-я для двухуровневой системы в отсутствие внешнего поля

переходит к упр. во времени.

релаксация поперечной составляющей. (T_2 — время релакс. попер. = время попер. релаксации = время релакс. когер. зап-ов)
 Аналогично T_1 — время релакс. прод. зап-ов

$$\Delta N^{(0)} = N_2^{(0)} - N_1^{(0)} = N_0 (\vec{v}_{22}^{(0)} - \vec{v}_{11}^{(0)})$$

$$\frac{\vec{v}_{22}^{(0)}}{\vec{v}_{11}^{(0)}} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} \sim \text{по законам распредел. Больцмана}$$



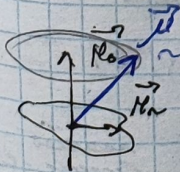
Если рассмотреть (8.5):

$$\vec{d}_{12} = \frac{1}{T_2} \quad \text{— он определяет ширину, пока $\vec{d}_{12}$ выведет}$$

$$(8.9) \quad \Delta \omega = \frac{1}{T_2} \quad \text{— значение } T_2 \text{ определяет ширину линии, в доплеровском ушир. линиях как правило } T_2 < T_1$$

27.10.23.

Магнитные дипольные взаимодействия (см. в конце)

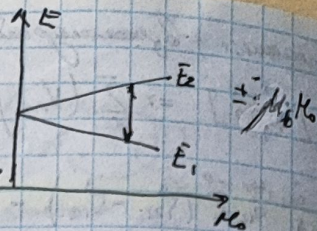


Если в-во во внешнем магн. поле H_0 + прецессия $M_n \Rightarrow$ магн. момент прецессирует вокруг H_0

$$\vec{V} = -\vec{r}_s \vec{K}_0 \quad \text{где } s = \frac{1}{2}$$

Считается вращение по ур-нию.

$\Rightarrow$ ЭПР - по пути прохождения СВЧ излучения
испыт. переходу.



$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{r} \quad \text{где } \vec{r}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{r}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{r}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- матрицы Паули.

Ф-ция, позволяющая описать вращение (бу рол-ба):

$$i\hbar \dot{\vec{r}} = -2i\mu_B [\vec{r} \times \vec{K}] \quad \text{где } \mu_B - \text{магнетон Бора}$$

$$i\hbar \dot{r}_x = 2i\mu_B (K_y r_z - K_z r_y) \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

~ примерно похоже на (8.1)

$$\vec{M} = \sum_n (n_0 \vec{r} \vec{r})_{nn}$$

$$\vec{M} = M_x \vec{i}_0 + M_y \vec{j}_0 + M_z \vec{k}_0$$

$$\begin{cases} M_x = -\mu_B n_0 (\vec{r}_{z1} + \vec{r}_{1z}) \\ M_y = \mu_B n_0 (\vec{r}_{z1} - \vec{r}_{1z}) \\ M_z = \mu_B n_0 (\vec{r}_{11} - \vec{r}_{22}) \end{cases}$$

Ур-я Блоха:

$$\hbar = \frac{e}{mc}$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma [\vec{M} \times \vec{K}] - \frac{M_x \vec{i}_0 + M_y \vec{j}_0}{T_2} + \frac{M_z - M_z^{(0)}}{T_1} \vec{k}_0 \quad (9.1)$$

можно сопоставить с 8.8.

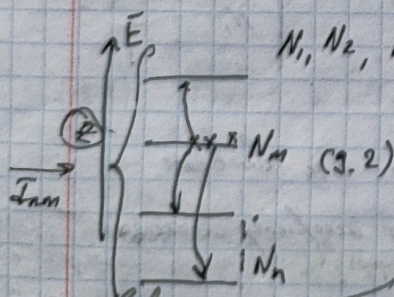
T_1 - продольное в. время.
 T_2 - поперечное в. время.

$$\vec{M} \vec{H} \Leftrightarrow \vec{r} \vec{E}$$

Кинетические ур-я для населенностей

N_1, N_2, N_i

Нерезонансное рассеяние только уровня
увеличивает число переходов, но не влияет на ур-е.
Рассуждения построить кинетику:



$$\frac{dN_m}{dt} = \sum_{n \neq m} P_{n \rightarrow m} - N_m - N_m \cdot \sum_{n \neq m} P_{m \rightarrow n} \quad \text{обобщенное ур-е}$$

$$P_{n \rightarrow m} = A_{nm} + g_{nm} \cdot B_{nm} + W_{nm} \quad (9.3)$$

вер-ти переходов между уровнями

$$g_{nm}(\omega) = \frac{Im(\omega)}{c} F(\omega) \quad (4.3)$$

$$A_{nm} = B_{nm} \cdot \frac{\hbar \omega^2}{8\pi c^2} \quad (9.4a)$$

$$B_{nm} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |N_{nm}|^2 \quad (9.4b)$$

вероятность безызлучательного релаксационного процесса
~ мощность излучения
ного поля
~ связь между коэф-тами Эйнштейна

всех вер-тй имеет одинаковое значение.

Греть (2) уравнения $\rightarrow$ по линейности - незав. можно писать уравнения $\frac{z-1}{2}$

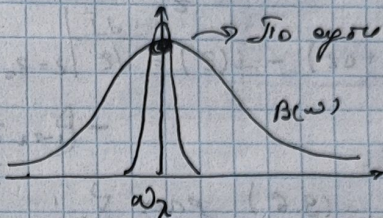
$$\sum_{n=0}^3 N_n = \text{соед.} = N_0$$

общее число атомов сохраняется
~~число не~~ ~~пропорционал.~~ (9.5)

$(9.2) + (9.5) - \text{полная система уравн.}$

Стационарность (ген-век. сост. / равновесие) : $\frac{d}{dt} = 0$

$\rho_{mn}(\omega) B_{mn}(\omega) \cdot F(\omega)$
 Будет отриц. и частотными характеристиками.
 ↑
 Выход
 По оси есть отриц. значения.
 $B(\omega)$



III. Взаимодействие 2-уровней сферы
с резонасными ЭМП.

1. Свешня Ваннорейбовая

Илл II: $\sum_{\lambda} n_{\lambda}$ число фазонов

Космический полет на космическом корабле у человека: нагрузка [ВТ] М

численность бактерий $\left[\frac{\text{шт}}{\text{см}^2} \right]$ I

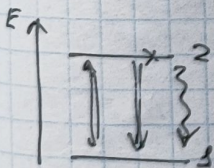
Спектр. плотность $[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{Гц}}]$ $\frac{1}{\Delta f}$

Средн. яркость: $\left[\frac{\sigma}{\text{см}^2 \cdot \text{г.} \cdot \text{ср.}} \right] T_2$
по яркость в до. гектара.

Вместо числа пробоков можно
исп. - 76 374 параметрия ←
упрощения.
Матрица может быть

Записано через сферическую дробь
вероятности переходов.

$$(8.4) \quad \eta_2 \rightarrow \tilde{I}_2(\omega, \lambda)$$



$$P_{2 \rightarrow 3} = \frac{r^2 \omega^2}{\hbar^2 c} g_i f(\omega) |\vec{e}_2 \cdot \vec{J}_2|^2 \cdot \mathcal{I}_2(\omega, \nu) + \text{cross-terms?}$$

$$A_{1 \rightarrow a} = \frac{4\pi^2}{h^3 c} g_2 F(\omega) |\vec{e}_2 \cdot \vec{e}_{21}|^2 \cdot J_1(\omega, \mu) = \text{power}$$

Пусть $g_1 = g_2 = 1$, g — крестовость выпукл. уровня $\sim$ вогнутая масса

$$T_{\text{avg.}} = \frac{P_{\text{avg.}}}{T_2(\omega, R)} \quad \text{---} \quad \omega$$

$$\downarrow \text{полюс} \quad \text{def} \quad \frac{P_2 - z}{z - \bar{z} / \bar{w}}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \tau_{\text{Lagn}} &= \frac{4\pi^2}{h} e \omega f(\omega) |\vec{e}_2 \cdot \vec{d}_{12}|^2 \quad [100^\circ] \\ \tau_{\text{Lagn}} &= \frac{4\pi^2}{h} e \omega f(\omega) |\vec{e}_2 \cdot \vec{d}_{11}|^2 \quad (9,6^\circ) \end{aligned}$$

$$Z_{\text{max}} = \frac{45^\circ}{60^\circ} \omega F(\omega) |e_n| \cdot |d_{21}|$$

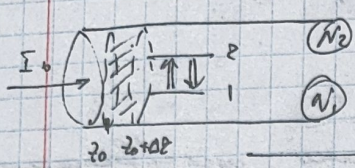
Канцлер:

$V_{\text{trap}} \sim 5 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^3$
 $V_{\text{gr}} \sim 2 \cdot 10^{-20} \text{ cell}^3$

[illegible]

2. Ур-е переноса излучения в среде.
 Коэф-т усиления
 или
 коэффициент усиления

Если среда с единичным коэффициентом преломления $n=1$, пренебр. потерями.



На входе I_0 , хотим найти $I(z) = ?$
 Результирующее воздействие

и пусть $n_1 = n_2 = 1$

$$I(z+\Delta z) - I(z) = \frac{dI}{dz} \Delta z = P_{2 \rightarrow 1} \hbar \omega_{21} \cdot N_2 \cdot \Delta z - P_{1 \rightarrow 2} \hbar \omega_{21} \cdot N_1 \cdot \Delta z$$

по симметрии все
хорошо

и из (3.6) получим

Если пренебр. спонт. излучением $\Gamma_{sp} = 0$

$$\frac{dI}{dz} \Delta z = I(z+\Delta z) - I(z) = \Gamma_{21} \cdot I \cdot N_2 \Delta z - \Gamma_{12} \cdot I \cdot N_1 \Delta z$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{dz} = \Gamma_{21} I (N_2 - N_1) = \Gamma_{21} I \Delta N$$

Ур-е переноса излучения

$$(3.8) \quad I(z) = I_0 \exp\{\Gamma_{21} \Delta N \cdot z\} = I_0 e^{\Gamma_{21} \Delta N z}$$

- з-к Бунда

$\Delta N \approx 5\%$

Коэф-т усиления: $g(\omega) = \frac{1}{I} \frac{dI}{dz} = \Gamma_{21} \Delta N$ (3.9) [см⁻¹]

нормированный коэф-т усиления

нормированный коэф-т потерь: $\kappa(\omega) = \Gamma_{12} \Delta N$ [см⁻¹]

Более правильно, если в формулах.

Коэф-т усиления: $K_{up} = \frac{I(z=L)}{I(z=0)}$ но не применялся в задачах.

Коэффициент: C_r

$$\gamma = 2 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$$

$$\Delta N \sim 5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$$

$$\Rightarrow g_{уд} \sim 10^{-2} \text{ см}^{-1}$$

Среднее сечение $g(\omega) = \Gamma_{21}(\omega) (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1)$

Коэф. Больцмановского распределения:

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$$

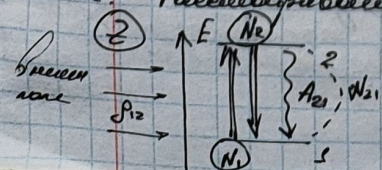
В равнов. свет. $\Delta N < 0 \rightarrow$ поглощение света

Равновесная среда в условиях резонансного взаимодействия с внешним светом всегда поглощает ($g < 0$). Если среда усиливается, то $\Delta N > 0 \sim$ инвертированное состояние, среда $\rightarrow$ приобретает свойства лазера.

Кинетич. модель

Рассмотрим двухуровневую среду, уровень N_2 возбужден. Если пренебр. спонт. излучением, то переходы по вер-ти $N_2 \rightarrow N_1$ являются обратными. Если же учесть спонт. излучение, то переходы по вер-ти $N_2 \rightarrow N_1$ являются прямыми.

В.И. Зв.2



$$\begin{cases} \frac{dN_2}{dt} = \rho_{12} B_{12} \cdot N_1 - (\rho_{12} B_{12} + A_{21}) N_2 \\ \frac{dN_1}{dt} = (\rho_{12} B_{12} + A_{21}) N_2 - \rho_{12} B_{12} N_1 = -\frac{dN_2}{dt} \end{cases}$$

Равновесное состояние: (стационарный)

т.к. незав. ур-ий 2-х, а
у нас всего 2 уравнения

$$0 = \rho_{12} B_{12} N_1 - (\rho_{12} B_{12} + A_{21}) N_2$$

$$N_1 + N_2 = N_0$$

$$N_1 = \frac{A_{21} + \rho_{12} B_{12}}{A_{21} + 2\rho_{12} B_{12}} N_0, \quad N_2 = \frac{\rho_{12} B_{12}}{A_{21} + 2\rho_{12} B_{12}} N_0$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = -\frac{1}{1 + 2\rho_{12} B_{12} \chi_{en}} N_0 \quad (10.2) \Rightarrow \Delta N < 0$$

Если величина отрицательно, усиление

$g = \chi \Delta N < 0 \rightarrow$ усиления не будет $\rightarrow$ будет поглощение

$$\alpha = \chi_{en} \Delta N$$

Как описать взаимодействие? Решение из (8.8) и (9.9) $\rightarrow$ диф-ое ур-е. Решение в силках, фазы введем.

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{2}{T_2} \dot{\vec{r}} + (\omega^2 + \frac{1}{T_2^2}) \vec{r} = f(t)$$

последнее - то сила, действующая на атом.

Можно решить методом Век-гер-Поля

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = \vec{r}_0 e^{i\omega t}$$

поле

атом

$$\rho_p = \frac{|d_{21} E|}{\hbar}$$

и частота поля

интервал от 0 до 1 равен 0.5

$$\Delta N_{st} = -N_0 \frac{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{1}{T_2^2}}{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{1}{T_2^2} + \left(\frac{|d_{21} E_0|}{\hbar}\right)^2 \frac{T_1}{T_2}}$$

~ пороговый контур. (10.3)

стационарный

$$\vec{r}_{st}(\omega) = \frac{d_{21} (\vec{d}_{21} \vec{E}_0) N_0}{\hbar} \cdot \frac{(\omega_{21} - \omega) \cos \omega t + i \frac{1}{T_2} \sin \omega t}{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{1}{T_2^2} + \left(\frac{|d_{21} E_0|}{\hbar}\right)^2 \frac{T_1}{T_2}} \quad (10.3) \theta$$

поляризация

$$\Delta N_{st}(\omega) = -N_0 \frac{(\omega - \omega_{21})^2 T_2^2 + 1}{1 + (\omega - \omega_{21})^2 T_2^2 + \rho_p^2 T_2} \quad (10.3a)$$

ρ_p - плотность Рэби - плотность в макс. состоянии между уровнями. или энерг. хар-ка внешнего поля. (визу. расстояние от поля.)

χ - коэффициент восприимчивости среды;

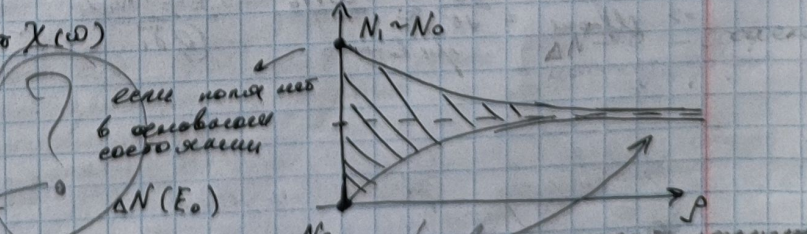
$$\vec{P} = \chi \vec{E}_0; \quad \epsilon = 1 + 4\pi \chi(\omega)$$

$\Rightarrow$ Нелинейность, которая проявляется $\rightarrow$ возникает и нелинейная зависимость

эффекта от интенсивности света.

Если есть эффект просветления, среда просветляется.

$\Rightarrow$ среда просветляется и интенсивность света уменьшается.



если поля нет в атомной системе

$\Delta N(E_0)$

поэтому к полю и фазе эффекта нелинейности

если $\Delta N \rightarrow 0$ то $\vec{P} \rightarrow 0$

тогда не имеет своей энергии

Мощность, поглощаемая средой при взаимодействии с резонансным полем.

Опр. е. преобразован из к.в. механики.

$$\frac{d\hat{H}}{dt} = \frac{\partial \hat{H}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{H}]$$

В квантовой операторе возмущения энергии:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{\vec{d}_{21} \cdot \vec{E}_0 \cos \omega t}{\hbar} \sim \text{оператор энергии двух уровней атомов, взаимодействующих с резонансным полем.}$$

$$\frac{d\hat{H}}{dt} = \omega \frac{\vec{d}_{21} \cdot \vec{E}_0 \sin \omega t}{\hbar}$$

Выборим по-комплексному атомов $N_0 \rightarrow$ полная мощность.

$$\frac{d(N n_{21})}{dt} = \omega \vec{d}_{21} \cdot \vec{E}_0 \sin \omega t \sim \text{усреднение по периоду колебаний поля}$$

$\vec{P} \sim$ среднее значение дип. момента $\equiv$ намагниченность

$$P_{av} = \frac{\vec{d}_{21} (\vec{d}_{21} \cdot \vec{E}_0) N_0}{\hbar} \cdot \frac{(\omega_{21} - \omega) \cos \omega t + i \frac{1}{T_2} \sin \omega t}{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{1}{T_2^2} + \left(\frac{\vec{d}_{21} \cdot \vec{E}_0}{\hbar} \right)^2 \frac{T_1}{T_2}} \equiv \frac{d\vec{U}}{dt} = \omega \vec{E}_0 (\vec{P} \sin \omega t)$$

средн. по времени

$$H = \frac{dU}{dt} = \frac{(\vec{d}_{21} E_0)^2 \omega N_0}{2 \hbar T_2} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{1}{T_2^2} + \left(\frac{\vec{d}_{21} E_0}{\hbar} \right)^2 \frac{T_1}{T_2}} \quad (10.4)$$

средн. по времени

$$\alpha = \frac{P_{av}}{E_0^2} = \frac{dU}{dt E_0^2}$$

зависит от частоты, при этом эффект насыщения

$$1) \text{ "Слабое" поле: } \rho_p^2 T_1 T_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{T_2^2} > \left(\frac{\vec{d}_{21} E_0}{\hbar} \right)^2 \frac{T_1}{T_2}$$

линейный эффект.

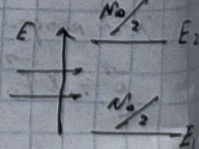
Но суть, что в знаменат. 3-я. можно пренебречь.

$$H_{lin} = \frac{dU}{dt} \approx \frac{(\vec{d}_{21} E_0)^2 \omega N_0}{2 \hbar T_2} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{1}{T_2^2}} \sim E_0^2$$

$$\Delta \omega = \frac{2}{T_2}$$

$$2) \text{ Сильное поле: } \rho_p^2 T_1 T_2 > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{T_2^2} < \left(\frac{\vec{d}_{21} E_0}{\hbar} \right)^2 \frac{T_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow H_{nonl} = \frac{dU}{dt} \approx \frac{\hbar \omega^2 N_0}{2 T_1} \sim \text{от поля не зависит}$$



Мощность поле $\rightarrow$ должна быть, чтобы ввернулась.

Рассмотрим стационарный эквивалент: N_1 - переключенное резонансное поле, N_0 - статическая возмущенность средой.

$$H_{nonl} = \int_{N(t=0)}^{N(t=\frac{2\pi}{\omega})} H dN = \frac{\omega^2 N_1^2 \chi_0}{T_2} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{1}{T_2^2} + \omega^2 N_1^2 \frac{T_1}{T_2}} \quad (10.5)$$

χ_0 - статическая магн. восприимчивость

При малом N_1 10.2:

Можно через др. $\Delta N =$

(10.6) Тогда

по формуле

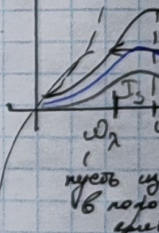
Тогда

коэф-т по

$\alpha =$

Можно

$\alpha(\omega)$



Эксперимент

Резонанс

Сигналы

$\alpha(\omega)$

ω_0

ω_1

ω_2

ω_3

ω_4

ω_5

Насыщающая интенсивность. При этом с ростом интенсивности поля эффект насыщения. $\rightarrow$ уменьш. масс. уровней. Оке почти вертикаль, прималар вертикаль, фемто-секунды, маломе спонтанного перехода $2 \rightarrow 1$

Можно преобразовать:
$$I_{нас} = \frac{\hbar \omega}{2 \tau_{12} \tau_{21} \tau_{sp}} \cdot \frac{N_0}{1 + \frac{I}{I_{нас}}} - (N_1 - N_2) = \frac{\hbar \omega N_0 \cdot B_{12} \cdot \rho_{12}}{1 + 2 \rho_{12} B_{12} \tau_{sp}}$$

Условие насыщения $\rho_{12} B_{12} \tau_{sp} \gg 1$

Можно преобразовать:
$$\Delta N = \frac{N_0}{1 + I/I_{нас}} \Rightarrow I_{нас} - \text{просто параметр, удобно ввести}$$

(10.6a)
$$I_{нас} = \frac{\hbar \omega}{2 \tau_{12} \tau_{21} \tau_{sp}} \sim \text{относится к величине!}$$

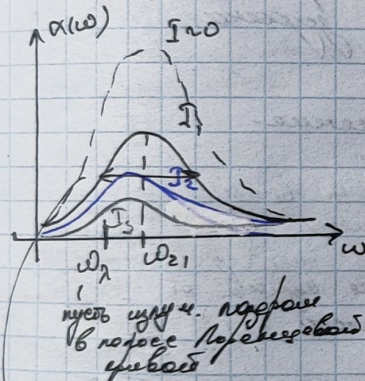
То-другое:
$$I_{нас} = \frac{c \hbar^2}{8 \pi \epsilon_0 \tau_{12}^2 \tau_{21} \tau_{sp}} \quad (10.6b)$$

Робинсон параметр, асимптотич. возм. эффект насыщения. Форм. авт. $I_{нас}$

Коэф-т усиления
$$\alpha = \frac{8 \pi}{c} \cdot \frac{N_0 \omega_{21}}{2 \hbar \tau_{21}} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{\gamma}{\tau_{21}} + \rho_{12} \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}} \quad [cm^{-1}]$$

Можно преобразовать:
$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_{нас}} \quad (10.7) \Rightarrow g = \frac{g_0}{1 + I/I_{нас}}$$

исходные, когда поля нет



Увелич. постепенно интенсивность. $0 < I_1 < I_2 < I_3$

10.11.23

$$\frac{dU}{dt} = \frac{(\omega_{21} E_0)^2 \omega N_0}{2 \hbar \tau_{21}} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_{21})^2 + \frac{\gamma}{\tau_{21}} + \left(\frac{\omega_{21} E_0}{\hbar} \right)^2 \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}}$$

Одноразное уширение

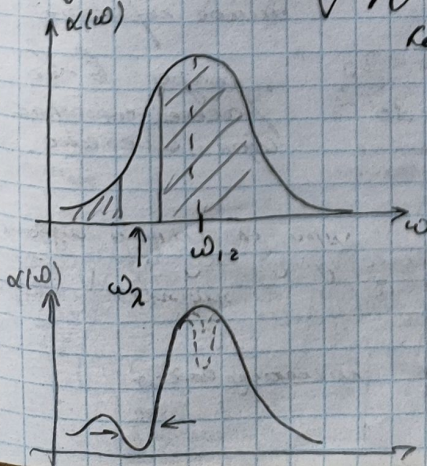
$$\Delta \omega = \frac{\gamma}{\tau_{21}} \sqrt{1 + \frac{I}{I_{нас}}}$$

Было $\Delta \omega = \frac{\gamma}{\tau_{21}}$. в принципе становится шире, но α уменьшается

Учитывая 10.6:

$$\Delta \omega = \frac{\gamma}{\tau_{21}} \sqrt{1 + \left(\frac{I E_0}{\hbar} \right)^2 \tau_{21} \tau_{sp}}$$

Ситуация с однородным уширением: для тех же условий с газом



Каждое д.р. д.р. доки и то же, но эти кривые - обратка из нескольких механизмов. А уширение взаимно только с резонансной группой атомов, обмен резонансом по сп. К внешнему полю частотный эффект $\sim$ так же и резонанс и в ф. обмена как у однородного уширения. $\rightarrow$ обобщенный провал $\leftarrow I \uparrow$ и на пике.

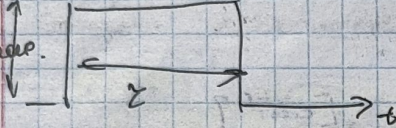
Ширина провала $\sim \frac{\gamma}{\tau_{21}}$ - каков. $\rightarrow$ величина "спектральной дыры"

Такие флуктуации могут быть связаны с пространств. коррелированностью.

Полученные соотношения, учитывая порядок возмущения атомного спектра, при котором реакция среды на внешнее воздействие описывается уравнением, принятым термодинамическим, средним или квантовым поведением всех релаксационных процессов, если время воздействия $\tau_E \gg \tau_1, \tau_2$ для слабого поля ур-я для среды линейны и воспринимается средой опр-о так же и поведение в-ва в нестационарных условиях.

17) При мощном коротком воздействии ($\tau_E < \tau_2$) возникает ряд эффектов самовозбуждающейся прозрачности, оптической кучности, вынужденного

2) Уменьшение шир. с добавлением амп.



Средняя $\frac{1}{\tau} \int_0^\tau I dt$ по 50. ч. $\rightarrow$ эффект насыщения

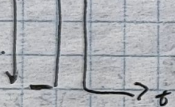
$\rightarrow$ нестационарный объект.

3) Шир. маломощной и короткой



$\tau < \tau_1, \tau_2 \rightarrow$ нестационарного, слабо нелинейная зависимость.

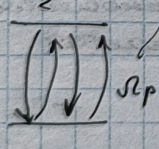
4) Короткой и мощной импульс: эффект нестационарного рассеяния



При таком походе можно пренебречь влиянием термодинамических ($\tau_1, \tau_2 \rightarrow \infty$ дурно). при $\tau_E < \tau_2$ атомы среды можно считать изолированными вращательной энергией

См. 8-2: $\vec{v}_{21}(t) = \vec{v}(0) e^{-i\omega_{21}t}$ по пути атом от термодинамического равновесия $\rightarrow$ решение $\frac{dC_m}{dt} = -\sum V_{mn} C_n e^{-i\omega_{mn}t}$

т.е. остаются только осциллирующие составляющие с частотой ω_{21}

$\vec{E}_0 \rightarrow$  $|C_2|^2 = \left[\frac{\rho_p}{\rho_0} \sin\left(\frac{\omega_0 t}{2}\right) \right]^2$

где $\rho_0^2 = \rho_p^2 + (\omega - \omega_0)^2$

время преобразования в на другой уровень $\rho_0 \approx \rho_p$ при малом расстройке

$\gamma_p = \frac{\pi}{\rho_p} = \frac{\pi \hbar}{\rho_p E_0}$ $\frac{\rho_p \gamma_p}{2} = \frac{\pi}{2}$

$\sin^2\left(\frac{\rho_p t}{2}\right)$

при малой E_0 : $\gamma_p < \tau_2$, когда в-во рассеивает как упор. среда. $\sim 10^{-12}$ мод. такие нелинейности

Оценка примерно: из атомов можно получить

$E_0 \geq \frac{\hbar}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$

$E_0 \geq \frac{\hbar}{\sqrt{\tau_2}}$ когерентное.

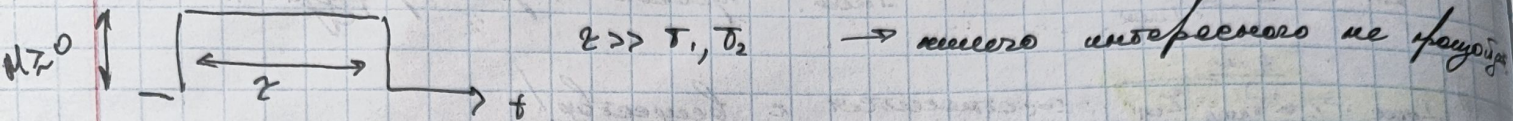
из эффекта качения.

$\Rightarrow$ При длительном воздействии поле уже мощности достаточно привести к вынужденной инверсии.

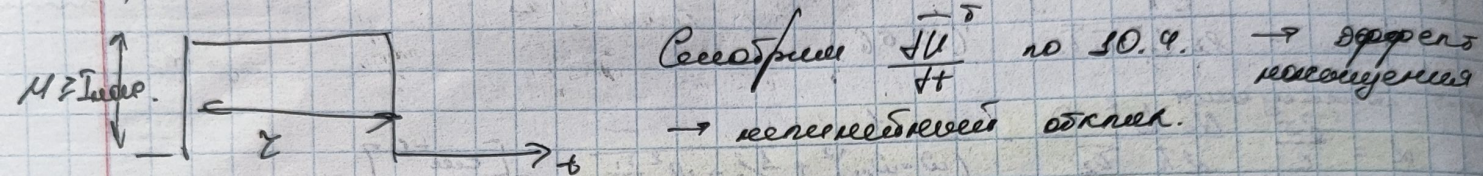
Какие эффекты? Рассчитаем мощность поглощения средой.

вводится в двухуровневых средах.

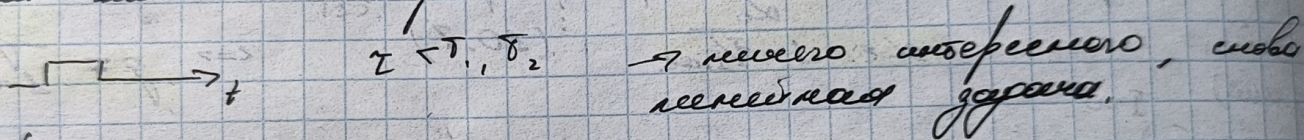
1) М.Д. осевое электрическое излучение



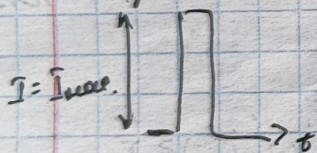
2) Плоскостное изл. с боковым изл.



3) Плоск. излучение и короткий



4) Короткий и осевое излучение: эффект интересного рассеяния



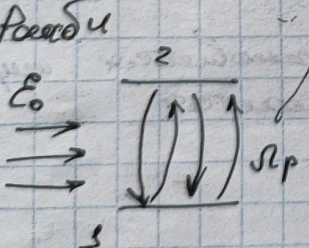
См. 8.2:

При таком подходе можно пренебречь влиянием термальных ($T_1, T_2 \rightarrow \infty$ дурно) при $\tau \ll T_2$ атомов фери можно считать изолированными в собственном состоянии по пути атомов в термальной среде.

$$\hat{V}_{21}(t) = \hat{V}(0) e^{i\omega_{21}t} \begin{cases} -t & \text{if } t < \tau \\ 0 & \text{if } t > \tau \end{cases}$$

дополнено излучение с частотой ω_{21} т.е. T_1, T_2

т.е. остается только осциллирующее состояние с частотой ω_{21}



$$|C_{12}|^2 = \left[\frac{p_r}{p_0} \sin\left(\frac{\omega_0 t}{2}\right) \right]^2$$

где $p_0^2 = p_r^2 + (\omega - \omega_{21})^2$

$$\tau_p = \frac{\pi}{\omega_p} = \frac{\pi \hbar}{E_0}$$

$$\frac{p_r \tau_p}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin^2\left(\frac{p_r t}{2}\right)$$

при малой E_0

$$\tau_p < T_2 \sim 10^{-12} \text{ с.}$$

самое короткое

когда в-во рассеивается как упл. свет.

Оценка примерно: из атомов можно получить:

$$I \sim \frac{1}{\text{см}^2}$$

мощ. такие незначительны

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{2} \omega \epsilon_0 P_{\sin}(t) = \frac{1}{2} \hbar \omega N_0 \left(\frac{\epsilon_0}{\hbar} \right) \sin \omega_p t$$

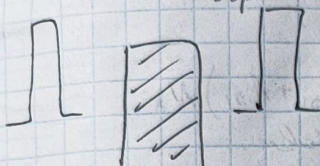
при условии $\Sigma_E \ll \tau_1, \tau_2$

интенсивная поляризация в среде
сварачуриной компонента, влияю. на фазу ω_p от нуля
Доп. энергии погл. энергии $\rightarrow$ дисперсия: Σ_E - дисп. по дейст. поля

$$\Delta U = \int_0^{\Sigma_E} \frac{dU}{dt} dt = \hbar \omega N_0 \sin^2 \left(\frac{\omega_p \Sigma_E}{2} \right) \rightarrow \text{все зависит от длительности импульса}$$

небольшая энергия дисперсия

$\Sigma_E = \hbar \omega_p \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow$ потерянный импульс преобразуется без импульса
~ симметризованный "прозрачный"



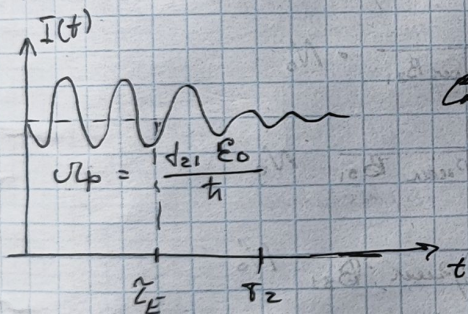
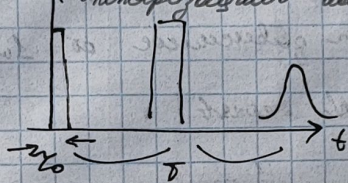
SFe
BCB3

1) потерянный импульс попадает в волн, возникает
2) вторая "прозрачная" среда не повернула
 $\rightarrow$ через "прозрачную" среду. сохр. импульса
она не фразакция.

* Явление спонтанной ионизации - природное явление. Явление спонтанной ионизации в-ва, вызываемой спонтанным увеличением уровня "спонтанной" энергии в нестат. системе

Э. Хан - "фотохимическое эхо"

Диссе - коллективное сверхизлучение.

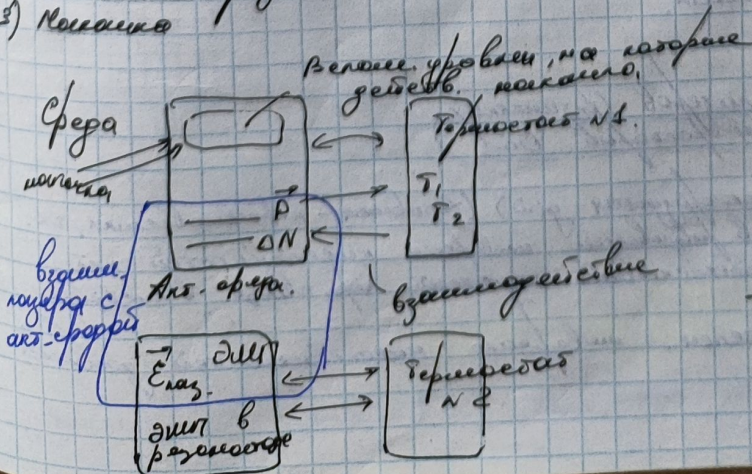


Сигнал осцилл. : знаем $\epsilon_0, \omega_p \rightarrow$ можем опр-ть ϵ_{21}

Резина лазера. (ОКГ)

Структура:

- 1) Активная среда $\rightarrow$ кер-ет лазер-ное усиление $g(\omega) = \gamma_{21} \cdot \Delta N$
- 2) Оптический резонатор
- 3) Поканка



N_2 $N_2 < N_1$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$

N_1

$2=2$ ~ не дост. уровней, чтобы существовала инверсия в среде.

Схема:

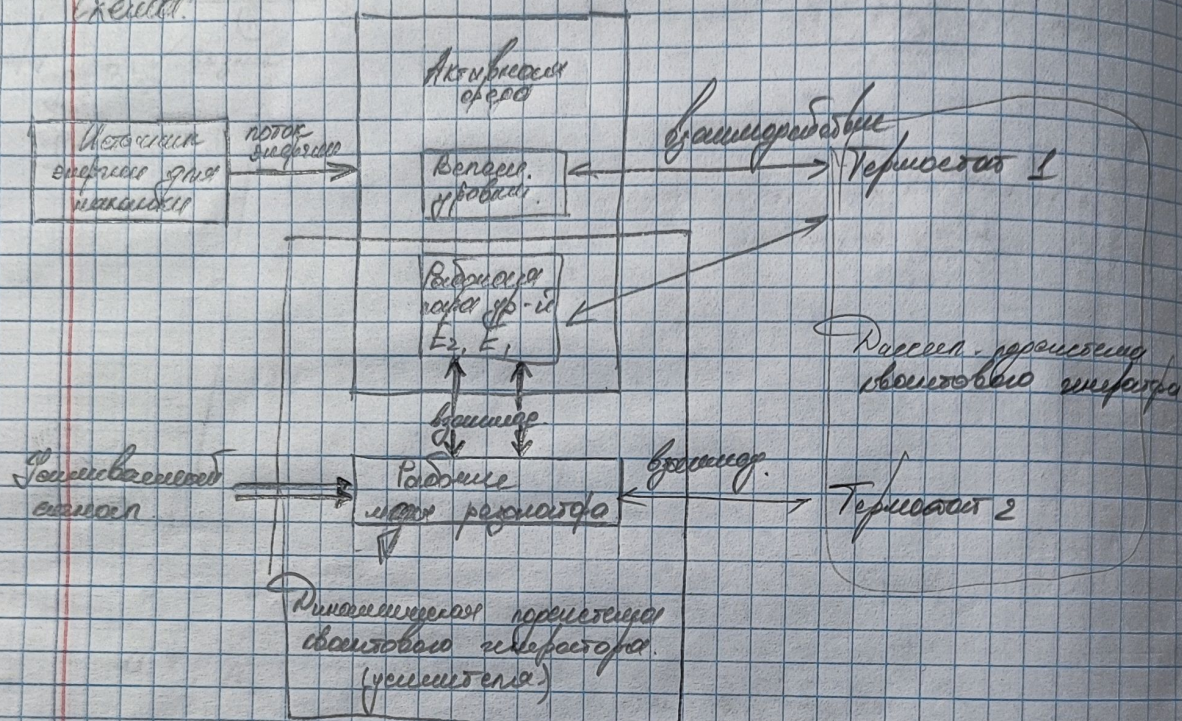
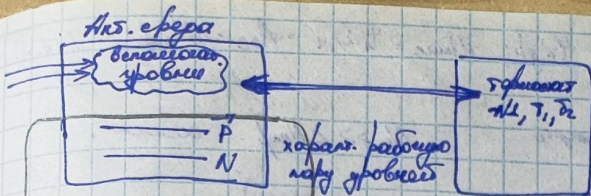
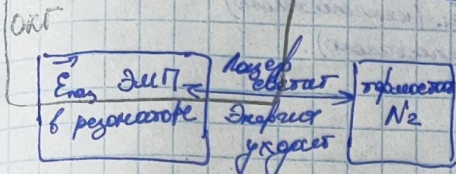
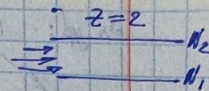


Схема лазеров (резонансных) квантовых инверторов ОКД

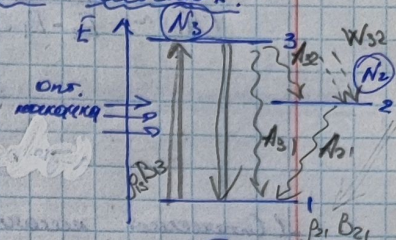
1. Активная среда $\rightarrow$ характеристическая $\rho(\omega)$ (находящаяся - неравновесная, т.е. в равновесии инверсия населенностей нет)
2. Оптический резонатор $\rightarrow$ обеспечивается поддерж. др. своих в системе
3. Световая накачка $\rightarrow$ обеспеч. инверсию населенностей уровней



мы рассматривали, что при воздействии резонансного ЭМП на 2х ур. е. ΔN все равно $\rightarrow 0$.



Создание инверсии в 3-х, 4-х уровнях системы.



ω_{21} - рабочая частота лазера;
 $\rho_{21} B_{21}$ - уже когда лазер начнет накачиваться
 W_{21} - перебр. само (спонт. переход); $\rho_{13} \approx \rho_{31}$.

Вращающаяся рамка - угол с большим бер-толом, т.е. $\theta \approx 10^{-12}$ (для накачки).

$$\frac{dN_3}{dt} = \rho_{31} B_{13} N_1 - (A_{32} + W_{32} + \rho_{31} B_{31} + A_{31}) N_3$$

$$\frac{dN_2}{dt} = (A_{32} + W_{32}) N_3 - P_{21} N_2$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \dots - \text{завис. по опр. и } \frac{dN_{2,3}}{dt}$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = N_0 = \text{const}$$

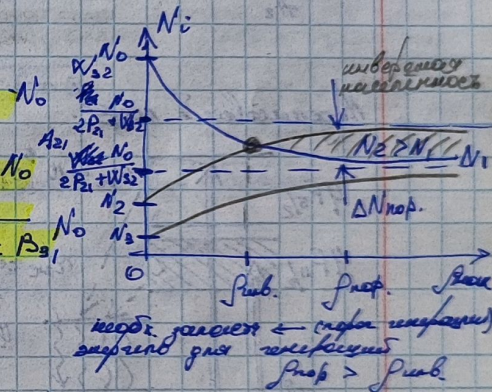
Сразу рассмотрим:

Значительно упрощаем

$$N_1 = \frac{P_{21} (A_{31} + W_{32} + \rho_{31} B_{13})}{P_{21} (W_{32} + A_{31}) + (2P_{21} + W_{32}) \rho_{31} B_{31}}$$

$$N_2 = \frac{W_{32} \rho_{31} B_{13}}{P_{21} (W_{32} + A_{31}) + (2P_{21} + W_{32}) \rho_{31} B_{31}}$$

$$N_3 = \frac{P_{21} \rho_{31} B_{13}}{P_{21} (W_{32} + A_{31}) + (2P_{21} + W_{32}) \rho_{31} B_{31}}$$



$$N_2 - N_1 > 0 : W_{32} > A_{21} \quad (11.5a)$$

N_2 - метастабильный уровень. (12.1a) не выполняется $\Rightarrow$ инв. быть не может.

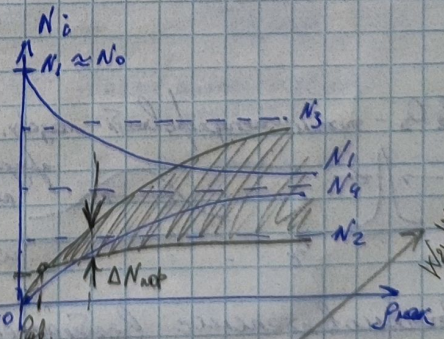
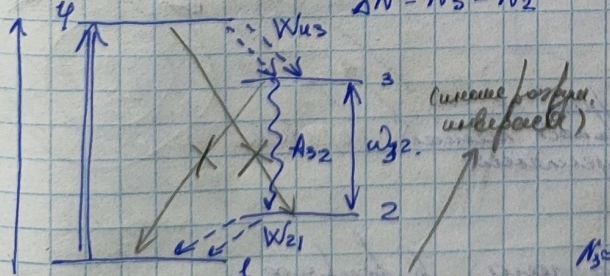
$N_1, N_3 \rightarrow$ инверсия как в 2х ур. системе (вер-то а инвертируем $\Rightarrow N_2$ не увеличивается)

$$\Delta N \approx \frac{\rho_{31} B_{13} T_1 - 1}{\rho_{31} B_{13} T_1 + 1} N_0 \quad (12.2a)$$

$$\Delta N = \frac{\Delta N_{\text{пор.}}}{1 + \frac{1}{\rho_{31} B_{13}}} \quad (10.6)$$

из левых ур-ов (из правых ур-ов)

$$\Delta N = N_3 - N_2$$



Условие генерации:

$$W_{21} W_{43} > P_{43} (P_{31} + P_{32}) + P_{32} W_{43} \quad (12.15)$$

$$\Delta N_{32} \approx N_0 \frac{\rho_{31} B_{14} (W_{21} - A_{32})}{\rho_{31} B_{14} (W_{21} + 2A_{32}) + W_{43} A_{32}} \quad (12.2d)$$

$\rho_{31} \rightarrow 0 \Rightarrow$ инверсия ΔN ; $\rho_{31} \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta N \rightarrow N_0$

3-й ур. $\Delta n_{\text{ак}} = n_{\text{ак}} \cdot \Delta t_{21} (2 + \dots)$ инверсия "каспового" слоя. упрощения 3-й ур. уровень переинвертируется высшее излучательное No $\gg \Delta n_{\text{пор}}$ должно.

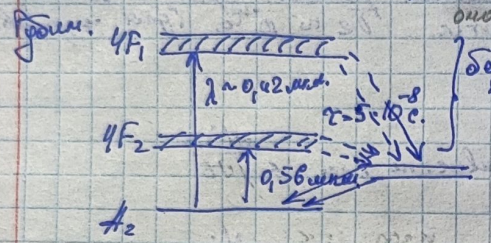
1-й уровень по 2 3-й уровень и т.д. $\Rightarrow W_{21}$ (неизменяемо)

$E_2 - E_1 \approx kT$ (иначе как в 3-м ур. $\Rightarrow$ неизменяемо).

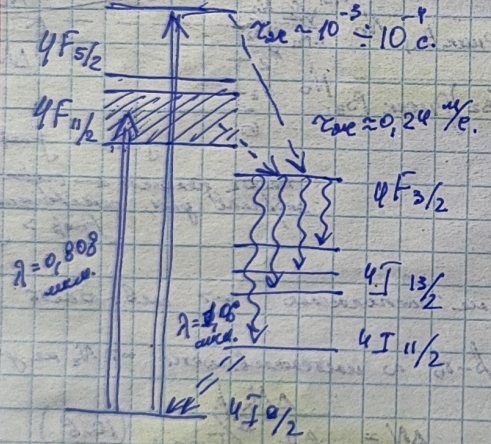
$KFD \sim \frac{E_2 - E_1}{E_4 - E_1} \rightarrow$ выбор накала $< 1 \Rightarrow$ неэф. $\Rightarrow$ неэф.

Фракционные методы создания инвертированных сред

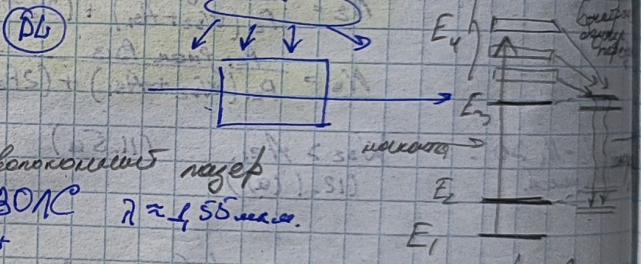
1. Оптическая накачка (3-й ур. N_3 , E_3 , переинверсия, накачка на 3-й ур. E_3). Параметры накачки: $\lambda \sim 0,42 \mu\text{м}$, $\tau \sim 5 \cdot 10^{-8}$ с. Оно сопровождается активными возмущениями, перепадами в возбужденной среде. Накачка за счет Xe, Hg или инертных паров - вольфрама. Широкий спектр $\Rightarrow$ только небольшая часть идет на инверсию, много энергии тратится вхолостую. Решение: накачка работает в импульсном режиме $\Rightarrow$ мощности $\sim 1 \text{ кВт}$.



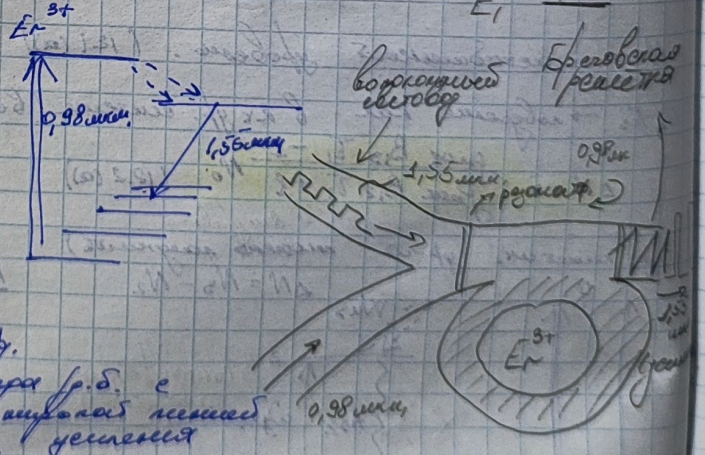
Нормальный лазер



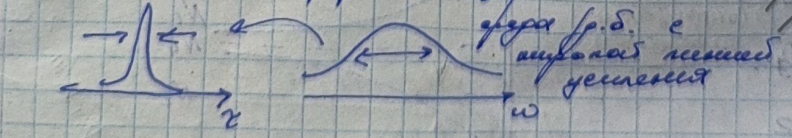
Нормальный лазер (и.д. накачка брэндо кристалла)



Волновое число ВОЛС



2. Волновое возбуждение газа в вакууме



2. Волновое возбуждение газа в вакууме

He-Ne; Ar⁺; He-Ne

1) $\text{He} + e^- \rightarrow \text{He}^* + e^-$ (UV) возб. елект.

2) $\text{He}^* + \text{Ne} \rightarrow \text{He} + \text{Ne}^* + \Delta E$ перенос

В газе не происходит возбуждения (3-й ур. N_3) возбуждения накачки $\Delta p \Rightarrow$ рел. уменьшение $92 \div 0,8 \text{ тор. (минимум)}$

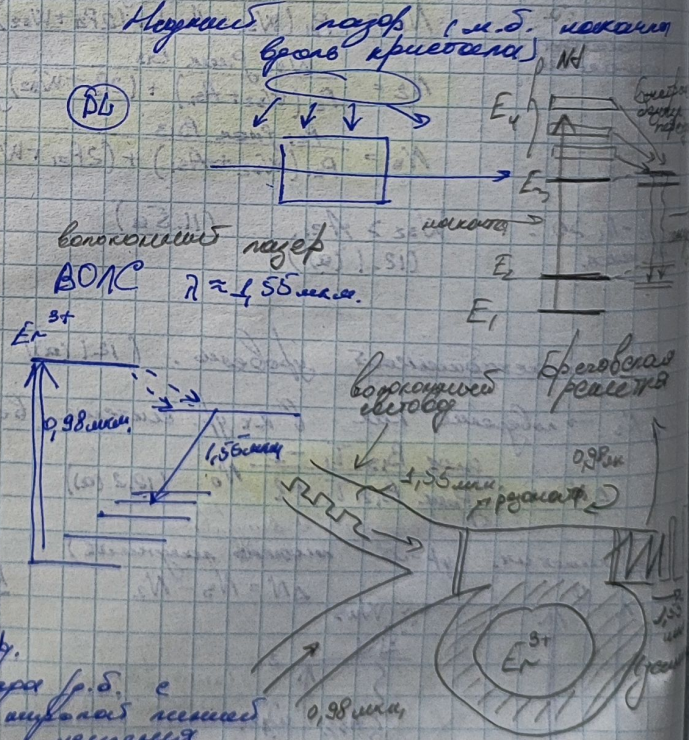
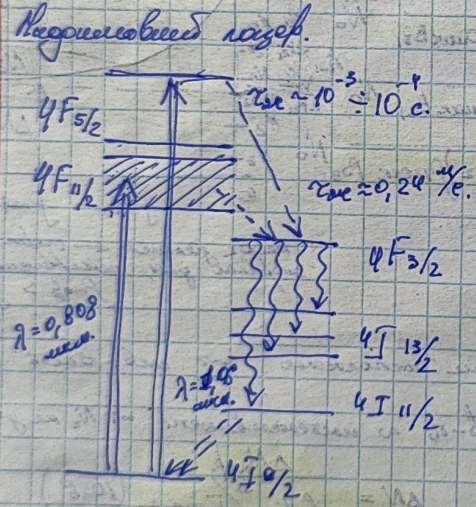
3-й ур: $\Delta I_{\text{max}} = \hbar \omega_{12} \cdot A_{21} \left(\frac{N_0}{2} + \Delta N_{\text{пр}} \right)$
 4-й ур: $\Delta I_{\text{max}} = \hbar \omega_{14} \cdot A_{32} \cdot \Delta N_{\text{пр}}$
 1-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 2-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 3-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 4-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$

1-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 2-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 3-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 4-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$

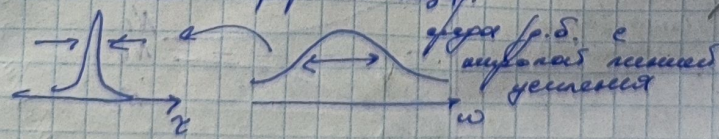
$E_2 - E_1 \approx \kappa \gamma$ (малое, как в 3-м ур. $\Rightarrow$ нежелательно).
 $\kappa \gamma \sim \frac{E_3 - E_2}{E_4 - E_1} \rightarrow$ вынужденно
 $< 1 \Rightarrow$ нежелательно.

Пространственные моды: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 1-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 2-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 3-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 4-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$

1-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 2-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 3-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 4-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$

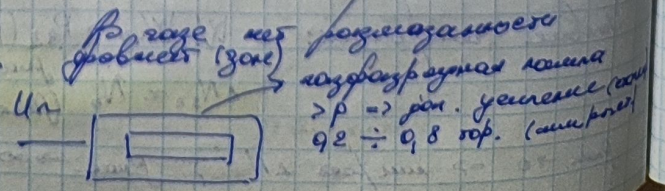
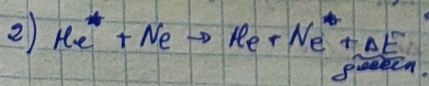
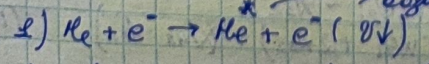


2-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 3-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$
 4-й уровень: $\Delta I_{\text{пр}} \approx 0$



2. Столкновительное возбуждение газа в разряде

He-Ne; Ar⁺; He-Ce



24.11.23

Оптические резонаторы.

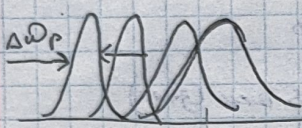
Приборы СВЧ диапазона $L \sim \lambda_{\text{волн}}$ $\rightarrow$ в оптике такое сделать сложно
 длина (размер) резонатора $\sim 5 \text{ см}$.

Оптим. диал: $L \gg \lambda_{\text{опт}}$

Эл-т. сост-ий из колеблющихся: в V $\rightarrow$ моды резонатора будут считаться стоячими волнами. Удобно использовать уравнение Максвелла и $\nabla^2 E = -\epsilon \Delta \phi$ на стоячей волне резонатора.

(4.2) $\rho_{\lambda} \sim \frac{L^3}{8\pi^3} \cdot \frac{\omega^2}{c^3} d\omega d\Omega \sim \omega^2$

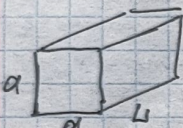
Допущения элект-стат. поля: $\rho_{\lambda} \sim \frac{Q}{\sqrt{2\pi\epsilon\omega}}$ $\Rightarrow Q = \frac{Q}{\delta} \sim \sqrt{\omega}$ $\rho_{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2\omega\epsilon}}$



$Q = \frac{\omega}{\Delta\omega} \Rightarrow \Delta\omega \sim \sqrt{\omega}$

ширина моды
 Когда-то моды имели ширину $\Rightarrow$ ширина моды будет расти $\rightarrow$ моды перекрываются

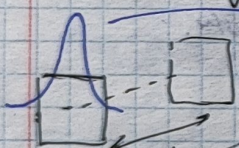
$\Rightarrow$ Пропадает спектральная избирательность.



$\rightarrow$ С ростом частоты все моды перекрываются

$\Rightarrow$ Для решения зап-т открытое, конфигурация резонаторов $\rightarrow$ 2 зеркала облучиваемых.

Если сделаем "открытый" резонатор $\rightarrow$ перемещается. Увеличивается добротность



Если поле поперечное распространяется не сильно.

каждый "вызывающий" мод

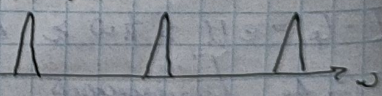
$K = \frac{N_{\text{отр.}}}{N_{\text{з}}} \sim \frac{a^2}{8L^2(1-R)^2}$

Резонатор имеет способность накапливать энергию. Коэффициент добротности K характеризует способность резонатора накапливать энергию. R - коэф-т отражения по мощности.

$K \sim 10^{-3}$ $\sim$ вакуумные лампы
 $K \sim 10^{-6}$ $\sim$ твердотельные лампы

Моды не широкими, не перекрываются

Поле в открытом резонаторе:

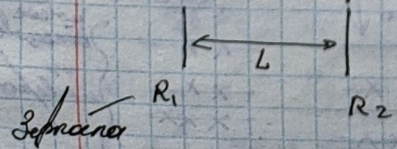


(13.1) $\vec{E}_{\lambda}(r, t) = E_{\lambda}(t) \cdot \vec{a}_{\lambda}(\vec{r}) \cdot \exp(i\omega_{\lambda}t - \frac{t}{2\tau_{\text{ф}}})$

коэф. моды $\rightarrow$ собств. решение для резонатора (зависит от конфигурации)

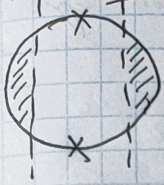
$\tau_{\text{ф}}$ - время жизни фотона в резонаторе. Соответствует скорости распространения волны в резонаторе и определяет уровень оптических потерь в моды с полем.

1. Резонатор Фабри-Перо.

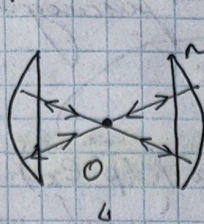


2. Сферический
 3. Конфокальный
 4. Составной
 5. Двухлучевой
 6. Резонатор
 $\tau_{\text{ф}}$
 $\Delta\omega$
 $\Delta\omega_{\text{фр}}$
 Число
 Сумма
 Поле
 Состоит
 (13.3) $\Delta\omega$

2. Сферический резонатор.
отрезали



=>

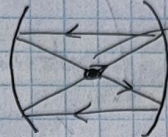


~ кривизна зеркала.

$$L = 2R_{крив.}$$

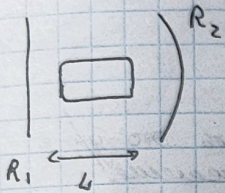
3. Конфокальный резонатор.

Если зеркала сближать до $L = r$



$$F_1 = F_2$$

4. Составной резонатор - одно плоское, другое сферич.



$$0 < R < L$$

5. Дифракционный резонатор - зеркало заменяется дифракционной решеткой.

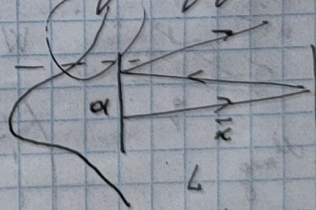


6. Круговой резонатор и много других.

$$\Sigma p \sim \alpha p$$

α_0 - внутренние потери
 $\alpha_{дифр.}$ - дифракц. потери.

- Если волн. вектор имеет угол α к нормали, то часть энергии уходит из резонатора.



$$\alpha \uparrow \rightarrow \alpha_{дифр.} \downarrow$$

$$L \uparrow \rightarrow \alpha_{дифр.} \uparrow$$

Число Френеля: $N_{фр} = \left(\frac{a^2}{\lambda L} \right)^{-1} \sim \alpha_{дифр.}$

Суммарные потери:

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_0 + \alpha_{дифр.} + \alpha_{изл.}$$

$\alpha_{изл.} \neq 0$ (мощность изл. л.)

Потери теперь не сбалансированы. В резонаторе есть потери $\rightarrow \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}$.
Состав. волновое ур-е: (2.2) $\nabla^2 \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$$(13.3) \quad \vec{\Delta} \vec{E}(r, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi k}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi \chi}{c^2} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t^2}$$

- поляризация среды

$$\vec{P} = \hat{\epsilon}_{мед} \vec{E} = \hat{\epsilon}_{мед} \vec{E}$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\lambda} \vec{E}_{\lambda}(t) \vec{a}_{\lambda}(\vec{r})$$

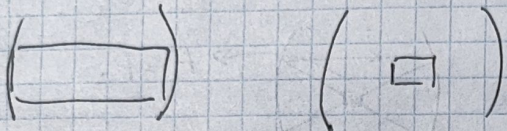
→ проецируем. тогда с учетом $\vec{r}$ держим
→ рассматриваем по собств. мод.

В итоге получим из 13.3:

$$(13.4) \quad \ddot{\vec{E}}_{\lambda} + \frac{\omega_{\lambda}}{Q_{\lambda}} \dot{\vec{E}}_{\lambda} + \omega_{\lambda}^2 \vec{E}_{\lambda} = -4\pi \chi(\vec{r}) \ddot{\vec{E}}_{\lambda}$$

вектор поляризации моды

фактор заполнения резонатора.



критерий или полностью активное в-во в резонаторе → безрезонатор. без резонатора.

Пространственная часть:

$$\Delta \vec{a}_{\lambda}(\vec{r}) + k_{\lambda}^2 \vec{a}_{\lambda}(\vec{r}) = 0$$

Если $\alpha < L$ можно решить это ур-е в параллельном приближении.

$$a_{\lambda}(\vec{r}) \approx a_{\lambda}(r_{\perp}, z) e^{ik_{\lambda} z}$$

$$k_z \gg k_{\perp}$$

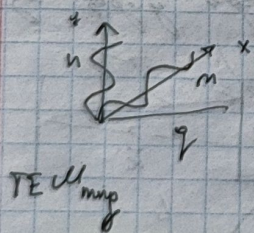
$$\Rightarrow k_{\lambda}^2 = \frac{\omega_{\lambda}^2}{c^2} \left(1 - i \frac{4\pi\chi}{\omega_{\lambda}} \right); \quad k_{\lambda} = k_1 + i k_2$$

$$\Delta_{\perp} a_{\lambda}^{(0)} + \frac{\partial a_{\lambda}^{(0)}}{\partial z} 2ik_2 = 0$$

$$a_{\lambda}^{(0)}(r, z) = \frac{\text{const}}{\sqrt{2k_{\lambda}(z-z_0)}} e^{-i \frac{k_{\lambda} r^2}{2(z-z_0)}}$$

Для конформного резонатора

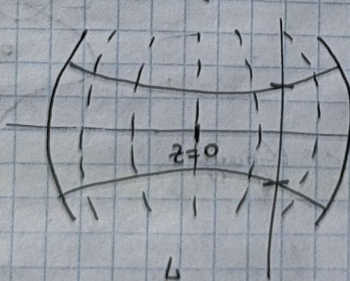
$$(13.5) \quad E(x, y, z, t) = \frac{W_0}{W} H_m \left(\frac{\sqrt{2} x}{W} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2} y}{W} \right) \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{W^2} \right) e^{i\varphi(x, y, z)} e^{i\omega_{\text{мод}} t}$$



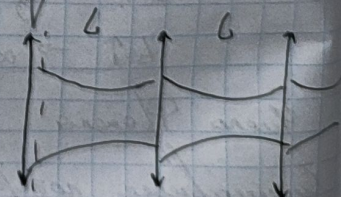
$$W^2 = W_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right)$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}$$

диаметр минимального сечения



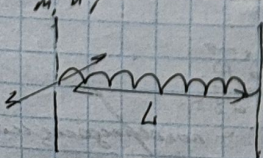
опред. ширину пучка



Можно представить как излучение волновод.

У резонатора есть собственные моды.

Р-р Гессен-Петро:



$$\omega_{\text{мод}} = \frac{\pi c}{2} \left(\frac{2q}{L} + \frac{m^2 + n^2}{q^2} \frac{L}{4a^2} \right)$$

$$(13.6a)$$

$$m=0, n=0, \quad n=8$$

общий резонатор.

Робастность резонатора. Эквивалентная ДМР

Спр-е:

$$Q = \omega \frac{U}{P} = \omega \frac{U}{\frac{1}{2} \frac{dU}{dt}} \Rightarrow \frac{1}{Q} = - \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dt}$$

$$U(t) = U(0) e^{-\frac{\omega}{Q} t} = U(0) e^{-\frac{t}{T_p}}$$

Суммарные потери:

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_0 + \alpha_{\text{дифр}} + \alpha_{\text{изл}}$$

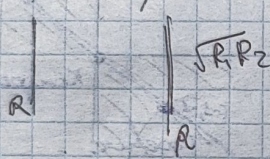
Внутр. потери в б-ве. дифракционные

$$\alpha_0 \rightarrow 0 \quad \alpha_{\text{дифр}} \rightarrow 0$$

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{25L}{\lambda} \frac{JR}{(1-R)}$$

увеличивается с увеличением $\alpha_0 = 0$ $\alpha_{\text{дифр}} = 0$

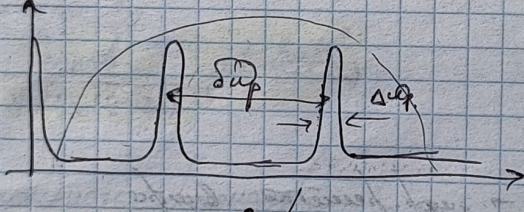
в резонаторе



$$Q = \frac{\omega}{\Delta\omega}$$

Потери в канале частотных релефов не игнорируются.

Для Р.Ф.П.



$$\Delta\omega_p = \omega_n - \omega_{n-1}$$

Вводная робастность (фактор робастности)

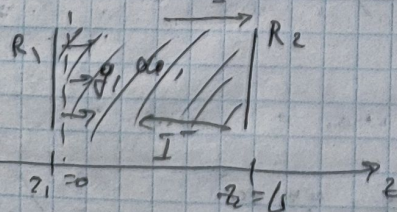
$$F = \frac{\Delta\omega_p}{\Delta\omega_r} = \frac{2JR}{1-R}$$

ср-ая канальная робастность

Для нормальной селекции $R \sim 0.9$

Свойства самовозбуждения. Порог самовозбуждения

Р-во - активная среда → генерация. Резонатор - пассивная



Увеличение времени задержки приводит к увеличению потерь. Во всех случаях с б-вом.

Более высокое

При определенных условиях самовозбуждения. С-и Бугера генерацией

$$I^+(z=L) = I_0 e^{(g-\alpha_0)L}$$

$$I^-(z=0) = I_0 e^{(g-\alpha_0)L} R_2$$

$$Q_{\text{эф}} = \frac{1}{\alpha_{\Sigma}} \frac{d\alpha_{\Sigma}}{d\omega}$$

$$\vec{I}(z=0) = \vec{I}_0 e^{2(g-\alpha_0)L} R_2$$

$$\Rightarrow \vec{I}_0 = \vec{I}^+(z=0) = R_1 R_2 e^{2(g-\alpha_0)L} \cdot \vec{I}_0$$

$\Rightarrow$ Условие возбуждения:

$$R_1 R_2 e^{2(g-\alpha_0)L} \neq 1 \quad (14.6)$$

Пороговыми функциями:

$$g_{\text{пор}} = \alpha_0 + \underbrace{\frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}_{\alpha_{\text{изл.}} \text{ (пороговое усиление излуч. для потер)}} (+ \alpha_{\text{diff}}) \quad (14.15)$$

усиление, компенсирующее все потери $\left[g_{\text{пор}} = \alpha_{\Sigma} \right] \quad (14.16)$

Сфера в реальности сплюснута:

$$\chi = \chi' + i\chi''$$

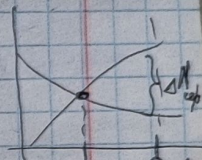
Фазовое условие для резонатора:

$$\left[e^{2i\chi} \geq 1 \right]$$

для существования собственного мод в резонаторе из уровн. Гур.

Сл. (9.9), введем сечение излучения:

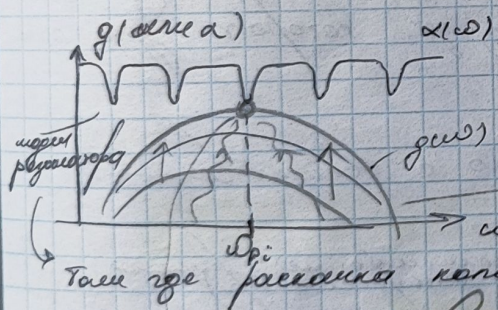
$$g_{\text{пор}}(\omega) = \alpha_{\Sigma}(\omega) \Delta N_{\text{пор}}$$



$$(14.11) \quad \frac{32^2 A_{\text{em}} F(\omega)}{\omega^2} c^3 \Delta N_{\text{пор}} = \frac{1}{\epsilon_0} = \frac{\omega}{Q} = \alpha_{\Sigma} c$$

инверсия необход. для генерации

Тро спектральный состав поля генерации.

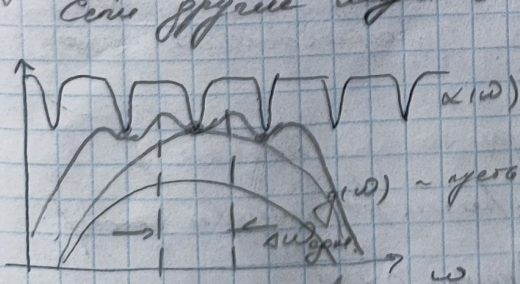


$g(\omega)$ - коэффициент усиления

линия расщепления в нек. точке касается. Это и есть условие самовозбужд.

Там где расщепление колеб. - потеря усиления.

Условие самовозбужд. $\rightarrow$ ΔN порог. $\rightarrow$ пороговое значение
Если уровень порога $\rightarrow$ порог насыщ. усиления $\rightarrow$ порог насыщ. усиления
Если другие моды и другие резонансы поля, но есть пороговое усиление.



$$\Delta \omega_{\text{др}} = \gamma_2$$

$g(\omega)$ - чем выше порог, тем больше амплитуда пер. с частотой

Критерий устр. - если порог. увелич. известно, то в $\Delta \omega_{\text{др}}$ может не зависеть от

Множественность спектров $\rightarrow$ При малом уровне усиления во вращении с частотой, частоты которых зависят от частоты потерь моды и инверсии

(14.2)
$$g_{\text{ядри}}(\omega) = g_0 \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega_{\text{ядри}}^2}\right) \left[1 + \sum_g \frac{I(\omega_g)}{I_{\text{ядр.}}(\omega - \omega_g)^2 T_2^2 + 1}\right]$$

Лазер с ядер. дип. атомов имеет спектр гораздо шире →
 пере много, но тоже ас-ся.

Спектр атомов
Много атомов генерируют

Доминирован генерация ≠ спонтанная генерация
 О ядре говорим как правило
 в 3D конденсированных.

$\omega_{\text{ядри}} \propto$ зав. от q - доплеров.

Лазер состоит: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Активная среда} \rightarrow \omega_{\text{ва}}, \Delta\omega_{\text{ва}} \\ \text{Резонатор} \rightarrow \omega_{\text{рез}}, \Delta\omega_{\text{рез}} \\ \text{Поме генерации} \rightarrow \omega_{\text{ген}}, \Delta\omega_{\text{ген}} \end{array} \right.$

если совпадут, то поматом
 что будет $\omega_{\text{ген}}$, но ка риб
 $\omega_{\text{ген}}$ и с какой шириной
 $\Delta\omega_{\text{ген}}$

Источники шума (флуктуаций) → из-за которых будет $\Delta\omega$

- 1) Тепловое шумение в резонаторе
- 2) Спонтанное излучение - возникает с вакуумом
- 3) Акустические, механические шумение

Ошибки
 в лазер.

(14.3)
$$\Delta\omega_{\text{ген}} \approx \frac{\hbar\omega_{\text{ген}}(\Delta\omega_{\text{р}})^2}{M_{\text{мат.}}(1+\chi^2)} \sim \text{ф-ла Шаврова-Тадина}$$

Учитывая только спонтанного шума $\chi = \frac{\text{Re } \chi}{\text{Im } \chi} \sim$ коэффициент отражения

Еще в (14.3) переписано параметри лазер, коэффициент $\kappa_0 - \kappa_0$

$\chi = 0,85 \text{ ц.к.}$
 $M = 10$
 $\Rightarrow \Delta\omega_{\text{ген}} = 0,2 \text{ Гц.}$

ме. шав = $4 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$ но реально $\Delta\omega \approx 800 \text{ Гц}$
 многократный вариации частоты в резонаторе лазера
 или излучением акустич. вариациями систем ринков резон.

$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$
 $\Rightarrow \frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} \sim$ т.е. м.д. акустич. колеб.
 м.д. акустич. колеб. $\lambda = 1 \text{ м.}$
 м.д. акустич. колеб. $\delta\lambda = 10^{-14} \text{ м.}$

Длина когерентности:

$$L_{\text{кор}} = \frac{c}{\Delta \omega_{\text{лин}}}$$

В импульсном режиме работы $\Delta \omega_{\text{лин}}$ определяется длительностью импульса $\Delta \omega_{\text{лин}} \sim 1/T_{\text{имп}}$

Эффект затухания сигнала: - ширина спектра сигнала

(14.4) $\omega_{\text{лин}} \propto \frac{\omega_{\text{вв}} \Delta \omega_p + \omega_p \Delta \omega_{\text{вв}}}{\Delta \omega_p + \Delta \omega_{\text{вв}}} \Rightarrow \omega_{\text{лин}} \neq \omega_{\text{вв}}$
 $\omega_{\text{лин}} \neq \omega_p$

В лазерах как правило: $\Delta \omega_{\text{вв}} \gg \Delta \omega_p$ - только в оптике!

$\Delta \omega_{\text{вв}} \ll \Delta \omega_p$ в СВЧ

$$\omega_{\text{лин}} \approx \frac{\frac{\omega_{\text{вв}}}{\Delta \omega_{\text{вв}}} + \frac{\omega_{\text{рез}}}{\Delta \omega_{\text{рез}}}}{\frac{1}{\Delta \omega_{\text{рез}}} + \frac{1}{\Delta \omega_{\text{вв}}}} \Rightarrow \omega_{\text{лин}} \approx \omega_{\text{рез}}$$

Длина когерентности лазера

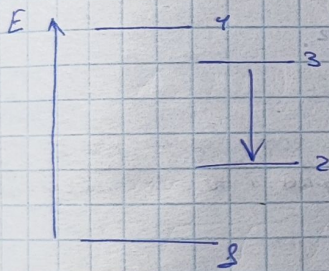
8.12.23

Записываем ур-е (8.8):

$$\begin{cases} \ddot{\vec{r}} + \frac{e}{\hbar} \vec{p} + (\omega_{12}^2 + \frac{1}{\hbar^2}) \vec{r} = - \frac{2V_{12}\omega_{12}}{\hbar} (\vec{J}_{12}, \vec{E}) \Delta N \\ \Delta \dot{N} = \frac{e}{\hbar \omega_{12}} (\vec{p} + \frac{1}{\hbar} \vec{r}) \vec{E} \hbar - \frac{1}{\tau_1} (\Delta N - \Delta N^{(0)}) \end{cases}$$

для двухуровневой системы. $\vec{J}_{12}$ - дипольный момент, $\vec{E}$ - электрическое поле, ΔN - инверсия.

для двухуровневой системы.



В равновесии основное квант. состояние, но основной переход 3-2.

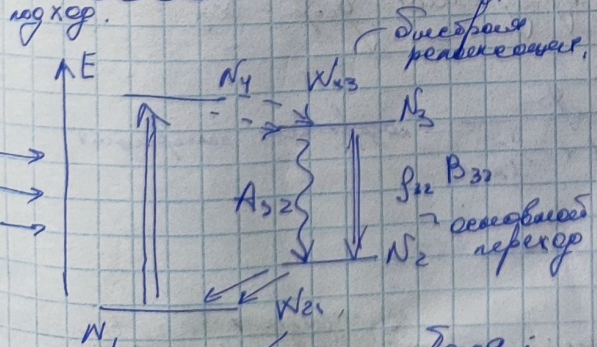
Если мы хотим реализовать инверсию $\Delta N^{(0)}$ можно рассмотреть как равновесие. Это основное предположение для оптич. лазера с резонатором.

Нужно еще учесть дисперсию поля, было: (13.4)

$$\ddot{\vec{E}} + Q\dot{\vec{E}} + \omega^2 \vec{E} = -4\pi \chi(\vec{p}, \vec{E})$$

Если квант. теор. - квант. теория ур-ий. В оптике квант. теория, теория ур-ий. Решать не будем.

Баланс энергии системы ур-ий:



Баланс чего: N и N_2 - числа фотонов в E_2

Предполагаем $N_2 \approx N_4 \approx 0$. Записываем только N_3 и N_1 .

Тогда: $\sum N_i = N_0 = \text{const.}$

Известно: $\Delta N = N_3 - N_2 \approx N_3$

вер-во процесса накачки

$$\dot{N}_3 = \frac{1}{\tau} (N_0 - N_3) - B_{32} \cdot n_\lambda \cdot N_3 - \sum_e \frac{N_3}{\tau_e}$$

по сути заменяет B_{32} τ_e

между τ и τ_e (определяется излучением, а.д. и др.)

$$g = \frac{1}{\tau} F(\omega)$$

(15.1)
Вспомогательная
система уравнений

Для уменьшения числа рождений, от

$$\dot{n}_\lambda = [V_\alpha B_{32} N_3 - \sum_e] n_\lambda + \frac{B_{31} N_3}{\tau_e} V_\alpha$$

большая актив. слои

Весах в нас
маленьких, но
равновесной генерации
каждого преобразования

$B_{31} \sim A_{31} \cdot \Delta \omega \cdot \Delta L$; $B_{31} \sim 10^{-5}$ для него учли это слои

$\tau_e = \frac{1}{\alpha \Sigma} \cdot c$

полагивается доля спонтанного излучения
содержит по своим характеристикам
излучения. Вспомогательная генерация.

$n_\lambda \geq 0$ всегда. только при достижении порога
т.е. если убывает это спонтанно, то n_λ не
будет увеличен. $n_\lambda = 0$ в нек. м. $\rightarrow$ так и
становится.

Для режима генерации:

(15.2.)

$$\begin{cases} \dot{N}_3 = \frac{1}{\tau} (N_0 - N_3) - B_{32} \cdot n_\lambda \cdot N_3 - \sum_e \frac{N_3}{\tau_e} \\ \dot{n}_\lambda = [V_\alpha B_{32} N_3 - \sum_e] n_\lambda \end{cases}$$

маленький сигнал.

N_3 быстро стабилизируется, равен $N_3 \equiv N$

Стационарный режим генерации

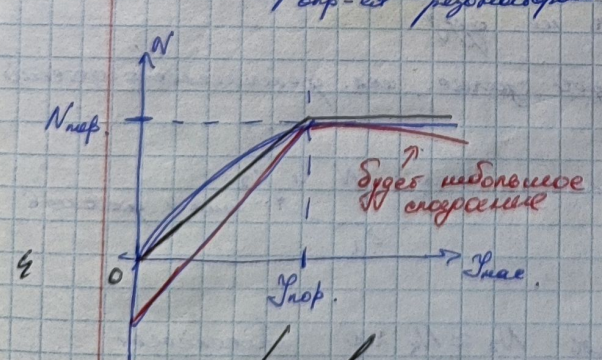
$\rightarrow$ Нет измещ. параметров: $\dot{N} = 0$; $\dot{n}_\lambda = 0$

$\Rightarrow V_\alpha B_{32} N_{cr} - \sum_e = 0 \rightarrow N_{cr} = \frac{\sum_e}{V_\alpha B_{32} \tau_e} = N_{cr}$ (15.3)

Вспомогательная система уравнений

Ор-ет в-вем пороговое значение

40 баллов



По сути пороговое значение достигается $n_\lambda = \alpha \Sigma$

$g = \frac{g_0}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}$ лазерная генерация

— примерно так

величина пороговой накачки:

(15.40) $I_{th} = \frac{N_{cr}}{N_0 - N_{cr}} \cdot \frac{1}{\tau_e}$

минимальная величина
накачки, при которой
режим пороковой генерации
становится

где $N_{cr} \ll N_0$

повтор. условие инверсии в 4х уровнях системы

Можно

Угол

Стационарный

$\Rightarrow n_\lambda$ соотв.

Можно

$\tau_e = \frac{1}{\alpha \Sigma} \cdot c$

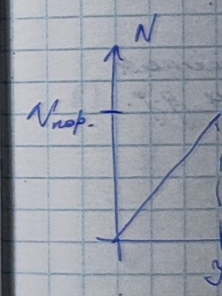
Можно

наименьшее значение

$\ln R_2$

$\ln R_1 + \ln R_2 =$

(15.6.)



Комплекс

Параметры

τ_e

$\sum_e$

V_α

$h\nu$

N_{cr}

N_{th}

N_0

I_{th}

Можно и для 3х уровней, — такое же медх. написать систему;

$$P_{\text{пор}}^{3x} \approx \frac{N_0 + N_{\text{пор}}}{N_0 - N_{\text{пор}}} \cdot \frac{1}{\epsilon_e}$$

$$Y_{\text{нак}} \approx A_{21}$$

Стационарное значение числа фотонов:

$$\Rightarrow n_{\text{фотоны}} = V_0 \epsilon_0 \left(Y_{\text{нак}} (N_0 - N_{\text{пор}}) - \frac{N_{\text{пор}}}{\epsilon_e} \right) = \frac{V_0 N_{\text{пор}} \epsilon_0}{\epsilon_e} \left(\frac{Y_{\text{нак}}}{Y_{\text{пор}}} - 1 \right) \quad (15.5)$$

Можно из числа фотонов получ. формул. для скорости

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\alpha_2 c}; \quad \epsilon_{\text{изл}} = \alpha_{\text{изл}} \cdot c$$

$$W_{\text{нак}} = \frac{N_2 - \hbar \omega_2}{\epsilon_{\text{изл}}} = \frac{V_0 N_{\text{пор}} \epsilon_0}{\epsilon_e} \cdot \frac{\hbar \omega_2}{\epsilon_{\text{изл}}} \left(\frac{Y}{Y_{\text{пор}}} - 1 \right) \quad \text{внешн.}$$

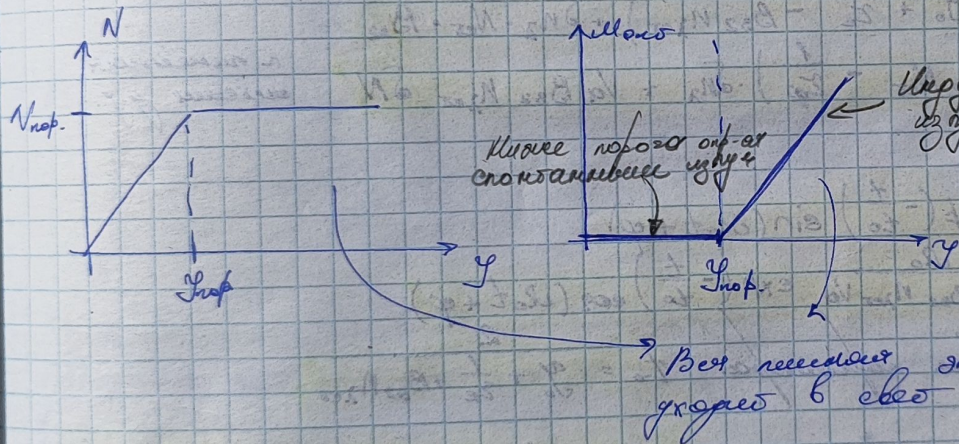
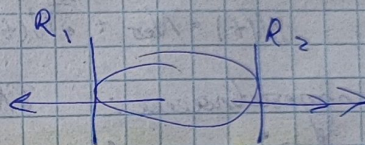
мощность излучения порога

→ потеря из порога от зеркал (коэффициент выводится КЭД)

$$\frac{\ln R_2}{\ln R_1 + \ln R_2} = \eta_{\text{внешн}} = \frac{\alpha_{\text{изл}} z}{\alpha_{\text{изл}1} + \alpha_{\text{изл}2}} \rightarrow \text{излуч. потерь в резонаторе}$$

(15.6.)

$$\alpha_{\text{изл}i} = \frac{1}{2L_i} \ln \frac{1}{R_i R_2}$$



Усиленное излучение.

Если учесть спонт. изл. — то макс. накачка — то есть, что есть выше для накачки в малом

→ Вся лишняя энергия уходит в свет

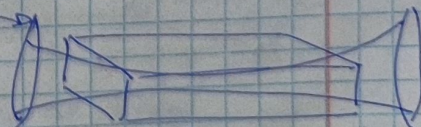
Важнейшие величины:

Параметры

	Сп	ND
ϵ_e	$3 \cdot 10^{-3}$	$0,25 \cdot 10^{-9}$
$\epsilon_{\text{изл}}$	$2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$	$30 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$
V_0	$5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3$
$\hbar \omega$	$2,8 \cdot 10^{-12} \text{ эВ}$	$1,83 \cdot 10^{-12} \text{ эВ}$
$N_{\text{пор}}$	$\sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$	$\sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$
$N_{\text{пор}}/N_0$	$\sim 7 \cdot 10^{-2}$	$\sim 1,6 \cdot 10^{-4}$
$Y_{\text{пор}}$	330 дБ	$0,7 \text{ дБ}$

интермодульный лазер

материальнейший радиодiode



такие вел. имеют г.к. при длине и зарядов. массы массы кристалла

15.12.23.

Нестационарный режим
распада

Рассеи-м по же системе ф-ий: (15.2)

$$\begin{cases} \dot{N} = Y_{\text{ак}}(N_0 - N) - B_{32} \cdot n_{\lambda} \cdot N - \gamma_e N \\ \dot{n}_{\lambda} = (V_{\alpha} B_{32} N - \gamma_p) n_{\lambda} \end{cases}$$

Нестаб. режим ф-ий. начинае производных. Нужно ввести в правой части какой-то параметр, который даст ненулевое решение $\Rightarrow$ естественно будет $Y_{\text{ак}}$.

Рассеи-м по же системе ф-ий: y_0 $(y_0 > y_{\text{пор}})$ $\sim$ ф-я Хевисайда

Линеаризация: рассеи-м вокруг стационарного режима

$$N(t) = N_{\text{ст}} + \delta N(t) \quad n_{\lambda}(t) = n_{\lambda \text{ст}} + \delta n_{\lambda}(t)$$

предположим: $\delta N \cdot \delta n_{\lambda} \sim$ мало, пренебр.

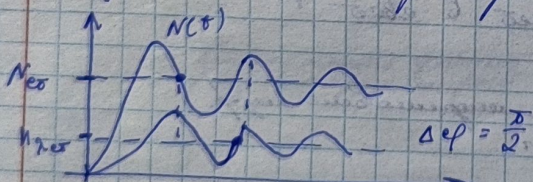
$$\begin{cases} \dot{\delta N} = -\delta N \left(Y_0 + \frac{1}{\tau_e} - B_{32} n_{\lambda \text{ст}} \right) + \delta n_{\lambda} \cdot N_{\text{ст}} \cdot B_{32} \\ \dot{\delta n}_{\lambda} = \left(V_{\alpha} B_{32} N_{\text{ст}} - \frac{1}{\tau_p} \right) \cdot \delta n_{\lambda} + V_{\alpha} B_{32} n_{\lambda \text{ст}} \delta N \end{cases}$$

$\sim$ линейная система ф-й.

Решение:

$$(16.1) \begin{cases} \delta n_{\lambda}(t) = A_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \sin(\Omega_0 t + \varphi) \\ \delta N(t) = A_2 \cdot \frac{\Omega_0}{B_{32} n_{\lambda \text{ст}} V_{\alpha}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \cos(\Omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

Получили 2 новых параметра: $\tau_0 = \frac{2}{Y_0 + \frac{1}{\tau_e} + B_{32} n_{\lambda \text{ст}}}$



$$\Omega_0^2 = B_{32}^2 N_{\text{ст}} \cdot n_{\lambda \text{ст}} - V_{\alpha}$$

$\rightarrow$ режим "мелкокачествен"

Коэффициент: $b = 2.4$; $\frac{y_0}{y_{\text{н}}} \sim 1.5 \div 1.8 \Rightarrow \tau_0 = 1.7 \mu\text{с}$ $C_{\text{н}}^{\text{н}}$
 $\tau_0 \approx 0.5 \mu\text{с}$ $N_{\text{н}}^{\text{н}}$
 $\frac{2.5}{\Omega_0} = 60 \text{ нс}$

История упр-я лазерного излучения

Можно добавить индиферент на $Y_{\text{ак}}$, а т.д. А что можно еще менять во времени в 15.2. $\rightarrow$ время между фазово-ср-ся добротности резонатора.

$$\gamma_p = f(t) \rightarrow \Omega_r$$

История лазерной ср-ся

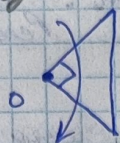
1) Метод подмагничивания добротности резонатора

Необх. чтобы время преобразования: $\Delta \tau_a < \frac{Q_0}{\omega_0}$

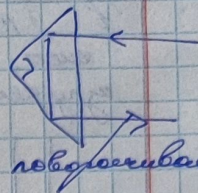
~ время перекл. дэф. в.б. меньше хар-го. время развития генерации

Как реализовать технически? а) Угловым отражателем:

Про иск. возмущения аном. волнур. осн. возмущ. простр. помехи, когда резонатор. волну воль осн. отражено в активную среду,



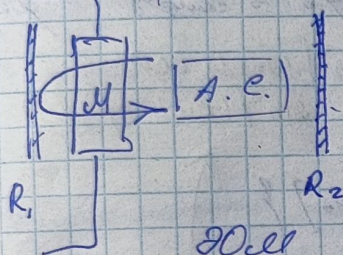
A.C.



одно, быстро вращ. — Оптомеханический не требуется.

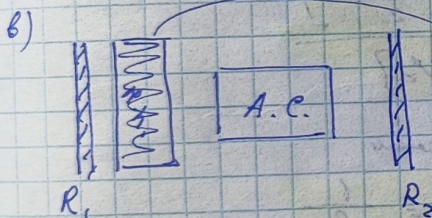
весь оставшийся временной интервал релакс. отклик фил. колебаний. ритм. сдв. сдв. воль осн. резон. отсутствует — радиация генерации не развивается

б) Иск-во модулятор внутри резонатора



Осущ. модуляцию амплитуды или фазы СВЧ для перекл. добротности схем.

ЭОСЛ (электроопт. модулятор)



поискулаდება — поглощает с боковым тном — переход к стационар. режиму. — влияющий на развитие генерации.

Генерация "переходных" импульсов

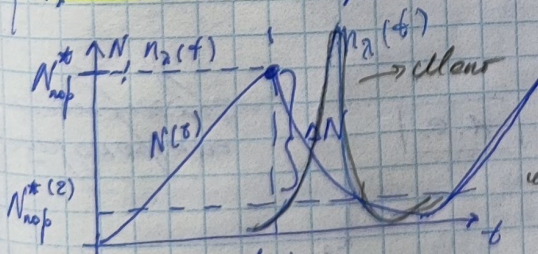
К концу 80 набрел с точки зрения теории (15.2): $\tau_{sp} = \frac{Q}{\omega_0}$

$$\dot{N} = \gamma_{max} (N_0 - N) - B_{32} n_2 N - \frac{N}{\tau_e}$$

$$\dot{n}_2 = (V_a B_{32} N - \frac{1}{\tau_{sp}}) n_2$$

$$Q_p^* (\downarrow) \Rightarrow N_{thr}^* (\uparrow)$$

На начальном этапе с низким знач. добротности $N(t) \approx \frac{N_0 \tau_e \gamma_{max}}{1 + \tau_e \gamma_{max}}$ — максимальное инверсия



В опр. момент в среде возникает инверсия с боковым запасом

Инвер. скачком уменьшается — уменьшается N_{thr}^* . — возникает инверсия.

Возникает импульс $n_2(t)$

решение имеет

$$n_2(t) = n_{02} \exp \left\{ \left(V_a B_{32} N(t) - \frac{1}{\tau_{sp}} \right) t \right\}$$

$$\begin{cases} \dot{N} = -B_{32} n_2 N \\ \dot{n}_2 = (V_a B_{32} N - \frac{1}{\tau_{sp}}) n_2 \end{cases} \quad (16.2)$$

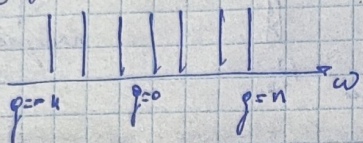
в результате можно решить

$$U = \text{Мощность} \Delta \Sigma_{\text{шум}} = \frac{\hbar \omega}{\Sigma_{\text{шум}}} N_{\lambda}(t) \cdot \Delta \Sigma_{\text{шум}}.$$

$$\Delta \Sigma < 1 \text{ мс.}$$

→ мощность импульса лазера

2) Синхронизация лаз. → итерференционное изображение большого числа фотонов. Всп-ие синхронно лазера. Рельеф ур-ва о многократном излучении



→ 2n+1 фото.

а) Фазовый сдвиг - все интенсивно и фазово.

$$\delta) E^0 = E_0 e^{i(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

$$I_0 \approx I_0 = \text{const}$$

где $\varphi_{n+1} - \varphi_n \approx \varphi_0 = \text{const}$ - фазовый сдвиг

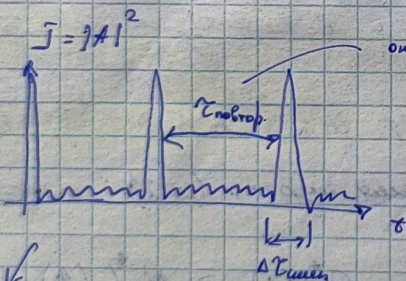
$$I(t) = I_0 \frac{\sin^2[(2n+1)(\Delta\omega t + \varphi)/2]}{\sin^2[(\Delta\omega t + \varphi)/2]}$$

График функции:

$$E(t) = \sum_{q=-n}^n E_0 \exp[i(\omega_0 + q\Delta\omega)t + q\varphi_0]$$

Можно сложить пополам

$$E(t) = A(t) e^{i\omega_0 t} \frac{\sin[(2n+1) \frac{\Delta\omega t + \varphi_0}{2}]}{\sin[(\Delta\omega t + \varphi_0)/2]}$$



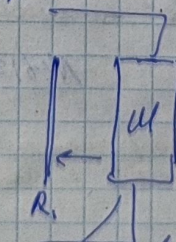
период повторения времени

$$T_{\text{повтор}} = \frac{2L}{c} = \frac{1}{\Delta\omega_p}$$

$$\Delta \Sigma_{\text{шум}} = \frac{2\delta}{\Delta\omega_p} = \frac{2\tau}{(2n+1)\Delta\omega_p} \sim 1 \text{ нс.}$$

↓ δ - сдвиг фаз лазер

Схема резонатора:



А.С.

Автоматическая синхронизация

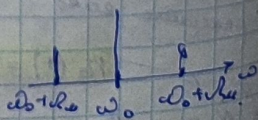
Вывод: с помощью оптического резонатора, выполненного как многократный отражатель и частотный стабилизатор, можно излучать лазер

многократный отражатель

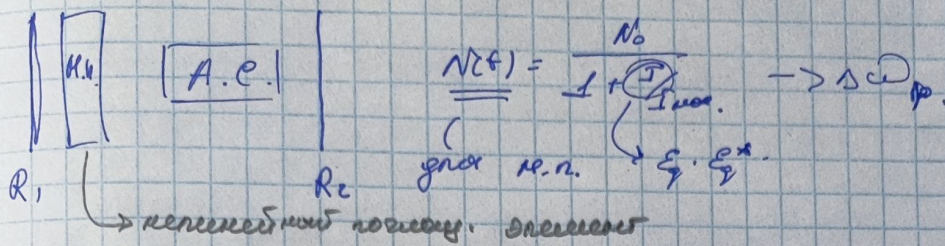
ф. частот. стабилизатор

$$\Delta\omega = \Delta\omega_p$$

Большинство лазеров имеют ф. частот. стабилизатор



Рассеивающая селективность



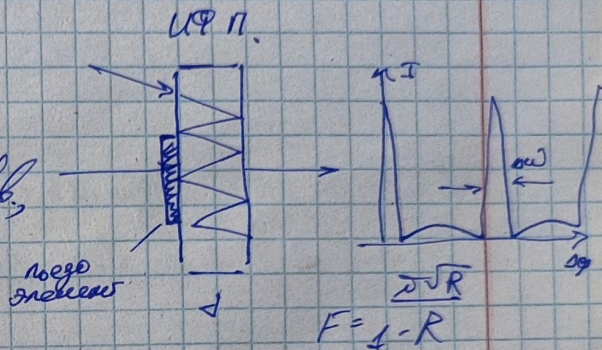
Варианты селективных устройств:

1) Оптический модулятор

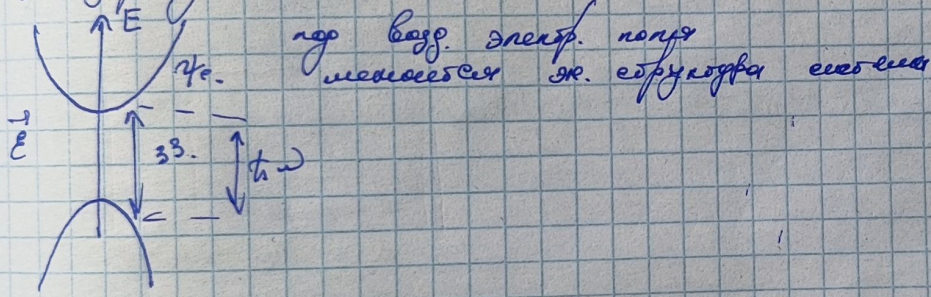
- ⊕ $\neq F(\lambda)$
- ⊖ н.ч. кал. прозрачность

2) Интерференционный модулятор

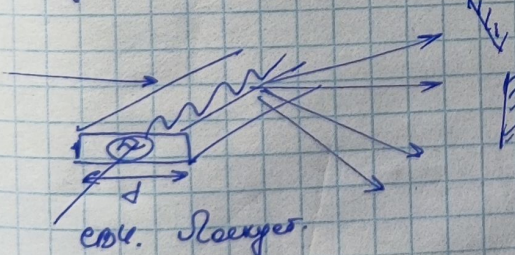
- ⊖ чувств-ть к вариациям параметров, шумам.



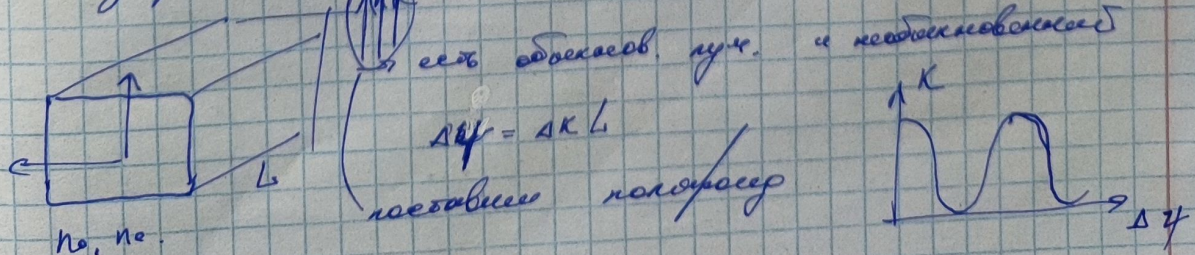
3) Полупроводниковый модулятор



4) Резонансно-оптический модулятор (деполяризатор)



5) Электрооптический модулятор - LiNbO_3 ; KDP. ~ оптоэлектронные интегралы.



Правильная сфера.

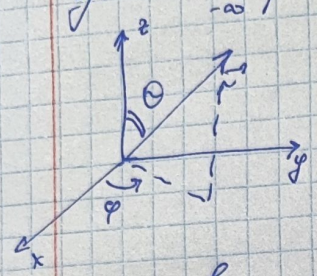
Эксперим. взаимное притяжение. потенциал:

$$V_{ab} = -(\vec{J}_{ab}, \vec{E})$$

$J_{ab} \neq 0 \rightarrow$ имеет место взаимодействие

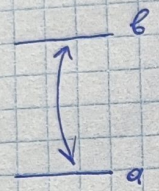
где $J_{ab} = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_a^*(\vec{r}) \hat{J} \varphi_b(\vec{r}) d\vec{r}$

Атомная сферическая симметрия $\rightarrow$ сферич. с.с.



$$r, \theta, \varphi \Rightarrow \vec{r} = \vec{e}_r r$$

$$\vec{r} = \vec{e}_r r (\cos\varphi \sin\theta \vec{e}_x + \sin\varphi \sin\theta \vec{e}_y + \cos\theta \vec{e}_z)$$



$$\varphi_a(r, \theta, \varphi, s) = R_{nla}(r) \cdot Y_{lma}(\theta, \varphi) \cdot \chi_{msa}(s)$$

линейные коэф.

$$\begin{cases} \hat{L}^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm} \\ \hat{L}_z Y_{lm} = \hbar m Y_{lm} \end{cases}$$

и операторные гр-ы на осев. значения осев. гр-ов

в явлении: $\varphi_b = R_{nla} Y_{lma} \chi_{msa}$

$$(\hat{J}_z)_{ba} = \int_0^\infty dr \cdot r \cdot R_{nla}^*(r) \cdot R_{nla}(r) \cdot r^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta \cos\theta Y_{lma}^* Y_{lma} \sin\theta d\theta$$

$\vec{r}_{ba} \neq 0$

используем: $\Delta M_z = M_{zB} - M_{zA} = 0$

Из математики:

Δm - модос

$$\cos\theta Y_{lm} = \sqrt{\frac{(l-m+1)(l+m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} Y_{l+1,m} + \sqrt{\frac{(l-m)(l+m)}{(2l+1)(2l-1)}} Y_{l-1,m}$$

$$\sin\theta e^{-i\varphi} Y_{lm} = \sqrt{\frac{(l-m+1)(l-m+2)}{(2l+1)(2l+3)}} Y_{l+1,m-1} + \sqrt{\frac{(l+m-1)(l+m)}{(2l+1)(2l-1)}} Y_{l-1,m-1}$$

$$\sin\theta e^{+i\varphi} Y_{lm} = \sqrt{\frac{(l+m+1)(l+m+2)}{(2l+1)(2l+3)}} Y_{l+1,m+1} + \sqrt{\frac{(l-m+1)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}} Y_{l-1,m+1}$$

Упростим: $\int_0^\pi \sin\theta \cos\theta Y_{lma}^* Y_{lma} \sin\theta d\theta$

$C_1 \cdot Y_{l+1,m} + C_2 \cdot Y_{l-1,m}$

$\Delta l = \pm 1$
 $\Delta m = 0$; $\Delta M_z = M_{zB} - M_{zA}$

Сферич. гр. функции:

$$(\hat{J}_x)_{ba} = \int_0^\infty dr \cdot r \cdot R_{nla}^* \cdot R_{nla} \cdot r^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta \cos\varphi Y_{lma}^* Y_{lma} \sin\theta d\theta$$

используем: $\Delta l = \pm 1$
 $\Delta m = \pm 1$

Для $(\hat{J}_y)_{ba}$ аналогично

В итоге правила отбора:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta n - \text{любое} \\ \Delta l = \pm 1 \\ \Delta m = 0; \pm 1 \\ \Delta m_s = 0 \end{array} \right.$$

Рассеяние магнитное поле: может ли оно привести к изменениям состояния:

$$\vec{V} = -(\vec{\mu}, \vec{H}) \quad \vec{\mu}_{Ba} = -2\mu_B \left(\frac{\vec{S}}{\hbar} \right) \quad \text{где } \mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

Есть 3 проекции:

$$\vec{L} = L_x \vec{i}_0 + L_y \vec{j}_0 + L_z \vec{k}_0$$

$$(L_z)_{Ba} = \int \int \int r \cdot \underbrace{R_{nl} R_{n'l'}}_{\text{простое условие ортонормированности}} \underbrace{Y_{lm}^* Y_{l'm'}}_{\frac{1}{\hbar m_a} Y_{l'm_a}} \sin \theta \int \chi^* \chi ds$$

$$\int Y_{l,m_1}^* Y_{l_2,m_2} \sin \theta d\Omega = \delta_{l_1,l_2} \delta_{m_1,m_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta l = 0 \\ \Delta m = \pm 1 \end{array} \right.$$

Операторы повышения и понижения:

$$\hat{L}_{\pm} Y_{l,m} = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)} Y_{l,m \pm 1}$$

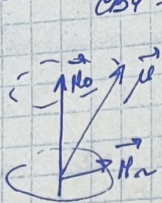
=> Можно/диопольное правило отбора:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta n = 0 \\ \Delta l = 0 \\ \Delta m = 0; \pm 1 \\ \Delta m_s = 0 \end{array} \right.$$

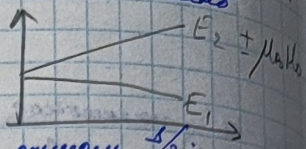
Со спинами аналогично:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta n = 0 \\ \Delta l = 0 \\ \Delta m = 0 \\ \Delta m_s = 0; \pm 1 \end{array} \right.$$

ЭПР ~ резонансное взаимодействие электронов с переменной СВЧ - магнитным полем. Параметры: - Σ магн. моменты



Есть в-во во внешнем магнитном поле $\vec{H}_0$ переменной составляющей $\rightarrow$ магн. моменты прецессируют вокруг $\vec{H}_0$



Оператор спина $\frac{1}{2}$ для спина поперек со спином $\frac{1}{2}$:

$$\hat{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma} \quad \hat{S}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{S}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{S}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Магнетонное отношение: $\frac{1}{\mu_B} = -g_s \mu_B \frac{1}{\hbar}$ где $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$ ~ магнетон Бора

Ур-е прецессии спинового момента при наложении магн. поля можно было представить как эволюция вектора $\vec{S} = \vec{S}_x \hat{i}_0 + \vec{S}_y \hat{j}_0 + \vec{S}_z \hat{k}_0$

$$i\hbar \dot{\vec{S}} = -g_s \mu_B [\vec{S} \times \vec{H}]$$

и для каждого проекции магнетона $\frac{1}{2}$ - ур-е вида

$$i\hbar \dot{S}_x = 2i\mu_B (H_y S_z - H_z S_y) \sim \text{ур-е св-я по виду с квант. ур-и прецессии орбитального момента, но с магн. дипольными моментами}$$

Макроскопическими параметрами явл. намагниченность ферри $\vec{M}$ - резулт сумм ядерных с учетом элементов матрицы $\vec{S}$

$$\vec{M} = \sum_n (\mu_B \vec{S}_n) \quad \mu_B - \text{констант. магнетон}$$

В итоге для проекций:

$$\begin{cases} M_x = -\mu_B N_0 (\dot{S}_{z1} + \dot{S}_{z2}) \\ M_y = \mu_B N_0 (\dot{S}_{z1} - \dot{S}_{z2}) \\ M_z = \mu_B N_0 (\dot{S}_{z2} - \dot{S}_{z1}) \end{cases} \quad \text{Если учесть поправки в ферри а св-я с магн. релаксацией, то ур-ия для спинового ферри намагниченности, включая резонансные СВЧ помехи эк. д. обратн. ур-еми Блоха}$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma [\vec{M} \times \vec{H}] - \frac{M_x \hat{i}_0 + M_y \hat{j}_0}{T_2} + (M_z - M_z^{(0)}) \cdot \frac{\hat{k}_0}{T_1}$$

T_1 - продольное отношение

T_2 - время продольной релаксации (спин-релаксация) - время, за к-е магн. моменты со своим окружением возвращаются к равновесию в результате прецессии магнитных моментов в поле.

T_2 - время поперечной релаксации (спин-спиновая) - время, за к-е магн. моменты между собой.

Они явл. параметр. функциями для релакс. св-ств ферри и ферри. св-ств, M_x, M_y компонент.