

Вопросы и задания

1. Волновое уравнение и уравнение Гельмгольца в неоднородной линейной среде.

В теории распространения волн фундаментальное значение имеет волновое уравнение:

$$\Delta u - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

нелинейного типа
и которая характеризует поле.

$v = v(x, y, z)$ - скорость распространения волнового движения.

Распространенная среда может состоять из совокупности сред, но различия по своим свойствам указывают. Тогда совокупность локально-однородных в пр-ве и во времени участков образует неоднородную и нестационарную среду.

Для полей гармонически изменяющихся во времени волновое ур-е переходит в ур-е Гельмгольца:

$$\Delta u + k^2 n^2(x, y, z) u = 0 \rightarrow \text{с.л. и л.р.}$$

в поперечн.:

$$k n(x, y, z) = \frac{\omega}{c} n(x, y, z) = \frac{\omega}{v(x, y, z)} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v_T T}$$

Имея размерность обратной длины $[k] = [L^{-1}]$, опр-т преобразован-ный период λ волнового процесса.

В различных областях физики волновые фр-ны описывают волновые процессы, имеющие различную физическую природу: механические явления распространения волн в среде в элестро-динамические и оптические, звуковых волн в газах, жидкостях и твердых телах сильно отличаются друг от друга. Различные физические механизмы, реализующих волновые процессы, приводит к различным способам описания. Однако для описания наиболее фундаментальных явлений, связанных с волнами различной природы (интерференция, дифракция, отражения и преломления а также дисперсия и диссипация), совсем необходимо использовать некое общее математическое ур-е, а отдельно можно расст-ть волновое ур-е.

Если считать, что волна распр-ся вдоль Oz

В подобном случае решение волнового ур-я некоторого поля сводится к виду

$$u = u_+ + u_- \text{ - прогн. по оси } z$$

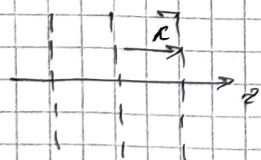
$$u_+ = \operatorname{Re} \{ u_+ e^{i(\omega t - kz)} \}$$

нбущая волна по z

Полная фаза $\varphi = \omega t - kz = \text{const}$

лов-ти пол. фазы

$$\begin{aligned} \varphi &= \omega t - kz = 0 \\ \Rightarrow \frac{dz}{dt} &= \frac{\omega}{k} \end{aligned}$$



2. Внутренний и внешний, пространственные масштабы решений ур-я Гельмгольца. Сформулировать приближенные геом. оптики. Для начала рассмотрим образование стоячей волны, как суперпозицию двух бегущих:

$$u = u_+ + u_- = R_0 \sqrt{u_+} e^{i(\omega t - kz)} + u_- e^{i(\omega t + kz)}$$

Найдём интенсивность такой волны (оп-ая как среднее значение на периоде внешнего частотного колебания $T = \frac{2\pi}{\omega}$):

$$\begin{aligned} \overline{u \cdot u} &= \frac{1}{2} \int u \cdot u^* dz = \frac{1}{2} \int \left(\sqrt{u_+} e^{i(\omega t - kz)} + u_- e^{i(\omega t + kz)} \right) \cdot \left(\sqrt{u_+} e^{-i(\omega t - kz)} + u_-^* e^{-i(\omega t + kz)} \right) dz \\ &= \frac{1}{2} \int \left(|u_+|^2 + |u_-|^2 + u_+ u_-^* e^{i(\omega t + kz - \omega t + kz)} + u_- u_+^* e^{i(\omega t - kz - \omega t - kz)} \right) dz \\ &= \frac{1}{2} \int \left(|u_+|^2 + |u_-|^2 + u_+ u_-^* e^{i2kz} + u_- u_+^* e^{-i2kz} \right) dz \end{aligned}$$

т.е. видно, что $\overline{u \cdot u} \sim \cos(2kz) = 1$

$$2kz = 2\pi m \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} z = \pi m \Rightarrow z = m \cdot \frac{\lambda}{2}$$

т.е. интенсивность будет колебаться на периоде $= \frac{\lambda}{2}$. Поэтому длина волны λ - это внутренний пространственный масштаб.

Полем внутреннего масштаба λ или расстояния влияния u , возбужденное поле или - либо локализуется в замкнутом или открытом объеме, либо имеет и пространственные внешние масштабы R_k , на которых существенно изменяется значение энергии $|u|^2$.

Эти масштабы определяются размерами неоднородностей среды или размерами области, занятой полем. В неоднородной среде внешние масштабы R_k можно оценить из выражения

$$R_k \approx \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right| \approx \left| \frac{\partial n}{\partial t} \right| \approx \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial \epsilon} \right| \sim \text{хар. масштаб изменяющейся величины}$$

В однородной среде размеры области, занятой полем $\propto \cos(\omega t - kz)$, могут быть ограничены, например, из условиями возбуждения.

В таком случае внешний масштаб R_k можно оценить из выражения

$$R_k \approx \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial \epsilon} \right|$$

Области коротковолновой асимптоты:

Между внутренним λ и внешним R_k масштабами существует соотношение, изменяющееся в широких пределах от области коротковолновой асимптоты

$$R_k \gg \lambda \quad (*)$$

до противоположного предельного случая $R_k \ll \lambda$.

В области (*) в зависимости от постановки задачи и от свойств среды можно выделить две част. оптик. друг от друга по-разному внешний пространственный масштаб R_k и характер изменения (геом. оптики и квантовая).

Смысл из них является метод геометрической оптики. Геометрическая оптика однородных и неоднородных сред - метод описания полей в той области, которая достаточно велика, где $\lambda \rightarrow 0$ и можно пренебречь дифракционными эффектами. В приближении ГО не учитываются дифракционные явления, которые всегда существенно отличаются размерами области, занятых полем в ГО, от размеров волн. Век. длинами поперечных размеров почти распространяющегося излучения.

3. Уравнение эйконала. Рундский метод эйконала.

Вывод уравнений ГО из уравнения Гельмгольца:

$$(2) \quad \Delta \tilde{U} + \kappa^2 n^2(\vec{r}) \tilde{U} = 0, \quad \text{где } \kappa^2 = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad n(\vec{r}) - \text{показатель преломления}$$

В случае однородной среды ($n(\vec{r}) = n = \text{const}$) уравнение (2) имеет решение в виде:

$$(2) \quad \tilde{U}(\vec{r}) = \tilde{U} \cdot e^{i[\vec{p} \cdot \vec{r} - \kappa \vec{n} \cdot (\vec{S}_0 \cdot \vec{r})]} = \tilde{U} \cdot \exp \{ i[\vec{p} \cdot \vec{r} - \kappa \vec{n} \cdot (\vec{S}_0 \cdot \vec{r})] \}$$

вектор вдоль распространения волны

$\tilde{U}$ - пов. амплитуда

$\Phi = \vec{p} \cdot \vec{r} - \kappa \vec{n} \cdot (\vec{S}_0 \cdot \vec{r})$ - фаза, изменяющаяся комбинацией координат в направлении фронта $\vec{S}_0$. Пов-во пов. фазы - неопределенность фронта $\vec{S}_0$.

Решение (2) описывает распр-е волны в однородной среде

$$U = \text{Re} \{ \tilde{U} e^{i\omega t} \} = \tilde{U} \text{Re} \{ \exp \{ i[\vec{p} \cdot \vec{r} + \omega t - \kappa \vec{n} \cdot (\vec{S}_0 \cdot \vec{r})] \} \}$$

$$\Rightarrow \vec{p} = \kappa \cdot \vec{n} = \frac{c}{\hbar}$$

Приближение ГО для монохроматического поля в неоднородной среде. Будем считать, что в однородной среде, в уравнении (2) можно считать достаточно малым на расстоянии порядка длины волны λ ; т.е.

$$|\nabla n| \ll n$$

и что существует некоторый преобразованный параметр μ удовлетворяющий, который опре-ся из условия

$$\mu \cdot |\nabla \mu| \approx n$$

примем для световых по ГО $\mu \gg \lambda$, т.е. справедливо:

$$\kappa \cdot \mu = \left(\frac{2\pi \mu}{\lambda} \right) \equiv \left(\frac{1}{\mu} \right) \gg 1. \quad (3)$$

где μ - малый безразмерный параметр.

Если заметное изменение амплитуды $\tilde{U}(\vec{r})$ и направления распространения волны происходят на расстояниях μ , то вб. построят, где определяется решение ур-я (2), можно разбить на участки с размерами

$$\lambda \ll \mu \ll \mu$$

В пределах каждого участка волну можно считать плоской, а

направлении $\vec{r}$ распространения можно определить как направление нормали к волновой поверхности. Это означает, что решение уравнения (1) имеет вид в виде выражения:

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r}) e^{-ik\varphi(\vec{r})} \quad (*)$$

которое вводит две неизвестные действительные функции $A(\vec{r})$ и $\varphi(\vec{r})$, мало отличающиеся от постоянных ϵ :

$$\epsilon | \nabla A(\vec{r}) | \sim \left| \frac{\nabla A(\vec{r})}{A(\vec{r})} \right| \ll | A(\vec{r}) | \quad (12)$$

$$\epsilon | \nabla \varphi(\vec{r}) | \sim \left| \frac{\nabla \varphi(\vec{r})}{\varphi(\vec{r})} \right| \ll | \varphi(\vec{r}) |$$

При выполнении условий (12) такая монохроматическая волна будет плоской (т.е. плоской на некотором участке ϵ). Она может быть и сферической, если: $A(\vec{r}) = \text{const}$, $\varphi(\vec{r}) = \text{const}$.

* 3.3. На границе $\vec{r}$ -я Гельмгольца обобщить и написать $\vec{r}$ -е уравнение.

Можно представить (*) в $\vec{r}$ -е Гельмгольца (1):

$$\Delta [A e^{-ik\varphi}] = \text{div grad} [A e^{-ik\varphi}]$$

$$\Rightarrow \nabla [A e^{-ik\varphi}] = e^{-ik\varphi} \nabla A - ik A e^{-ik\varphi} \nabla \varphi$$

$$\text{div} [e^{-ik\varphi} \nabla A - ik A e^{-ik\varphi} \nabla \varphi] = e^{-ik\varphi} [\Delta A - 2ik (\nabla A \cdot \nabla \varphi) - k^2 A (\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) - ik A \Delta \varphi]$$

получим в итоге $k^2 A e^{-ik\varphi}$ согласно $\vec{r}$ -е:

$$\frac{\Delta A}{k^2 A} - 2i \frac{(\nabla A \cdot \nabla \varphi)}{k A} - i \frac{\Delta \varphi}{k} - [(\nabla \varphi)^2 - k^2 (\vec{r})] = 0$$

Оценим: $\left| \frac{\Delta A}{k^2 A} \right| \sim \left| \frac{\nabla^2 A}{k^2 A} \right| \sim \text{век. 2-го пор. малости.}$

$\left| \frac{(\nabla A \cdot \nabla \varphi)}{k A} \right| \sim \left| \frac{\nabla A \cdot \nabla \varphi}{k^2 A} \right| \sim \text{век. 2-го пор. малости.}$

$\left| \frac{\Delta \varphi}{k} \right| \sim \left| \frac{\nabla^2 \varphi}{k^2} \right| \sim \text{век. 2-го пор. малости.}$

$$\Rightarrow (\nabla \varphi)^2 = k^2 (\vec{r}) \quad \text{в } \vec{r}\text{-е Гельмгольца.} \quad (15)$$

$$A \Delta \varphi + 2 (\nabla \varphi \cdot \nabla A) = 0 \quad \text{в } \vec{r}\text{-е Гельмгольца.} \quad (16)$$

Уравнение (15) через известное выражение характеризует структуру волновых фронтов. Оно назыв. $\vec{r}$ -е уравнение. В пределе с аркадного предела уравнение обобщается и введен в качестве термина в 1885 г. Вулвега для обозначения сферических фр-ов. $\vec{r}$ -е (16) $\vec{r}$ -е уравнение амплитуды и назыв. $\vec{r}$ -е уравнение.

(15) и (16) - их раздел возможно только при условии (3).

* 3.4. Вывод ур-ий Эйнштейна и ГО из ур-ий Максвелла
 ур-я (15) и (16), являясь скалярными, не учитывают
 поперечные компоненты эддректов в электродинамике (оптика). Поэтому
 даже в названии электродинамика его универсальное использование
 для описания распространения ЭМ волн является получено
 ур-я ГО из ур-ий Максвелла.

Если мы говорим о гармонических электромагнитных полях:

(B.1)
$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -i \frac{\omega}{c} \mu \vec{H} \\ \text{rot } \vec{H} = i \frac{\omega}{c} \epsilon(\vec{r}) \vec{E} \end{cases}$$
 В произвольном случае однородной ($\nabla \mu = 0$) и изотропной ($|\vec{n}| = n = \text{const}$) среды эта система имеет решение:

$$\begin{cases} \text{div}(\epsilon(\vec{r}) \vec{E}) = 0 \\ \text{div}(\mu(\vec{r}) \vec{H}) = 0 \end{cases}$$
 обладает век. источниками.

(26)
$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i[\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t - \vec{k} \cdot \vec{n}(\vec{r}_0 \cdot \vec{r})]}; \quad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i[\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t - \vec{k} \cdot \vec{n}(\vec{r}_0 \cdot \vec{r})]}$$

которое описывает распространение однородной плоской волны ЭМ поля в направлении доты $\vec{S}_0$. Камерная проекция полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ описывается формулой (2).

Представляя в систему получены следующие соотношения:

(27)
$$\begin{cases} \vec{n}[\vec{S}_0 \times \vec{E}_0] = \mu \vec{H}_0 \\ \vec{n}[\vec{S}_0 \times \vec{H}_0] = -\epsilon \vec{E}_0 \\ (\vec{E}_0 \cdot \vec{S}_0) = 0 \\ (\vec{H}_0 \cdot \vec{S}_0) = 0 \end{cases} \rightarrow \text{следует } \vec{E}_0 \perp \vec{H}_0 \perp \vec{S}_0$$

Хорошо известное частное решение системы (27) дает основание искать решение (B.1) для неоднородной среды в виде двух электромагнитных полей:

(28)
$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= \vec{E}_0(\vec{r}) + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{ik} \right)^m \vec{E}_m(\vec{r}) e^{-ik\psi(\vec{r})} \\ \vec{H}(\vec{r}) &= \vec{H}_0(\vec{r}) + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{ik} \right)^m \vec{H}_m(\vec{r}) e^{-ik\psi(\vec{r})} \end{aligned}$$

в которых разложения $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ нулевого приближения задаются произвольными функциями координат. Представляя (28) и (29) в ур-я (B.1) и упрощаясь к нулю коэф-ты при разностях степеней малого параметра $(1/k)$, получим систему ур-ий нулевого приближения:

(30)
$$\begin{cases} [\nabla \psi \times \vec{E}_0] = \mu \vec{H}_0 \\ [\nabla \psi \times \vec{H}_0] = -\epsilon \vec{E}_0 \\ (\vec{E}_0 \cdot \nabla \psi) = 0 \\ (\vec{H}_0 \cdot \nabla \psi) = 0 \end{cases}$$
 из которой следует взаимная перпендикулярность векторов $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ и $\nabla \psi$. Если из первого ур-я (30) выразить $\vec{H}_0$ и подставить в второе, то с учетом третьего получим ур-е Эйнштейна:

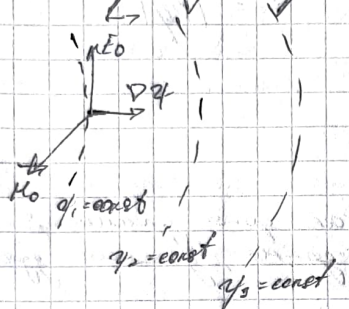
$$\vec{H}_0 = \frac{1}{\mu} [\nabla \psi \times \vec{E}_0]$$

$$[\nabla \psi \times \frac{1}{\mu} [\nabla \psi \times \vec{E}_0]] = -\epsilon \vec{E}_0$$

$$\nabla\varphi \cdot (\nabla\varphi \cdot \vec{E}_0) - \vec{E}_0 (\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi) = -n^2 \vec{E}_0$$

$$\Rightarrow (\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi) = n^2(\vec{r})$$

Таким образом, ур-я (80) являются уравнениями ГР для Элл поля. Из них можно получить в квантовой электродинамике о поляризации поля. Как можно увидеть, поля E_0 и $\nabla\varphi$ связаны с друг другом так же, как в векторном поле и с $\nabla\varphi$. Это представление имеет механический хар-р, т.е. в окр-сти ранее упомянутого справедливо для квантового участка. Если ввести



$$\vec{S}_0 = \left(\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|} \right) \equiv \left(\frac{\nabla\varphi}{A} \right)$$

по карт-но $\nabla\varphi$, то можно убедиться, что (30) и (29) являются совпадением по определению.

Задача по АОВ

5. Переведем уравнения ГР для Элл поля, введя понятие функции окр-ты св-ва пучкового вектора.

$$* (\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi) - n^2(\vec{r}) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)^2 - n^2(\vec{r}) = 0$$

Обозначим: $\frac{\partial\varphi}{\partial x_i} = p_i \Rightarrow \sum_{i=1}^3 p_i^2 - n^2(\vec{r}) = F(p_1, p_2, p_3, x_1, x_2, x_3) = 0$
 $= F(x, y, z, p_1, p_2, p_3) = 0$

Введем: $\frac{\partial F}{\partial x_i} = X_i$; $\frac{\partial F}{\partial p_i} = P_i$

$$dF = X_1 dx_1 + X_2 dx_2 + X_3 dx_3 + P_1 dp_1 + P_2 dp_2 + P_3 dp_3 = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial z} dz + \dots = 0$$

$$X_1 dx_1 = X_2 dx_2 = X_3 dx_3 = -P_1 dp_1 = -P_2 dp_2 = -P_3 dp_3 = d\varphi$$

$$\frac{dx_1}{P_1} = \frac{dx_2}{P_2} = \frac{dx_3}{P_3} = -\frac{dp_1}{X_1} = -\frac{dp_2}{X_2} = -\frac{dp_3}{X_3} = \frac{d\varphi}{\sum_{i=1}^3 P_i P_i} = d\varphi$$

5-6. Для интегрирования должны быть выбраны гал, чтобы были выполнены условия. Все переменные x_i и p_i представляются зависящими от одного параметра τ .

Найдём формулу за прирост векторного количества энергии в векторе. Подобно в виде:

$$\vec{P} = \frac{c}{8\pi} [\vec{E}_0 \times \vec{K}_0] = \frac{c}{8\pi} [\vec{E}_0 [\nabla\varphi, \vec{E}_0]] = \frac{c}{8\pi} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \nabla\varphi = \frac{c}{8\pi} |\vec{E}_0|^2 \vec{S}_0$$

Направление ускоренного по времени вектора Лайбница совпадает с направлением геометрическому волновому фронту. Т.е. световые лучи (по которым распространяется световая энергия) можно описать как траектории, ортогональные геометрическому волновому фронту $\nabla \varphi = \text{const}$.

$\vec{S}_0$ - напр. светового луча.

→ такое напр-е есть во всех точках в изобразимых пределах.

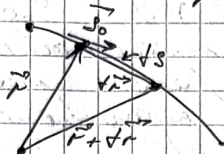
$\vec{S}_0$ - орт лучевого вектора. А линии, перпендикулярные $\vec{S}_0$ - называются волновыми.

$$\vec{S}_0 = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}$$

е) Рассеяние света на частице.

Из рисунка следует: $\vec{S}_0 = \frac{\nabla \varphi(\vec{r})}{|\nabla \varphi(\vec{r})|}$

$$\vec{S}_0 = \frac{\nabla \varphi(\vec{r})}{|\nabla \varphi(\vec{r})|}$$



где $\vec{r}(s)$ точки, лежащие на луче, рассматриваются как ф-я длины s от источника. Для описания траектории луча и, следовательно, длины дуги s требуется знание обобщенного φ .

6. Введем понятие длины дуги и напишем ур-е, описывающие траекторию луча.

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - n^2(\vec{r}) = F(x, y, z, p_x, p_y, p_z) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_g} = X_g = -2n \frac{\partial n}{\partial x_g} ; \quad \frac{\partial F}{\partial p_g} = P_g = 2p_g$$

$$\sum_{g=1}^3 p_g P_g = \sum_{g=1}^3 p_g \cdot 2p_g = 2n^2$$

Используя соотношение для ур-я (1)

$$\frac{\partial X_1}{\partial x_1} = \frac{\partial X_2}{\partial x_2} = \frac{\partial X_3}{\partial x_3} = -\frac{\partial p_1}{\partial x_1} = -\frac{\partial p_2}{\partial x_2} = -\frac{\partial p_3}{\partial x_3} = -\frac{1}{n} \quad (4) \quad \times$$

Замечание, что последнее соотношение в системе (4) можно домножить на $\frac{1}{n}$ и все множители, не равные нулю, и при этом все равенства сохраняются. Тогда интегрируя последнее соотношение во всех функциях упрощается процедура решения ур-ий, позволяя получить более простую форму параметрического представления криволинейных линий.

В нашем случае в качестве интегрируемого множителя удобно выбрать $n(x, y, z)$, что позволяет представить (4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x_g} &= 2p_g \frac{\partial n}{\partial x_g} - 2n \frac{\partial n}{\partial x_g} = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial p_g} &= n \frac{\partial n}{\partial p_g} = \frac{\partial n}{\partial p_g} = \frac{1}{n} \end{aligned}$$

или в другом виде:

$$\frac{\partial x_g}{\partial s} = \frac{p_g}{n} ; \quad \frac{\partial p_g}{\partial s} = \frac{\partial n}{\partial x_g} ; \quad \frac{\partial n}{\partial s} = n \quad (*)$$

Заменяя $\frac{\partial}{\partial s}$ на $\frac{d}{ds}$ получим:

$$\sum_{g=1}^3 \frac{\nabla \chi_g}{\sqrt{S}} \vec{x}_g^0 = \frac{\nabla \chi}{\sqrt{S}} = \sum_{g=1}^3 \frac{\partial \chi}{\partial x_g} \vec{x}_g^0 \equiv \vec{P} = \frac{\nabla \chi}{n} = \vec{S}_0 = \frac{\nabla \chi}{\sqrt{S}}$$

$$\Rightarrow \vec{S}_0 = \vec{S}$$

$\Rightarrow$ интегр. множитель имеет вид длины дуги траектории луча.

$$(19) \quad \sum_{g=1}^3 \frac{\nabla \chi_g}{\sqrt{S}} \vec{x}_g^0 = \frac{\nabla \chi}{\sqrt{S}} = \frac{1}{\sqrt{S}} \nabla \chi = \frac{1}{\sqrt{S}} \left(n \frac{\nabla \chi}{n} \right) = \sum_{g=1}^3 \frac{\partial \chi}{\partial x_g} \vec{x}_g^0 \equiv \nabla \chi$$

Введем с з.у. заданным направлением $\vec{S}_0$ луча в точку $\vec{r} = \vec{r}(0)$, оно опр-т траекторию луча: $\vec{r} = \vec{r}(s)$. Используя опр-я градиента по параметрич. коорд.

$$\nabla_{\perp} = \nabla - \vec{S}_0 (\vec{S}_0 \cdot \nabla)$$

произведем по напр-но: $\left(\frac{\partial \chi}{\partial s} \right) = (\vec{S}_0, \nabla \chi)$ преобр. зр-е (19):

$$n \frac{\nabla \chi}{\sqrt{S^2}} + \frac{\nabla \chi}{\sqrt{S}} \frac{\nabla \chi}{\sqrt{S}} = \nabla_{\perp} n + \vec{S}_0 (\vec{S}_0 \cdot \nabla n)$$

$$n \frac{\nabla \chi}{\sqrt{S^2}} = \nabla_{\perp} n + \vec{S}_0 (\vec{S}_0 \cdot \nabla n) - \vec{S}_0 (\vec{S}_0 \cdot \nabla n)$$

$$(20) \Rightarrow \frac{\nabla \chi}{\sqrt{S^2}} = \frac{1}{n} \nabla_{\perp} n = \nabla_{\perp} \ln n \sim \text{з-н изменения траектории луча.}$$

7. Длина оптического пути луча:

Если зр-е (20) будет верно и траектория луча $\vec{r}(s)$ будет опр-на, то фазы (или эйконала) опр-на из зр-я (*).

$$\frac{\nabla \chi}{\sqrt{S}} = n = \frac{c}{v_f}$$

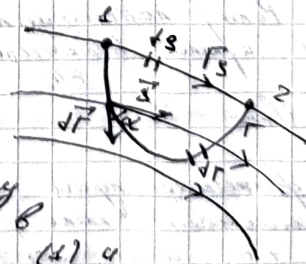
Изменив эйконала м.б. найдено в виде криволинейного интеграла вдоль траектории луча:

$$\chi_2 - \chi_1 = \Delta \chi_{12} = \int_{(1)}^{(2)} n(\vec{r}(s)) ds = c \int_{(1)}^{(2)} \frac{ds}{v_f(\vec{r}(s))} = c \cdot \Delta T_{12} \quad (22)$$

Величина этого интеграла назыв. длиной оптич. пути луча. В неоднородной среде оптич. длина между точками луча, находясь на двух временных фронтах, равна произведению к-ти в стационар. среде на время разпр-я волны от этого волнового фронта до другого.

Принцип Ферма:

Оптический путь и траектория луча между точками (1) и (2) можно опр-ть из условия минимизации интеграла (22) по произвольной контуре. Согласно принципу Ферма (принципу наименьшего действия в механике) оптический путь между точками (1) и (2) по действ. пути Γ кратчайшего пути по любой другой контуре Γ' между этими точками.



Траектория светового луча м.б. найдена с помощью формулы вариационного исчисления задав нач. условия, минимизировав опр-ого интеграла

$$\delta \int_{(1)}^{(2)} n ds = 0$$

8. Мнимость ур-я для координат нуля и фазового эйконала и фазовость их в ур-е для движения материальной частицы в классическом случае.

9. Ур-я для коор. нуля и фазового эйконала и их аналоги в кл. мех. Ур-я эйконала получены ур-я:

$$\frac{dX_0}{dS} = \frac{p_0}{n}, \quad \frac{dp_0}{dS} = -\frac{\partial n}{\partial X_0}, \quad \frac{d\varphi}{dS} = n$$

$S \equiv s$ — длина пути

Вспомогательная л.:

$$n \frac{dX_0}{dS} = p_0 \Rightarrow \sum_{q=1}^3 n \frac{dX_q}{dS} X_q^0 = n \frac{d\vec{r}}{dS} = \sum_{q=1}^3 p_q X_q^0 = p = \nabla \varphi$$

с.в. фазовое

$$(*) \quad n \frac{dp_0}{dS} = -n \frac{\partial n}{\partial X_0} \Rightarrow \sum_{q=1}^3 n \frac{dp_q}{dS} X_q^0 = -n \frac{d\vec{p}}{dS} = -\sum_{q=1}^3 n \frac{\partial n}{\partial X_q} X_q^0 = -n \nabla n$$

$$n \frac{d\varphi}{dS} = n \frac{d\varphi}{dS} = n^2$$

В качестве дифференциала параметра интегрирования:

$$dS_4 \equiv dZ = \left(\frac{dS_3}{n} \right) = \left(\frac{dS}{n} \right) \Rightarrow \frac{d\varphi}{dZ} = n^2$$

Следует выбрать величину:

$$Z = \int \frac{dS}{n} = \int \frac{d\varphi}{n^2} = \int d\varphi + d\psi$$

интегрально радиусность длины. Из него видно, что длину dZ фазового фронта получить вдоль фазового нуля до точки $d\psi$, которую для фазового фронта в вакууме рассматривают dS .

Из (*) введя Z и dZ получим:

$$\frac{d\vec{r}}{dZ} = \vec{p}, \quad \frac{d\vec{p}}{dZ} = n \nabla n = \frac{1}{2} \nabla n^2 = \frac{1}{2} \nabla (\epsilon \mu) \quad (33)$$

Если это ур-е интерпретировать как ур-е движения частицы с $m=1$, то можно рассмотреть (33) как ур-е движения этой частицы под действием внешних сил:

$$\vec{F} = \frac{1}{2} \nabla (\epsilon \mu) = \nabla \left(\frac{n^2}{2} \right) = - \nabla U_{\text{пот}}$$

которая направлена по ∇n^2 . Из этих ур-ий следует, что нули притягиваются в сторону увеличения показателя преломления среды. Роль потенциальной энергии и кинетической энергии частицы играют величины:

$$U_{\text{пот}} = U_0 - \frac{\epsilon \mu}{2}; \quad K = \frac{1}{2} (\vec{p} - \vec{p}^*) + U_0 - \frac{\epsilon \mu}{2}$$

Т.о., движение нуля представляется как движение частицы в потенциальном поле, но с другим значением кинетической энергии т.о. и с ил. мех. материальной точки.

9. Используя понятие интенсивности в г.о., написать закон сохранения энергии стационарного электромагнитного поля.

Интенсивностью света I называется поток энергии поля. Опред. I как абсолютное значение от среднего за период высокочастотного колебания вектора Пойнтинга:

$$\vec{P} = \frac{c}{8\pi} [\vec{E}_0 \times \vec{H}_0] = \left(\frac{c}{8\pi\mu} \right) (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \nabla\varphi = \left(\frac{cn}{8\pi\mu} \right) |\vec{E}_0|^2 \vec{s}_0 = I \cdot \vec{s}_0$$

Выражение плотности энергии из э.д.:

$$\vec{W} = \frac{e}{8\pi} |\vec{E}_0|^2 = \frac{e}{8\pi} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \quad \text{подставим:}$$

$$\vec{P} = I \vec{s}_0 = \frac{c}{8\pi\mu} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \nabla\varphi = \vec{W} \cdot \left(\frac{c}{n} \right) \vec{s}_0 = \vec{W} \cdot \vec{v}_f \cdot \vec{s}_0$$

При отсутствии потерь (в непроводящей среде) и отсутствии источников энергии (зарядов, механической работы) сформулируем закон сохранения мощности энергии высокочастотного электромагнитного поля, периодично изменяющегося на период высокочастотного колебания, в форме дифференциального ур-я:

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + \text{div} \vec{P} = 0$$

В стационарном случае $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow 0$:

$$\text{div} \vec{P} = \text{div} (I \vec{s}_0) = 0.$$

В стационарном случае уравнение г.о. с нулевым приближением г.о. закон сохранения энергии трансформируется в ур-е для интенсивности света:

$$\begin{aligned} \text{div} (I \vec{s}_0) &= \text{div} \left[\frac{c}{8\pi\mu} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \nabla\varphi \right] = \frac{c}{8\pi\mu} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \Delta\varphi + \frac{c}{8\pi} \nabla\varphi \cdot \nabla \frac{1}{\mu} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) = \\ &= \frac{c}{8\pi\mu} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \Delta\varphi + \frac{c}{8\pi} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \cdot \left(-\frac{\nabla\mu}{\mu^2} \right) \varphi + \frac{c}{8\pi\mu} \cdot n \cdot \vec{s}_0 \cdot \frac{\partial}{\partial s} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) = \\ &= \frac{c(\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0)}{8\pi\mu} \left[\Delta\varphi + \frac{n}{(\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0)} \cdot \frac{\partial (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0)}{\partial s} - \left(\nabla\varphi \cdot \frac{\nabla\mu}{\mu} \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

10. Написать и объяснить физ. содержание ур-я г.о. для лучевой аппроксимации решения ур-я Бельтрамми.

Ур-е Гельмгольца:

$$\Delta\psi + k^2 n^2 \psi = 0$$

решение в виде: $\psi(\vec{r}) = A(\vec{r}) e^{-ik\varphi(\vec{r})}$

причем считаем, что на малом участке они зависят слабо:

$$e^{i|\nabla A(\vec{r})|} \approx \frac{e}{\mu} |A(\vec{r})| \ll |A(\vec{r})|$$

$$e^{i|\nabla\varphi(\vec{r})|} \approx \frac{e}{\mu} |\varphi(\vec{r})| \ll |\varphi(\vec{r})|$$

приближение волнового вектора.

$$\Delta(A e^{-ik\varphi}) = \text{div grad } A e^{-ik\varphi}$$

$$\nabla[A e^{-ik\varphi}] = e^{-ik\varphi} \nabla A - ik A e^{-ik\varphi} \nabla\varphi$$

$$\Rightarrow \text{div} \{ e^{-ik\varphi} \nabla A - ik A e^{-ik\varphi} \nabla\varphi \} = e^{-ik\varphi} \{ \Delta A - 2ik(\nabla A \cdot \nabla\varphi) - k^2 A(\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi) - ik A \Delta\varphi \}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta A}{\kappa^2 A} - 2i \frac{(\nabla A \cdot \nabla \varphi)}{\kappa A} - i \frac{\Delta \varphi}{\kappa} - [(\nabla \varphi)^2 - n^2(\vec{r})] = 0$$

$$(\nabla \varphi)^2 = n^2(\vec{r}) \quad \text{уравнение эйконала.}$$

$$A \Delta \varphi + 2(\nabla \varphi \cdot \nabla A) = 0 \quad \text{уравнение переноса.}$$

Это уравнение определяет поведение амплитуды и называется уравнением переноса.

Оно определяет качественное поведение второго порядка. Однако при известном эйконале $\varphi(\vec{r})$ оно фактически является обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка:

$$2 \frac{A_0}{A} + A_0 \left(\frac{\Delta \varphi}{A} \right) = 0$$

в котором дифференциал берется по лучевым координатам s . Умножая на A_0 и принимая во внимание соотношения:

$$\text{div } B \vec{a} = B \text{ div } \vec{a} + (\vec{a} \cdot \nabla B),$$

преобразуем:

$$\text{div } \{A_0^2 \nabla \varphi\} \equiv \text{div } \{A_0^2 n \vec{s}_0\} = 0$$

для квадрата амплитуды поля волны.

9. Интенсивность в ГО

Интенсивностью света $\vec{I}$ назыв. поток энергии волн. Опр-ся как себе уносит от сферич. зч период высокочастотного электромагн. волн. Подана.

$$\vec{I} = \frac{c}{8\pi} [\vec{E}_0 \times \vec{H}_0] = \frac{c}{8\pi\mu} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \nabla\varphi = \left\{ \vec{s}_0 = \frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|} \right\} =$$

$$= \left(\frac{c}{8\pi\mu} \right) |\vec{E}_0|^2 \cdot |\nabla\varphi| \cdot \vec{s}_0 \equiv I \vec{s}_0 \quad \vec{H}_0 = \frac{1}{\mu} [\nabla\varphi, \vec{E}_0]$$

из 9.4: $\vec{I} = \frac{c}{8\pi} |\vec{E}|^2 = \frac{c}{8\pi} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0)$

$$\Rightarrow \vec{I} = I \vec{s}_0 = \frac{c}{8\pi\mu} (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \nabla\varphi = \vec{I} \cdot \left(\frac{c}{n} \right) \cdot \vec{s}_0 \cdot |\nabla\varphi|$$

При осреднении потока сфер. зч. в вектор. зч. $\vec{I}$, изм. на периф. высок. ч. колеб. средн. значение

$$\nabla \cdot \vec{I} + \text{div} \vec{I} = 0 \quad \text{вект. сл.} \quad \text{div} \vec{I} = \text{div} [I \vec{s}_0] = 0$$

$$\Rightarrow \text{div} [I \vec{s}_0] = \frac{c}{8\pi\mu} \left[\Delta\varphi + \frac{1}{n^2} (\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi) \right] = 0$$

Подобно вектору Подана $\vec{I}$ вектор Гельмгольца для волн звука, для других волн, которые $\sim A^2$ ампл., опр. из ур-я переноса.

$$\Delta A^2 + 2(\nabla\varphi \cdot \nabla A) = 0$$

10. Уравнение переноса для звуков амплитуды и его раз. сферич. зч. ур-е переноса (звуков прил. ур-я Гельмгольца):

$$\Delta u + k^2 n^2(\vec{r}) u = 0 \quad \text{где } u \text{ некоторое поле.}$$

имеет решение в виде: $u = A(\vec{r}) e^{-ik\varphi(\vec{r})} \rightarrow \text{представл. (модуль ВКБ)}$

$$\Delta [A e^{-ik\varphi}] = e^{-ik\varphi} \{ \Delta A - 2ik(\nabla A \cdot \nabla\varphi) - k^2 A (\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi) - iA \Delta\varphi \}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{k^2 A} - 2i \frac{(\nabla A \cdot \nabla\varphi)}{k A} - i \frac{\Delta\varphi}{k} - [(\nabla\varphi)^2 - n^2(\vec{r})] = 0$$

$$\Rightarrow A \Delta\varphi + 2(\nabla\varphi \cdot \nabla A) = 0 \quad \sim \text{в } \vec{s}_0 \text{ преедл.}$$

При известном эйконал $\varphi(\vec{r})$; $\nabla\varphi = |\nabla\varphi| \cdot \vec{s}_0 \Rightarrow |\nabla\varphi| \equiv n$

$$\frac{\Delta A}{2 \nabla\varphi} + A \frac{\Delta\varphi}{n} = 0$$

$$A^2 \nabla\varphi + 2A(\nabla\varphi \cdot \nabla A) = 0 \quad ; \quad \text{div } B\vec{a} = B \cdot \text{div} \vec{a} + (\vec{a} \cdot \nabla) B$$

$$(*) \quad \text{div} [A^2 \nabla\varphi] \equiv \text{div} [A^2 n \vec{s}_0] = 0 \quad \text{для } A \text{ и } \vec{s}_0 \text{ ампл. и ч. волн.}$$

При осреднении потока и потенциалов, возд. колебания сфер. зч. в виде (*) как сферич. зч. (и себе амплитуды) будет справедливо для волнового движения любой раз. прил.

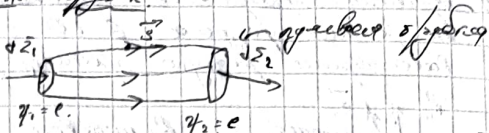
Можно предл. вектор Подана (или зч. зч.).

$$\text{div} \vec{I} = \text{div} [A^2 n \vec{s}_0] = 0$$

Это означает, что вектор $\vec{I}$ всегда можно представить в качестве мерн. плотности потока энергии или потока энергии электромагн. волн.

23. Изменились ли интенсивности роста у растений в зависимости от времени суток? (*):

$$(*) \quad \operatorname{div} \{ A^2 n \overline{\mathbb{S}_0} \} = 0$$



II. возмущ. 2 поверхности $\varphi_1 = \text{const}$ и $\varphi_2 = \text{const}$, с ос. z по-го $\vec{\Sigma}_1$ и $\vec{\Sigma}_2$.
Применяя формулу (*) по объему ΔV произвольной формы

$$\iiint_{AV} \operatorname{div} (A^2 n s_0) dV = \oint_{\Delta \Sigma} A^2 \cdot n \cdot s_0 \cdot n_0 d\Sigma = 0$$

Κα δοσμένη πρ. συ. $S_0 \rightarrow P_0 = 0 \Rightarrow$

$$I_1 \sqrt{Z_1} = I_2 \sqrt{Z_2} = I \sqrt{Z_0} = \text{const}$$

Поток энергии, преобразовывающей
весь процесс в грубую, об-
щественную.

→ Голубарь ^{мелкий} попугай / в звонких трубах и сверст. ков-шо в двор у дере.

12. Скоростное ускорение
Полное ускорение векторное $u^2 = a^2 + \omega^2 r^2$ где a —

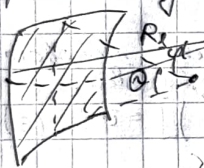
$$(2.18) \quad \frac{\sqrt{r^2}}{\sqrt{r_3}} \equiv S_0 \equiv \frac{\sqrt{r^2(s)}}{\sqrt{s}}$$

$$\rightarrow | \nearrow = S_0 \cdot S_4 \sigma$$

→ т.е. в опн. среде лучи - это
разные лучи.

$$(2.19) \quad \frac{A}{sA} \nabla^2 \phi \equiv \frac{A}{sA} \left\{ n \frac{\nabla^2 \phi}{sA} \right\} = \nabla^2 n$$

поэтому лоб-го можно представить через два связанных уравнения, от-
ср-вие гравитацион.



Тогда $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ как

$$\Delta Z = R_1 R_2 \Delta \varphi = \frac{\Delta R}{K} \quad (K = R_1 R_2)$$

К - назов. Радеева ¹¹² фрезеров. пов-ти

Тогда интенсивность уч. групп: $I = \frac{\text{const}_1}{R_1 R_2} = \frac{\text{const}_2}{R_1 R_2} = \text{const}_2 \cdot K$ (19)

(19) сф. в ∞ в центрах кривизны волновых поверхностей при $R_1=0$, $R_2=0$. Если иметь в виду некоторую часть пов-ти волн. фронта, то сечение волны сф. в ∞ из двух пов-тей, явл. геом. местом двух шаровых центров кривизны камерой точки этого рассечен. части волновых пов-тей. Это пов-ти $\left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array}$ ч. сф. волн

На нулевой линии нулевая глубина $\delta \rightarrow 0$ и среднее $\bar{t} \rightarrow \infty$

Но каустики содержат лишь какалового дуба, похвасту
фактически каустики авл. охот. мушкет.

фактически
лучи за
равно нулю.

~~капустный~~ ~~овч.~~ ~~отдел.~~ ~~мужск.~~
капусту не промывало, поле за капустной

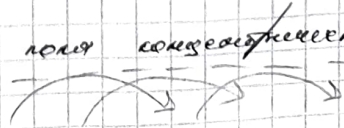
15

Для $R_1 = R_2$, когда обе радиусы крив. одинаковы, касательная перпендикулярна. Если же радиусы разные, то касательная не перпендикулярна. Если же радиусы равны, то касательная перпендикулярна.

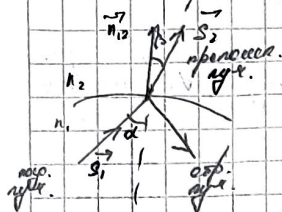
Поле фокусируется в точку или вокруг из фокуса в виде сферической волны $\sim \left(\frac{c}{R}\right) \exp i(\omega t - kR)$

$$u = \left(\frac{c}{R}\right) \exp\left\{+ikR\right\}$$

В этом случае волновые пакеты поля конденсационные сферы



13. Принцип локальности о законах отражения и преломления лучей на границе раздела в ГО рассматривается резко иначе, чем в классической оптике.



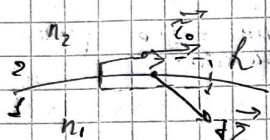
В классической оптике рассматривается о.о. отражения волны в среде, где волна распространяется так, как если бы параллельная волна была плоской, а граница раздела была бы жесткостью касательного п.п. и принцип локальности.

Исп-но условия непрерывности поперечного вектора:

$$\text{rot } \vec{E} = \text{rot } (n \vec{S}_0) = 0$$

В каждой точке поверхности раздела, переходящей через нее, в которой волна распространяется, по непрерывности от своих значений на одной стороне границы переходят до своих значений на другой стороне границы.

Исп-но теорему Стокса:



$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$\oint_C (n \vec{S}_0 \cdot d\vec{r}) = \oint_C (n \vec{S}_0 \cdot \vec{r}) = 0 \quad (2)$$

Формируя контур контура $\rightarrow 0$.

$$\Rightarrow n_2 \cdot (\vec{S}_{20} \cdot \vec{r}_0) = n_1 (\vec{S}_{10} \cdot \vec{r}_0) \quad \text{также волн. конт. поперечного вектора непрерывен}$$

$$(n_2 \vec{S}_{20} - n_1 \vec{S}_{10} \cdot \vec{r}_0) = 0 \quad \Rightarrow \int_C [n_2 \times (n_2 \vec{S}_{20} - n_1 \vec{S}_{10} \cdot \vec{r}_0)] = 0 \quad (3)$$

$$\text{В п.п. параллельная волна: } n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (4)$$

(3) - преломл. луч лежит в плоскости, ор. пар. волнам и нормально к пов-ти раздела.

Настоящий закон относится к волнам разд. фаз. фронтов, произвольной структуры волнового фронта и ор-ин поверхностных волн общей формы при условии, что длина волны достаточно мала. ($\lambda \rightarrow 0$)

Для ор. лучей можно положить $n_1 = n_2$, тогда из (1) получим, что ор. луч лежит в п.п. параллельно волн. фр.

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta$$

$$\alpha_r = \pi - \alpha$$

~ закон ор. в з.о.

14. Траектория луча в сферически-симметрич. поле: закон Бугера.
В толстой среде центральный минимизм.

$$n(\vec{r}) = n(r)$$

Каждому элементу вектора $[\vec{r} \times \vec{r}'] = [\vec{r} \times n \vec{s}_0]$ вдоль траектории луча.
Дифференцируя $[\vec{r} \times n \vec{s}_0]$ по длине дуги луча и учитывая опр. вектора:

$$\frac{d}{ds} [\vec{r} \times n \vec{s}_0] = \left[\frac{d\vec{r}}{ds} \times n \vec{s}_0 \right] + \left[\vec{r} \times \frac{d}{ds} (n \vec{s}_0) \right] = [\vec{s}_0 \times n \vec{s}_0] + [\vec{r} \times \vec{r}'] = 0$$

т.е. следует закон сохр-н вектора:

$$(3) \quad [\vec{r} \times n \vec{s}_0] = [\vec{r} \times \vec{r}'] = \vec{M} \quad \text{вдоль траектории луча.}$$

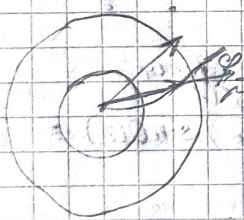
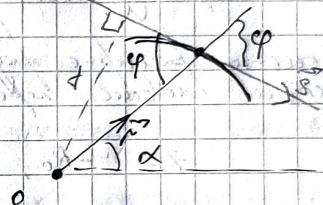
Выражаясь (3) два ур-ия плоскости, перпен. к траектории луча.
Закон симметрии. Из (3) следует, что все лучи, являясь плоскими
кривыми, лежат в плоск., проходящей через начало координат.
Вдоль каждого луча выполняется условие:

$$n(r) \cdot r \sin \varphi = M \equiv |\vec{M}| = \text{const} \quad (4) \quad \text{это и есть закон Бугера}$$

где φ - угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и касательной, а величина
 $M = r \sin \varphi$ равна расстоянию от н.к. до касат.

~ Лучи идут так, что в каждой точке
луча постоянна величина $M = |\vec{M}|$

Проекция $\vec{M}$ на опр. из 2-х в точке
 $s=0$ на траектории луча.



$$M_1 = M_2$$

"

$$n = 1$$

В. Траектория луча в плоскопараллельной среде тогда является «лучевой линией»

Рассмотрим плоскопараллельную среду, для которой $n = n(z)$ (13)
для плоскости $n(z) = n_0$ и луч движется в ней по xOz .

Получим в векторной форме проекции дуга (2.19) дифференциала
дуги лучевого вектора.

$$\frac{d\vec{s}}{ds} \cdot \vec{\nabla} n = \vec{\nabla} n \cdot \vec{e} \quad \text{траектория луча}$$

В. Симметрия

$$\vec{\nabla} n = n \vec{s}_0 = n \cos \theta \vec{z}_0 + n \sin \theta \vec{x}_0 = p_z \vec{z}_0 + p_x \vec{x}_0$$

рассмотрим движение его проекции на ось x :

$$\frac{d}{ds} (n \sin \theta) = \frac{dp_x}{dx} = 0 \quad (15) \quad \Rightarrow p_x = \text{const} = n(z) \sin \theta(z) \quad (16)$$

аналогично закону сохранения энергии.

Получим для траектории луча в виде выражения:

$$\frac{p_x}{p_z} = \tan \theta = \frac{p_x}{\sqrt{p_z^2 - p_x^2}} = \frac{\sin \theta_0}{\sqrt{n^2(z) - \sin^2 \theta_0}} \quad (17) \quad \text{для угла наклона}$$

с вертикалью.

По мере прохождения луча искривляется $\rightarrow$ рефракция.

Рассмотрим рефракцию в атмосфере в численном приближении
введём новые переменные:

$$z \approx r - R_0, \quad \theta \approx \varphi, \quad R_0 - \text{радиус Земли}$$

θ - угол от центра
вершины

$$r(z=0) = R_0; \quad \theta(z=0) = \theta_0$$

Около земли $z \ll R_0$ из закона Бугера (5)
получим закон Снеллиуса для плоскопараллельной среды

$$n(z) r \sin \varphi \approx n(z) (z + R_0) \cdot \sin \theta(z) \approx n(z) \left(1 + \frac{z}{R_0}\right) \sin \theta(z) \approx \\ \approx n_E(z) \sin \theta(z) = \text{const} = \sin \theta_0 \quad (20)$$

Формальная постановка вольной волны Земли через x координату, что
траектория рефракции над земной поверхностью будет $z=0$ (17)

$n_E(z) \sim$ приведенный показатель преломления.

Нормальная рефракция, когда $n(z)$ и высота z связаны
Имеем $\frac{dn}{dz} = \vec{p}$ можно задать $\vec{e}$ для коор. луча в парабол.
виде.

$$\frac{dx}{dz} = p_x = \sin \theta_0$$

$$\Rightarrow x = z \cdot \sin \theta_0 + x_0$$

$$\frac{dz}{dz} = p_z = \pm \sqrt{n_E^2(z) - \sin^2 \theta_0}$$

$$z = \pm \int_{z_0}^z \sqrt{n_E^2(z') - \sin^2 \theta_0} dz' = \frac{x - x_0}{\sin \theta_0}$$

Там где $\frac{dz}{dz} = 0$ при нормальной рефракции назыв.
точкой возврата, луч там падает на поверхность

$\frac{dz}{dz} = 0 \Rightarrow n_E(z) = \sin \theta_0 \rightarrow$ задается функция z
лучи не проникают $\rightarrow$ отражаются.

4. Лучи в ГО. Свободный лучевой вектор.

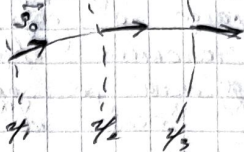
Из др-я эйконала $(\nabla\psi, \nabla\psi) = n^2(\vec{r}) \Rightarrow \nabla\psi = n(\vec{r}) \cdot \vec{S}_0$, где $\vec{S}_0$ напр. geometr. оптического фронта волны.

Рассчитаем формулу вектор Поутикса:

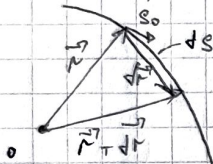
$$\vec{\Pi} = \frac{c}{8\pi} [\vec{E}_0 \times \vec{H}_0] = \left(\frac{c}{8\pi n}\right) (\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0) \nabla\psi = \left(\frac{cn}{8\pi}\right) |\vec{E}_0|^2 \vec{S}_0 \quad (13)$$

Из к-го следует, что напр-е упр. по времени вектора Поутикса совпадает с направлением геометрического волнового фронта. Лучи, по которым распространяется энергия, можно опр-ть как траектории ортогональные к волновым фронтам $\psi = \text{const}$.

т.е. $\vec{S}_0 \sim$ совп. с напр-м $\vec{\Pi}$ (только в изотр. средах)
 $\vec{S}_0$ - опр. лучевого вектора, т.е. параллельна вектору $\vec{S}_0$ назыв. лучами.



5. Траектория в диске двух лучей



$$\vec{S}_0 = |\nabla\psi| = \frac{\nabla\psi}{n}$$

Рассмотрим часть траектории луча. Из рисунка следует опр-е вектора $\vec{S}_0$:

$$\vec{S}_0 = \frac{\nabla\psi(s)}{ds}$$

где $\vec{r}(s) \sim$ рассматрив. как ф-я длины s луча.

Для опр-я траектории луча требуется знание эйконала. Нужно помнить (см. лекции), что аналогично $\nabla\psi$ в классич. атом. импульс $\vec{p}$.

$$\frac{\nabla\psi}{n} = \frac{\vec{p}}{n} \equiv \vec{S}_0 = \frac{\nabla\psi(s)}{ds}$$

решение можно искать в виде кр-го (интеграл по длине), искомый ответ длины дуги траектории луча.

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{1}{ds} |\nabla\psi| = \frac{1}{ds} \left[n \frac{\nabla\psi}{n} \right] = \nabla\psi = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \psi}{\partial x_j} \vec{e}_j \leftarrow \text{из леммы}$$

т.е. выше е.г.у., задающим напр-е $\vec{S}_0$ луча в s . $\vec{r} = \vec{r}(s)$ оно опр-т траекторию луча $\vec{r} = \vec{r}(s)$. Кеп-я опр-е производится по поперечным коорд:

$$\nabla_{\perp} = \nabla - \vec{S}_0 (\vec{S}_0 \cdot \nabla) \text{ и производной}$$

по напр-ию $(\nabla n / ds) = (\vec{S}_0 \cdot \nabla n)$ можно преобр-ть в ур-е 2го порядка:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{ds^2} = \frac{d\vec{S}_0}{ds} = \nabla_{\perp} \ln n$$

~ 3-я изометрическая траектория луча

6. Оптический путь между точками на фазовой поверхности. Если траектория луча $\vec{r}(s)$ будет опр-на, то фаз (или действие) опр-на из ур-на:

$$\varphi = \int \frac{d\varphi}{ds} = n = \frac{c}{v}$$

Вдоль траектории луча:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi = \int_{\Gamma_1}^{\Gamma_2} n(\vec{r}(s)) ds = c \int_{\Gamma_1}^{\Gamma_2} \frac{ds}{v(\vec{r}(s))} = c \Delta T_{12}$$

Величина этого интеграла, назыв. длиной оптического пути луча, $\frac{1}{v}$ и $\sim \Delta T_{12}$.

В криволинейной среде оптического действия между точками луча, находясь на двух волновых фронтах, равна произведению n -а в этой среде на время разл. волны от фронта волнового фронта до другого. Также на луче можно хар-ть оптический путь (величину действия или действия).

Выражение для оптического длины пути луча получ. по заданной зав-ти $n(\vec{r})$ ур-ту $\vec{r}(s)$, затем по известному начальному фронту

$$(\Delta S)_{12} = \int_{\Gamma_1}^{\Gamma_2} n(\vec{r}) ds$$

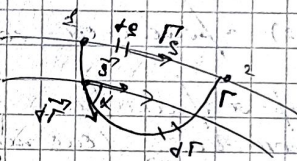
построить волновой фронт, ближайший к нему.

7. Оптический путь Принцип Ферма

Оптический путь и траектория луча между Γ_1 и Γ_2 можно опр-ть из условия минимизации интеграла:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \int_{\Gamma_1}^{\Gamma_2} n(\vec{r}(s)) ds = c \int_{\Gamma_1}^{\Gamma_2} \frac{ds}{v(\vec{r}(s))} = c \Delta T_{12}$$

по произвольному контуру.



Согласно принципу Ферма (вариационному калку. действию в механике) оптический путь между Γ_1 и Γ_2 (по действию) луча Γ_3 короче оптического пути по любому другому контуру Γ между этими точками. Д.е.

$$\int_{\Gamma_3} n ds \leq \int_{\Gamma} n ds$$

опираясь на экв-во Эйлера как вариационного калку.

Поскольку лучевой вектор явл. перпендикулярным:

$$\text{rot } \vec{s} = \text{rot } (\vec{s}_0 \cdot \vec{n}) = 0$$

Формула Стокса

$$\oint_{\Gamma} (\text{rot } \vec{s} \cdot d\vec{l}) = \oint_{\Gamma} (\vec{s}_0 \cdot d\vec{l}) = 0 \quad \text{лучь } \Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$$

$$\int_{\Gamma_3} n(\vec{s}_0 \cdot \vec{s}_0) ds = \int_{\Gamma_3} n ds = \int_{\Gamma} n(\vec{s}_0 \cdot d\vec{l}) = \int_{\Gamma} n \cos \alpha ds \leq \int_{\Gamma} n ds$$

Траектория изотермического луча и.б. находится с помощью решения вариационной задачи нахождения минимума

$$\delta \int n ds = 0$$

16. Приближенные параксиальные лучи в асимметрично-симметричных сферах.

Параксиальные лучи - это лучи, которые распр-ся почти перпендикулярно оптической оси системы. В каждой точке траектории параксиального луча угол между лучевым вектором и осью симметрии O должен удовлетворять приближенной параксиальности.

$$\theta \ll 1 \Leftrightarrow \frac{r}{R} \ll 1$$

$$\frac{r_1}{R_1} \ll 1$$

$$\frac{r_2}{R_2} \ll 1$$

$$\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$$

Изополуча приближенные параксиальности, можно преобр-ть основное векторное урав-е траектории луча к виду:

$$\frac{d}{ds} \vec{r} = \frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \frac{d}{dz} \left(n \frac{d\vec{r}}{dz} \right) \approx \frac{\partial n}{\partial z} \vec{z} + \nabla_{\perp} n$$

$$\therefore \frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{d\vec{r}}{dz} \cdot \frac{dz}{ds} = \frac{d\vec{r}}{dz} \cdot \cos \theta \approx \frac{d\vec{r}}{dz}$$

Роль лучевой координаты s играет коэф. осн системы z .

$$\vec{r} = z \vec{z} + \vec{r}_{\perp}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dz} \left(n \frac{d\vec{r}}{dz} \right) \approx \nabla_{\perp} n \quad (59), \quad \vec{r}_{\perp} \text{ - векторные лучи от осн системы координат.}$$

Рассмотрим частные случаи:

1) Когда переменная часть коэффициента преломления

$$n(r, z) = \bar{n} + \tilde{n}(r, z)$$

$$\nabla_{\perp} = \nabla - \frac{\partial}{\partial z} \left(\vec{z} \cdot \nabla \right)$$

$$\text{где } \bar{n} = \text{const и } |\bar{n}| \gg |\tilde{n}(r, z)|$$

представляя в (59)

$$\nabla_{\perp} \tilde{n}(r, z) = \nabla_{\perp} (\bar{n} + \tilde{n}(r, z)) \approx \frac{d}{dz} ((\bar{n} + \tilde{n}(r, z)) \frac{d\vec{r}_{\perp}}{dz}) \approx \bar{n} \frac{d^2 \vec{r}_{\perp}}{dz^2}$$

2) Рассеивание параксиальных лучей в асимметрично-симметричной среде с параболическим рельефом показателя преломления имеет ещё одну особенность. В приближении параксиальности преобр. прир-е изменения поперечной коорд-ты траектории луча.

$$\text{Вл 17} \quad R_{\text{пл}} = \left(\frac{2\sigma}{K_{\text{пл}}} \right) \approx \left(\frac{2\sigma}{r_0} \right) \sqrt{1 - r_0^2}$$

не зависит от напр-я O лучевого вектора в нач. точке (r_0, z_0) траектории и оказывается одинак. для всех лучей, выходящих из начальной точки, это означает, что все параксиальные лучи имеют прир-е прир-е в одну точку и для них выполн-ся условие параллельности фокусировки.

19. Математические основы матричного метода описания растр-я паракристаллических сред.

Центрированной оптической средой или открытой линией передачи оптического излучения растр-я называются отдельные элементы или участки разнородных атомных сред, в которых, все которых на др. разд-лов имеют общие точки. Математическое описание матричного метода описания растр-я имеет в точках среды атом. паракристаллическое приближение квант. оптики.

В паракристаллическом приближении траектория луча задается в виде др. или координат 2 точки на его оптической оси. При этом для опр-т коэф. точки луча полагено $n = z z_0 + r_1$ где z — заданная точка поперечного компонента r_1 вектора r . Найдем выражение для др. опр-т вектора

$$\vec{s}_0 \equiv \frac{\vec{r}}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} (z \vec{z}_0 + \vec{r}_1) = \vec{z}_0 + \frac{\vec{r}_1}{\sqrt{2}} \equiv \vec{z}_0 + \vec{s}_1$$

где $\vec{s}_1$ поперечно опр-т координаты растр-я луча.

$$(\vec{s}_0 \cdot \vec{s}_0) \approx 1 + (\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_1) = 1 + \delta g^2 \approx 1 + \delta \approx 1$$

Вектор отдельного атомного центрированной среды излучения нулевого вектора $\vec{r} = n \vec{s}_0$ можно полагено опр-т по излучению его поперечного компонента.

$$\vec{r} = n \vec{s}_0 = n \vec{z}_0 + n \vec{s}_1 \quad n \left(\frac{\vec{r}_1}{\sqrt{2}} \right) \equiv n \vec{s}_1 \quad (3)$$

Потому в паракристаллическом приближении вектор $n \vec{s}_1$ имеет свойства и имеет нулевого вектора. Вектор $n \vec{z}_0$ и вектор $n \vec{s}_1$ поперечно опр-т координаты луча и коэф-е нулевого вектора. др-е для паракристаллического приближения (3)

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (n \vec{s}_1) \approx \sqrt{2} n$$

которое описывает излучение нулевого вектора в нулевого среде

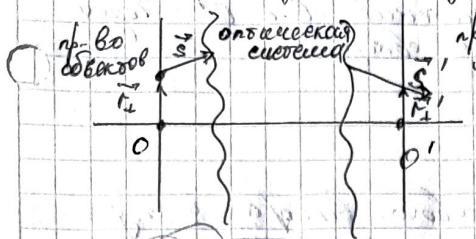
$$\vec{r}_1 = \vec{s}_1 \delta z$$

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_1 = \vec{s}_1 \cdot (z(0) - z(0))$$

L

20. сферический преобразование (преобр координат луча на участке свободного n -ва)

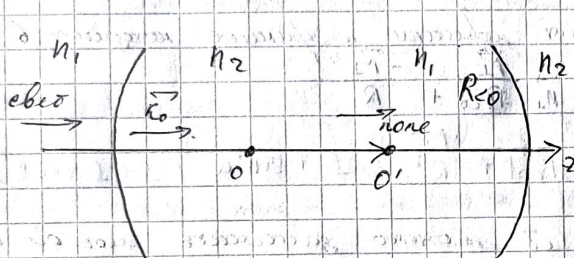
Расс-им. пер. световому



луч $\vec{S}$, проходящий через точку O , попадает внутрь оптической системы и выходит из нее в точке O' под другим углом.

Разработанный аппарат, связ. коорд. луча $n\vec{S}_1, \vec{r}_1$ на входе сходит (в n -ве обратном) с его координатами $n\vec{S}_1', \vec{r}_1'$ на выходе (в n -ве изобразительном) при этом в качестве аргументов, не учитывающих аббревиатуры.

1. При преобр-е $\delta + \gamma$ -исправлении ~ это напр. коэф. колоне.
2. На границе раздела сред, имеющей кривизну, радиус кривизны отсчитывается от вершины юв-ти к центру кривизмы. Если нормали к границе раздела $\vec{r}_0$, напр. к центру кривизмы, коэф. δ напр-ой распр. света, то радиус кривизны $R > 0$, в противном случае $R < 0$.



Введем вектор-столбец координат точки траектории и поперечных компонент нулевого вектора

$$\vec{Q} = \begin{pmatrix} n\vec{S}_1 \\ \vec{r}_1 \end{pmatrix}$$

опр в каждом сечении положение и направление луча.

Вектор-столбец $\vec{Q}$ в общем случае имеет 4-составляющие. Величины - конкретные связи между входными и выходными коорд. луча будем использовать матрицу:

$$\vec{Q}' = \begin{pmatrix} n\vec{S}_1' \\ \vec{r}_1' \end{pmatrix} = \hat{S} \cdot \begin{pmatrix} n\vec{S}_1 \\ \vec{r}_1 \end{pmatrix}, \text{ где } \hat{S} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \text{ соот. из реальных элементов.}$$

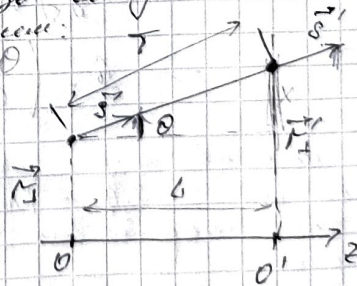
Угловая преобр. на участке сферической поверхности в сферической среде лучи преломляются. Поскольку векторы $\vec{S}$ и $\vec{S}'$ имеют один напр-е, то связь входных и выходных координат луча опре-я соотношениями:

$$n\vec{S}_1' = n\vec{S}_1 + \frac{A_1}{n} \vec{r}_1$$

$$\Rightarrow \hat{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{A_1}{n} & 1 \end{pmatrix} \equiv \hat{G}_n$$

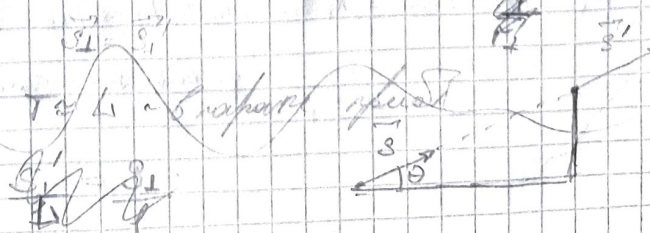
~ матрица преобразования.

Нормировка: $\|\hat{G}_n\| = 1.$



$$\Delta S = \frac{L}{n} \cdot \delta \quad L = \frac{L_1}{n} \cdot \delta$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta L} = \frac{L_1}{n \cdot L} = \cos \theta$$



матрица преобр. в многомерной сфере

всп-ет послед. применение матрицы преобразования

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$G_{b_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4/n & 1 \end{pmatrix} \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

матрица для двух осей

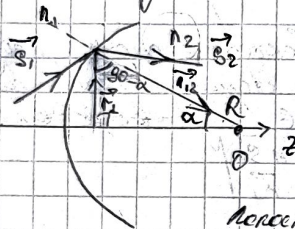
$$\hat{S}_{00} = G_{b_2} \cdot J \cdot G_{b_1} = G_{b_2} \cdot G_{b_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{4_2}{n_2} + \frac{4_1}{n_1} & 1 \end{pmatrix} = G_{\frac{4_1}{n_1} + \frac{4_2}{n_2}}$$

Для многомерной и центр. умест. по-линии преобр. автономно:

$$G_{\frac{4_i}{n_i}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{4_i}{n_i} & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow G_{\frac{4_2}{n_2}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{4_2}{n_2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

22. Матрица преобразования координат луча на сферической границе раздела сред.



Составляющая нормали к границе падает в сфере:

$$n_2 = z_0 + n_{\perp} = z_0 + \frac{R}{R}$$

$$|n_2| = 1 \Rightarrow |z_0|^2 + \frac{R^2}{R^2} = 1 + \sin^2 \alpha = 1 + 1 - \cos^2 \alpha \approx 1$$

Нормалью в точке её можно заменить плоской проекцией.

$$n_1' = n_1 \quad (\text{что на входе, то и на выходе})$$

$$(n_2 s_{2\perp}) = (n_1 s_{1\perp})' = n_1 s_{1\perp} + n_{\perp} (n_2 - n_1) = (n_1 s_{1\perp}) + (n_2 - n_1) [\alpha (n_1 s_{1\perp}) + \beta \vec{r}_1]$$

предположение

В касании луча:

$$(n_2 s_{2\perp})' = (n_1 s_{1\perp})' = n_1 s_{1\perp} - \frac{n_2 - n_1}{R} \vec{r}_1 = n_1 s_{1\perp} - \frac{n_2 - n_1}{R} \vec{r}_1$$

$$\vec{r}_1' = \vec{r}_1$$

и единичного координатного луча в двух декартовых базисах сферической системы, составленной из двух разграниченных сферической по-по пространств.

$$\Rightarrow \hat{S} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{n_2 - n_1}{R} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \hat{I}$$

Для наклонной по-по: запишем закон преломления

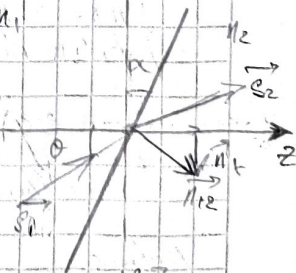
$$[n_2 \times (n_2 s_2 - n_1 s_1)] \approx [n_2 \times z_0] \cdot (n_2 - n_1) + [n_2 \times (n_2 s_{2\perp} - n_1 s_{1\perp})] = 0$$

Вектор нормального падения α и β - коэф-ты, тогда

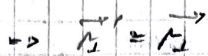
$$n_2 \approx z_0 + n_{\perp}; \quad \text{тогда представим по-по}$$

$$[n_2 \times z_0] \cdot (n_2 - n_1) + [n_2 \times (n_2 s_{2\perp} - n_1 s_{1\perp})] \approx [z_0 \times (n_2 s_{2\perp} - n_1 s_{1\perp} - n_1 (n_2 - n_1))] = 0$$

4. Вот это уже представляем



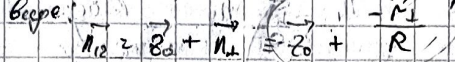
сфер. Проготовили франкису разреза сфер как нейтральной (оптимально) сфер с бесконечным количеством О и О. Тогда в точке франкиса на франкисе получились связи отклонения от оси


$$[\vec{n}_{1,2} \times (\vec{n}_2 \vec{S}_{20} - \vec{n}_1 \vec{S}_{10})] = 0 \rightarrow \text{з-н Рундмана}$$

$$\Rightarrow n_p \vec{S}_{p,1} = (n \vec{S}_1)' = n \vec{S}_1 = (n_1, S_{12})$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{0.5} = 2$$

Составляется от корреспондентов и транзитом направлена в



$$|n_2| = l \Rightarrow |z_0|^2 + \frac{r^2}{R^2} = l^2 + \sin^2 \alpha = l^2 + 1 - \cos^2 \alpha \approx 1$$

Анализ в точке ϵ можно заменить плоской функцией

$$\vec{r}_T = \vec{r}_T$$

(что на входе, то и на выходе.)

$$(n_2, \vec{s}_2) = (n_1, \vec{s}_1)' = n_1 \vec{s}_1 + \vec{n}_1 (n_2 - n_1) \equiv (n_1 \vec{s}_1) + (n_2 - n_1) [\alpha (n_1 \vec{s}_1) + 6\vec{r}_1]$$

приблизительно

В коммун. случае

$$\int (\vec{n}_2 \cdot \vec{S}_\perp) \vec{r} = (\vec{n}_2 \cdot \vec{S}_\perp) \vec{r} = n_1 S_\perp \vec{r} - \frac{n_2 - n_1}{R} \vec{r} = n \vec{S}_\perp - \frac{n_2 - n_1}{R} \vec{r}$$

и подвергнувшись воздействию луча в двух белометрах
длинах сечениях деформировались сечением, состоящим
из двух радиальных переиссечений по-и

$$\Rightarrow \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{n_2 - n_1}{R} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{R} \begin{pmatrix} R & -(n_2 - n_1) \\ 0 & R \end{pmatrix}$$

Для получения по: до заклину доктора убийства

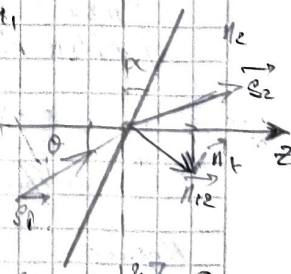
$$[n_1 \times (n_2 \vec{s}_1 - n_1 \vec{s}_1)] = [n_{12} \times \vec{s}_1] \cdot (n_2 - n_1) + [n_{12} \times (n_2 \vec{s}_2 - n_1 \vec{s}_1)] = 0$$

Сущность государственного управления в 8-м классе, 2009

на π_1 π_2 π_3 π_4 π_5 π_6 π_7 π_8 π_9 π_{10} π_{11} π_{12} π_{13} π_{14} π_{15} π_{16} π_{17} π_{18} π_{19} π_{20} π_{21} π_{22} π_{23} π_{24} π_{25} π_{26} π_{27} π_{28} π_{29} π_{30} π_{31} π_{32} π_{33} π_{34} π_{35} π_{36} π_{37} π_{38} π_{39} π_{40} π_{41} π_{42} π_{43} π_{44} π_{45} π_{46} π_{47} π_{48} π_{49} π_{50} π_{51} π_{52} π_{53} π_{54} π_{55} π_{56} π_{57} π_{58} π_{59} π_{60} π_{61} π_{62} π_{63} π_{64} π_{65} π_{66} π_{67} π_{68} π_{69} π_{70} π_{71} π_{72} π_{73} π_{74} π_{75} π_{76} π_{77} π_{78} π_{79} π_{80} π_{81} π_{82} π_{83} π_{84} π_{85} π_{86} π_{87} π_{88} π_{89} π_{90} π_{91} π_{92} π_{93} π_{94} π_{95} π_{96} π_{97} π_{98} π_{99} π_{100} π_{101} π_{102} π_{103} π_{104} π_{105} π_{106} π_{107} π_{108} π_{109} π_{110} π_{111} π_{112} π_{113} π_{114} π_{115} π_{116} π_{117} π_{118} π_{119} π_{120} π_{121} π_{122} π_{123} π_{124} π_{125} π_{126} π_{127} π_{128} π_{129} π_{130} π_{131} π_{132} π_{133} π_{134} π_{135} π_{136} π_{137} π_{138} π_{139} π_{140} π_{141} π_{142} π_{143} π_{144} π_{145} π_{146} π_{147} π_{148} π_{149} π_{150} π_{151} π_{152} π_{153} π_{154} π_{155} π_{156} π_{157} π_{158} π_{159} π_{160} π_{161} π_{162} π_{163} π_{164} π_{165} π_{166} π_{167} π_{168} π_{169} π_{170} π_{171} π_{172} π_{173} π_{174} π_{175} π_{176} π_{177} π_{178} π_{179} π_{180} π_{181} π_{182} π_{183} π_{184} π_{185} π_{186} π_{187} π_{188} π_{189} π_{190} π_{191} π_{192} π_{193} π_{194} π_{195} π_{196} π_{197} π_{198} π_{199} π_{200} π_{201} π_{202} π_{203} π_{204} π_{205} π_{206} π_{207} π_{208} π_{209} π_{210} π_{211} π_{212} π_{213} π_{214} π_{215} π_{216} π_{217} π_{218} π_{219} π_{220} π_{221} π_{222} π_{223} π_{224} π_{225} π_{226} π_{227} π_{228} π_{229} π_{230} π_{231} π_{232} π_{233} π_{234} π_{235} π_{236} π_{237} π_{238} π_{239} π_{240} π_{241} π_{242} π_{243} π_{244} π_{245} π_{246} π_{247} π_{248} π_{249} π_{250} π_{251} π_{252} π_{253} π_{254} π_{255} π_{256} π_{257} π_{258} π_{259} π_{260} π_{261} π_{262} π_{263} π_{264} π_{265} π_{266} π_{267} π_{268} π_{269} π_{270} π_{271} π_{272} π_{273} π_{274} π_{275} π_{276} π_{277} π_{278} π_{279} π_{280} π_{281} π_{282} π_{283} π_{284} π_{285} π_{286} π_{287} π_{288} π_{289} π_{290} π_{291} π_{292} π_{293} π_{294} π_{295} π_{296} π_{297} π_{298} π_{299} π_{300} π_{301} π_{302} π_{303} π_{304} π_{305} π_{306} π_{307} π_{308} π_{309} π_{310} π_{311} π_{312} π_{313} π_{314} π_{315} π_{316} π_{317} π_{318} π_{319} π_{320} π_{321} π_{322} π_{323} π_{324} π_{325} π_{326} π_{327} π_{328} π_{329} π_{330} π_{331} π_{332} π_{333} π_{334} π_{335} π_{336} π_{337} π_{338} π_{339} π_{340} π_{341} π_{342} π_{343} π_{344} π_{345} π_{346} π_{347} π_{348} π_{349} π_{350} π_{351} π_{352} π_{353} π_{354} π_{355} π_{356} π_{357} π_{358} π_{359} π_{360} π_{361} π_{362} π_{363} π_{364} π_{365} π_{366} π_{367} π_{368} π_{369} π_{370} π_{371} π_{372} π_{373} π_{374} π_{375} π_{376} π_{377} π_{378} π_{379} π_{380} π_{381} π_{382}

$$[\vec{r}_{n_2} \times \vec{r}_{n_1}] (n_2 - n_1) + [\vec{r}_{n_2} \times (n_2 \vec{s}_{n_2} - n_1 \vec{s}_{n_1})] \approx [\vec{r}_0 \times (n_2 \vec{s}_{n_2} - n_1 \vec{s}_{n_1} - \vec{n}_1 (n_2 - n_1))] = 0$$

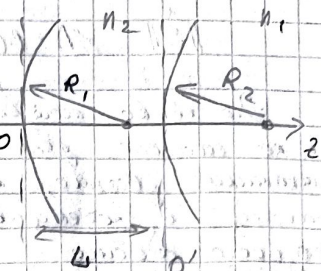
4. Вост. 320 улич. подсобных



23. Матрица преобр. координат луча тонкой линзой (сферическими зеркалами).
 При практических расчётах оптических трактов широко распространено использование формул для тонкой линзы, но с определёнными приближениями.
 Выясним корректность такого подхода.

Представим как последовательное преломление:
 преломл. на сферич. гр. → перемещение → преломл. на сферич. гр.

$$S_{00}' = \hat{T}_{(2)} \hat{G}_{\frac{L}{n_2}} \hat{T}_{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{n_1 - n_2}{R_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{L}{n_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{n_2 - n_1}{R_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2}\right) \frac{L}{R_2} & -\frac{(n_1 - n_2)}{n_2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \frac{L}{R_1 R_2} \\ \frac{L}{n_2} & 1 + \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2}\right) \frac{L}{R_1} \end{pmatrix}$$



В парафокусной линзе $L \ll R_{1,2}$ можно пренебречь $R_{1,2}$ в малом преобразовании, тогда получим:

$$\hat{S}_{00}' = \begin{pmatrix} 1 & -(n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\ \frac{L}{n_2} & 1 \end{pmatrix}$$

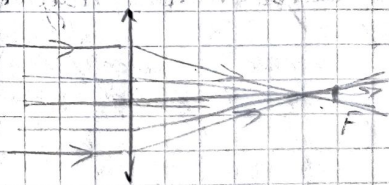
Для тонкой линзы плоскостной, если записать условие

$$\begin{cases} (n_2 \vec{s}_\perp)' = n_1 \vec{s}_\perp - (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \vec{r}_\perp \\ \vec{r}_\perp' = \frac{L}{n_2} (n_1 \vec{s}_\perp) + \vec{r}_\perp \end{cases} \rightarrow \text{тонкая линза: } \vec{r}_\perp' \approx \vec{r}_\perp$$

тогда это фокус. восп-ия экв. для параллельных лучей. Тонкая линза имеет беск. точечный фокус, можно переписать, вводя фокусное расстояние:

$$\frac{1}{F} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\hat{T}_F = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{n_1}{F} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



21. Свойства матриц преобразования координат: норма, обр. матрицы:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

1) Все $\hat{S}$ -матрицы имеют единичную норму

$$\|\hat{S}\| = AD - BC = 1$$

Это св-во матриц преобр-я координат вытекает из закона сохранения а) ко энергии для эвклидова пространства. Из курса теор. механики известно, что при описании движения материальной точки в координатном поле имеет место з.о. энергии (теорема Ливиса). Поскольку ур-я з.о. по существу являются в ур-вие движения, то и в з.о. существует аналогичный закон сохранения.

2) Так как $\|\hat{S}\| = 1$, то необходимо убедиться в том, что матрица обр. матрица

$$\hat{S}^{-1} \hat{S} = \hat{I}$$

$$\|\hat{S}\| = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 1$$

$$\text{Матрица инверсии } M = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}$$

$$\text{Инвер. дополнения: } A = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}$$

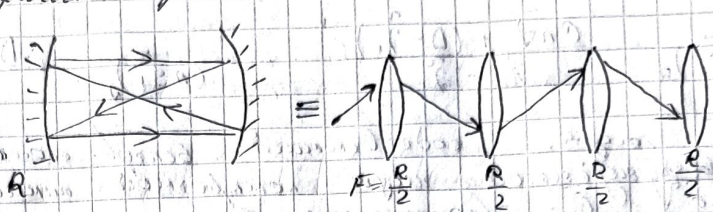
$$\Rightarrow \hat{S}^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A^T = A^T = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \hat{S}^{-1} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}$$

3) Есть матрицы сохранения (являясь при этом их дополнением) или матрицы преобразования координат. Обр. матрицы преобр-я координат
→ для преобр-я

Co Co Co Co

Компрессор рефрижератор



в 34 назыв. численности линий "перераси".
Законсервирован, трансформации зрительного, палея, фотар. в
чел-от линии перераси от св водостенным, мораси. (аналог
резонаторов и волноводов в 34), которые фиксированы во
всех секциях линии или периодически повторяются. Таким
образом в приведенном г.о. дана возможность
своими, или - их проявление координаты фотар
периодически повторяется. Д.е. для зрительной линии.

$$Q_{n+1} = S^1 Q_n$$

Половину все элементы централизованной линии передано в распоряжение и в этом смысле централизованно, то разность между-а (с) не зависит от n , следовательно, можно считать:

$$\vec{Q}_{\text{misch}} = 2 \vec{Q}_m$$

$$\Rightarrow (\vec{S} - \lambda \vec{I}) \vec{a} = 0 \quad (3) \Rightarrow \text{решение с 4-х произв. векторов.}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} A - \tilde{\lambda} & B \\ C & D - \tilde{\lambda} \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \tilde{\lambda}^2 - \tilde{\lambda}(A+D) + \det = 0$$

$$\tilde{\lambda}_{1,2} = \frac{A+D}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A+D}{2}\right)^2 - \det} = \cos \tilde{\varphi} \pm i \sin \tilde{\varphi} = e^{\pm i \tilde{\varphi}}$$

Класс: $Sp^1 S = A + B$

1) $\frac{1}{2} |A+D| \leq 1 \Rightarrow \varphi$ - geod. $\Rightarrow |\lambda_2| = 1$

2) $A + D > 2 \Rightarrow \lambda_{1,2} = e^{\pm \chi}$

3) $A+D < -2 \Rightarrow \hat{\varphi} = -i\chi + \delta \Rightarrow \lambda_{1,2} = -e^{\pm i\chi}$

$$\Rightarrow \begin{cases} (A - \lambda_k)(\vec{n}_k)_n + B(\vec{m}_k)_n = 0 \\ C(\vec{n}_k)_n + (D - \lambda_k)(\vec{m}_k)_n = 0 \end{cases} \rightarrow \text{equivalently} \begin{cases} (\vec{n}_k)_n \text{ u } (\vec{m}_k)_n \end{cases} \text{ case}$$

Компоненты $(\Pi \vec{S}_1)_\alpha$ и $(\vec{r}_1)_\alpha$ обоих вектор-состояний α охр-ся по максимуму, поскольку вектор состояния квантового луча не вх-де вентрифицирует естествен. $z=0$ а поэтому авт. параболлизацией хар-ами каждого луча в рассматриваемой модели модели.

Сам. в сечении $z=0$ луч описуем об осн. вектору $\vec{r}_1$ $(\vec{r}_1)_0 \equiv \vec{r}_1$ и имеет составл. лучевого вектора $(\Pi \vec{S}_1)_0 \equiv \Pi \vec{r}_1$, то

суммы коэф. пропорционалов двух вектор-соблюдов $\vec{A}_{1,2}$ равны

$$\begin{cases} (\vec{r}_1)_1 + (\vec{r}_1)_2 = \vec{r} \\ -D - \tilde{\lambda}_1 (\vec{r}_1)_1 - D - \tilde{\lambda}_2 (\vec{r}_1)_2 = n\vec{r} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\vec{r}_1)_1 = -\frac{D - \tilde{\lambda}_1}{\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1} \vec{r}; \quad (n\vec{s}_1)_1 = -\frac{D - \tilde{\lambda}_1}{c} (\vec{r}_1)_1$$

$$(\vec{r}_1)_2 = \frac{c n \vec{r} + (D - \tilde{\lambda}_1) \vec{r}}{\tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_1}; \quad (n\vec{s}_1)_2 = -\frac{D - \tilde{\lambda}_2}{c} (\vec{r}_1)_2$$

Камерий получ. собственным вектор-соблю $\vec{A}_{1,2}$ имеет смысл вращательной мотки конкретной точки перемещ. в пространстве $\vec{A}_{1,2}$ рассматривает возможность транспортировки в рассматрив-й элемент системы оптического излучения, здел. в др. частях фотон. пучка.

Произвольное решение на n -мощи элементе $\rightarrow$ сумма двух коэф. решений

$$\begin{cases} (n\vec{s}_1)_m = \tilde{\lambda}_1^m (n\vec{s}_1)_1 + \tilde{\lambda}_2^m (n\vec{s}_1)_2 = e^{i m \varphi} (n\vec{s}_1)_1 + e^{-i m \varphi} (n\vec{s}_1)_2 \\ (\vec{r}_1)_m = \tilde{\lambda}_1^m (\vec{r}_1)_1 + \tilde{\lambda}_2^m (\vec{r}_1)_2 = e^{i m \varphi} (\vec{r}_1)_1 + e^{-i m \varphi} (\vec{r}_1)_2 \end{cases}$$

2в. Условие устойчивости (примитивного движения) пучка в фидерном элементарном состоянии

Устойчивость решений. опр-я характеристическими корнями системы:

$$\tilde{\lambda}^2 - (A + D) \tilde{\lambda} + \Delta = 0$$

(можно выполнить т.к. $\Delta > 0$) $\rightarrow$ не сбаланс. точка

$$D = \frac{(A + D)^2}{4} - \Delta; \quad \tilde{\lambda}_{1,2} = \frac{A + D}{2} \pm \sqrt{\frac{(A + D)^2}{4} - \Delta}$$

Условие устойчивости $|\operatorname{Re} \tilde{\lambda}_{1,2}| \leq \delta$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} |A + D| \leq \delta \Rightarrow \text{примитив} \quad (A + D)^2 \leq \frac{4}{\delta^2} \Rightarrow \text{примитив}$$

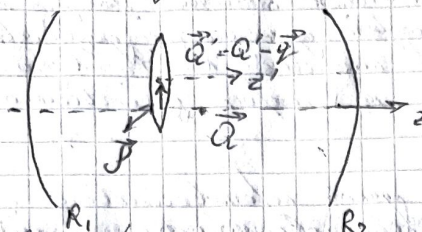
$\tilde{\lambda}_{1,2}$ всегда комплексные.

Отклонение пучка можно найти в виде

$$(\vec{r}_1)_m = \{ (D\vec{r} + c n \vec{r}) \sin m \varphi - \vec{r} \sin (m-1) \varphi \} / \sin \varphi$$

$\rightarrow$ коэф. пучка зависит не от др. рассматриваемых от сам элемент $\rightarrow$ устойчивости, примитивного движения.

28. Разрешительная масса передатки. Офорт массовая
координатная масса. Разрешительная - разрешительная



Разноотгированная - нецентрованная,
как, например, такое и безразличная к
фрактале.
Низкий уровень внутри резонанса,
именно его характеризует резонанс. Отличается
от симметричной массы в симметричной
вещи.

[illegible]

Для описания преобр. координатного луча Э-мессоризм, параметр
разгоспозитивированной линии можно исп.-ся в виде метрич. для
той же линии $\vec{r}$, которая в додеметрии $\vec{r} \cdot \vec{s} = 0$, соо.
которой совпадает с осью z' ее кообтв.

Для этого можно считать $\vec{d}$ - вектор столбца, состоящий

Определены следующие формы учета:
для формального соблюдения правил в настоящее время
осуществляемых вводится оператор, осуществляющий
1. п. 8 - 15

определяется единичный вектор $\vec{q}$

$$\vec{q} = \frac{\vec{a} - \vec{q}}{|\vec{a} - \vec{q}|} = \frac{n\vec{s}_1 - n\vec{s}_2}{|\vec{s}_1 - \vec{s}_2|}, \text{ где } \vec{q} = \frac{n\vec{s}_1}{|\vec{s}_1|}$$

В силу монотонности 3 и 17 справедливы следующие соотношения:

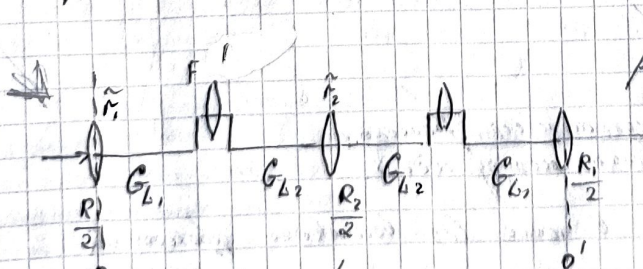
$$\vec{S} \cdot \vec{a} = S(\vec{a} - \vec{q}) = S\vec{a} - S\vec{q} = \vec{p} \cdot \vec{a} \quad (\vec{S} \cdot \vec{a})$$

$$\hat{\Pi}_{\vec{q}}(\vec{s}\vec{a}) = \vec{s}\vec{a} - \vec{q} = \vec{s}(\vec{a} - \frac{\vec{s}\vec{q}}{s^2}) = \vec{s}(\frac{1}{s^2} + \vec{q} \vec{a})$$

$\Rightarrow$ два важных св-ва оператора энцефалима:

$$S \Pi_7^1 = \Pi_{S_7}^1 S^1; \quad \Pi_7^1 S_7^1 = S^1 \Pi_{S_7}^1$$

Про живучесть людей и их доброту, а также о том, что человек должен быть добрым к людям.



В качестве примера можно
рассмотреть такие случаи, когда
матрица симметрична

$$\vec{p}_1 = 1 \hat{p}^0$$

Мел-ть риффов / сессия. музыка по бдее " вихоро пизот; дождь
сфидор / рифов. тонкой мензи присоеб вч?

$$\hat{T}_0 = \hat{\Pi}_{\vec{q}} \frac{1}{T_0} \hat{\Pi}_{\vec{q}}^* = \hat{\Pi}_{\vec{q}} \frac{1}{T_0} \hat{\Pi}_{-\vec{q}}^* = \hat{\Pi}_{-\vec{q}} \frac{1}{T_0} \hat{\Pi}_{\vec{q}}^* = \hat{\Pi}_{-\vec{q}} (\hat{T}_0 - \mathbf{I}) \hat{\Pi}_{\vec{q}}^* = \hat{\Pi}_{\vec{q}} \delta_{\vec{q}}$$

→ луч в начале проецируется через касательную плоскость, а затем на вектор столбец: $(\vec{T}_e - \vec{I}) \vec{q}_i$

28. Прилепцы (второе истинное имя) Габбекины и Габбеки - Фрейля
в замках герцогини воле. / / -

[illegible]

Квантовое состояние распространения флюктов коротковолнового излучения в диэлектрической среде эквивалентно в атомной коротковолновой теории в диэлектрической среде описывается в рамках коротковолновой квантовой оптики.

Это означает в том, что войны могут изменять поведение, а поэтому
наступает ихальное резкое изменение войны "геном", в.с. коммун
ее личности поведения.

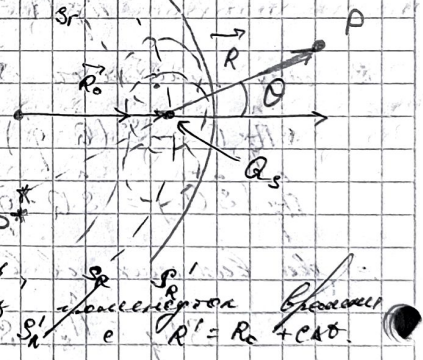
В теории дифракции скачков поле $\tilde{u}$, которое стр. в реальном
пр-ве и которое называется дидифрагированным, стр-на пол. суперпозиция:

$$u = u^0 + u^R \rightarrow u^R \text{ — расщепление карбоксильной группы}$$

Проект Глобальной войны раскр-ся в результате действий, совершавших
его в различных направлениях. / / /

«Каждый элемент военного дела можно рассматривать как центр вторичного возникновения, представляющего вторичное сформирование войны. Волновыми фронтами в любой конкретной момент времени описываются волновые фронты в различных сферических войнах».

Если отобразить потенциал Φ , созданный в ф-ве
 от t или t' , являясь элементарными
 точечными источниками, то возм. поле Φ будет
 сферическим волновым, волновыми фронтами будут
 сфер. волн-ты Φ . В соответствии с
 теоремой Гюйгенса каждая точка Φ этого
 волнового фронта Φ в момент времени
 t явл. элементарным возмущением источника
 также порождающим сферическую волну Φ
 $\Delta t = t' - t$ волновое время фрон. волн, сф.



По проекту Печникова предложено включить пов-ти Ш в состав Бренска
т.п. исключено оп-ция исключенной пов-ти Ш в состав Бренска
т.п. и довести до федеральной власти, а также в др.
областях р-та.

Несет ответственность характер.

Примечание: Временная организация (временно-вспомогательная организация) в настоящее время не существует.

По ~~Указу~~ ¹ ~~исполн.~~ ² ~~полн.~~ ³ ~~представит~~ ⁴ ~~в~~ ⁵ ~~виде~~ ⁶ ~~и, созд.~~ ⁷ ~~в~~ ⁸ ~~каж~~ ⁹ ~~е~~ ¹⁰ ~~из~~ ¹¹ ~~воинского~~ ¹² ~~указа~~ ¹³ ~~и~~

$$u(R_0) = \left(\frac{d_0}{R_0} \right) e^{-ikR_0}$$

Виссер, вносимый в поле $\chi(P)$ в поле кауду. Р элементом пещеры
вашиного фронта 18, вашии полке Qs, ар-сч кон

$$\hat{u}(P) = \left(\frac{R_0}{R} \right) e^{-i\alpha R_0} e^{-i\alpha R} \cdot \frac{1}{R} f(\theta) d\theta$$

$f(\theta)$ — коэф. пропорц. рассеяния, о-е зависимость амплитуды рассеянного волн от угла θ между направл. $\vec{R}$ и нормального к поверхности волн в точке Q .

Поиск ψ в точке наблюдения R производится под интегралом

$$\psi(R) = \oint_{S_R} \left(\frac{\partial \psi}{\partial R} \right) e^{-ik(R+R')} \cdot f(\theta) dS$$

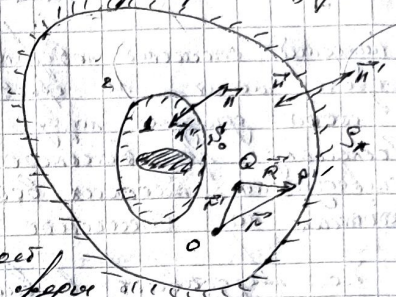
Далее, считая, что $f(\theta)$ непрерывна в точке θ .

29. Функция (состояние) потенциал поля) Голдмана в дугах дугах волн сферического поля

(1) На основе теоремы Голдмана дифференциал ур-я Голдмана для волн сферического поля

(5) $\Delta \tilde{G} + k^2 \tilde{G} = \delta(\vec{r} - \vec{r}')$, где $\tilde{G}_0 = \frac{e^{-ikR}}{4\pi R}$

$\vec{r}$ — точка для сферической поверхности S сферической формы.



$$R \equiv |\vec{R}| = |\vec{r} - \vec{r}'|$$

$\vec{r}$ — точка удовлетворяет условию излучения Голдмана:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left(\frac{\partial \tilde{G}_0}{\partial R} + ik \tilde{G}_0 \right) = 0$$

Для интегрирования ур-я Голдмана исп-е вместо ф-ы Голдмана

$$\oint_{S_0} \{ \tilde{u} \Delta \tilde{G} - \tilde{G} \Delta \tilde{u} \} dV = \oint_S \{ \tilde{u} (\vec{n}' \cdot \nabla \tilde{G}) - \tilde{G} (\vec{n}' \cdot \nabla \tilde{u}) \} dS$$

$\tilde{G}$ — произв. ф-я Голдмана, произв. дифференциал по координатам точки Q , котор. в волн. $\vec{r}$, $\vec{n}'$ — единичный нормальный к $S = S_0 + S_*$. В результате вычисления интеграла

$$\tilde{u}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \tilde{u} (\vec{n}' \cdot \nabla \left[\frac{e^{-ikR}}{R} \right]) - \left[\frac{e^{-ikR}}{R} \right] (\vec{n}' \cdot \nabla \tilde{u}) dS \quad (11)$$

где $\tilde{u}(\vec{r}) \equiv \tilde{u}(\vec{r})$, $\tilde{u}$ и $\nabla \tilde{u}$ — значения (векторные)

а) Из общих физических соображений ясно, что интеграл (11) должен быть $\neq 0$, или все пов-ти $S = S_0 + S_*$ имеют ненулевые значения. Если поверхность S_* — то $\int_{S_*} \dots = 0$

В поверхностном интеграле (11) величина $\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial n} \right)_{S_0}$ и $\tilde{u}_{S_0}$ — значения волн вогнутых поверхностных источников, а величина $\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial n} \right)_{S_*}$ и $\tilde{u}_{S_*}$ — значения волн выпуклых поверхностных источников. По условию задачи это второе поверхностное значение является источником рассеяния.

и по сути и есть принцип Голдмана

По ДМ. Вдоль не надо, все, все же

$$f(\theta) = \frac{ik}{4\pi} (1 + \cos \theta) \quad \text{или} \quad f(\theta) = \frac{ik}{4\pi} (1 - \cos \theta)$$

интеграл равен ДМ.

$\Rightarrow$ Т.с. поверхности S_0 движении тела ... поверхность электростатическая и магнитная с перемещением;

Надлежащее описание поверхности S_0 , по которому текут токи и радиации которого можно по сравнению с реальной волной, фактически представля-
ет собой единую пору эмиттерного и магнетронного диодов.
Поскольку производное $\Delta \Pi$ можно представить в виде
дифференциала плоских волн, то элементарный будет выбран
такой, ко. элемент $\delta \Sigma = \pi \cdot \delta \Sigma$ по-д-н S_0 .

$$\begin{aligned} \oint \vec{dm} &= i\omega \oint \vec{r}_m d\Sigma = \frac{e d\Sigma}{i4\pi\omega} [\vec{n} \times \vec{E}_0] \\ \oint \vec{dp} &= i\omega \oint \vec{r}_p d\Sigma = \frac{e d\Sigma}{i4\pi\omega} [\vec{n} \times \vec{H}_0] = \left(-\frac{e d\Sigma}{i4\pi\omega} \right) \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{E}_0 \end{aligned}$$

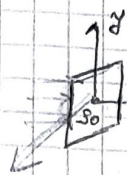
Основное сферическое экв. преципитативное облачко заключ. в т.ч. что
и позволяет записать зарядку об отриц. полях внутри обл. з. по
параллели на границе со слоем на экваториально зарядку об
звучении в свободном пр. в. сторонах токов (19)

Если, наоборот, невоинские явл. т.е. не воен. характеру
по поверхности $\tau=0$, то "физические" электромагнитные поверхности тока
будут градиентом по величине и противоположности по направлению
распределения поверхностности ~~электромагнитных~~ электромагнитных токов, в
"физических" поверхностных магнитных токах, непротив, будут соед.
с реальными. В результате токи возрастает в знач. степ. магнитного нов-ого
тока возрастает в знач. степ. магнитного нов-ого

2) Если в качестве предельного оф. м-та 2-го ур-ня пов-ья
из предельного материала, то будет всё материалом

3. Дифракция плоской волны на отверстии в экране: условия дифракции распространения направленного излучения магнетом отклонения

$$S_0 = A_x \cdot A_y, \text{ где } A_{x,y} \gg \lambda - \text{длина волны.}$$



Это характерно для антенн с боковой поверхностью. Воспроизводится методом физических оптики, понимая, что волна падает нормально на пов-ть \$S\$ и её материальное поле распространяется по фр. \$Ox\$.

Роль векторного излучения поверхности ток:

$$\vec{J} = \frac{c}{2\pi} [\vec{k}_0 \times \vec{n}] = -\frac{c}{2\pi} \vec{k}_0 \times \vec{x}_0 \text{ для } S \in S_0$$

Пол электрического поля в дальней дифракционной зоне распространяется по стандартной схеме

$$\vec{A} = \frac{1}{c} e^{-ikr} \int_{S_0} \vec{J} e^{ik(\vec{r}_0 \cdot \vec{r}') - i\alpha} dS' = \frac{1}{c} e^{-ikr} \int_{S_0} \vec{J} e^{ik(\vec{r}_0 \cdot \vec{r}') - i\alpha} dS' = \frac{1}{c} e^{-ikr} \left[-\frac{c}{2\pi} \vec{k}_0 A_x A_y \right] \left(\frac{\sin \theta_x}{\theta_x} \right) \left(\frac{\sin \theta_y}{\theta_y} \right) \vec{x}_0$$

Безразмерные компоненты волнового вектора

$$\theta_x = \left(\frac{k A_x}{2} \right) \sin \theta \cos \alpha; \quad \theta_y = \left(\frac{k A_y}{2} \right) \sin \theta \sin \alpha \quad (3)$$

Затем, используя известное поле

$$\vec{H} = \frac{1}{i\omega\mu} \nabla \times \vec{E} = \frac{ik}{c} e^{-ikr} \cdot \vec{N} \cdot [\vec{r}_0 \times \vec{x}_0]$$

вектор Подмена:

$$\vec{S} = \frac{c}{8\pi} \sqrt{\frac{H}{N}} \cdot \vec{r}_0 = \frac{c}{8\pi} \sqrt{\frac{E}{N}} \cdot \left[\frac{k A_x A_y}{2\pi} \cdot \frac{\sin \theta_x}{\theta_x} \cdot \frac{\sin \theta_y}{\theta_y} \right]^2 \cdot (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \alpha) \cdot \vec{r}_0 \quad (5)$$

Чтобы оценить угловую ширину ДН излуч. антенны, нужно найти нули главного максимума в площ. \$Ox\$ и \$Oy\$

1) \$\alpha = 0\$ и \$\alpha = \frac{\pi}{2}\$ из (3):

$$\Delta \theta_{x,y} \approx \sin \Delta \theta_{x,y} = \frac{\pi \lambda}{A_{x,y}} = \frac{\lambda}{A_{x,y}}$$

До оп-но ширина ДН определяется по формуле излучения не совпадает с максимальной площадью в главном максимуме. Это означает, что ширина диагр. напр-ти равна-ти главного максимума.

$$\Delta \Omega = \Delta \theta_x \cdot \Delta \theta_y = A_{x,y} = \frac{\lambda^2}{S_0}$$

* В отн. глав. максимума \$\lambda = 5 \cdot 10^{-5}\$ см, для \$A = 9,5\$ см.
 \$\Rightarrow \Delta \theta_{x,y} = \frac{\lambda}{A_{x,y}} \sim 10^{-4}\$ рад.

89. Дифракция параллельного волнового пучка гравесовой формы на объекте в экране. Если дифракционный экран имеет форму, то гравесовый пучок с плоской волновой функцией падающей на перпендикулярной поверхности.

$$\tilde{u}(x, y, 0) = \tilde{u}_0 e^{-\frac{x^2 + y^2}{2a^2}} = \tilde{u}_0 e^{-\frac{r^2}{2a^2}}$$

Гравесовый пучок явл. собственным решением задачи в открытом пространстве. Это решение в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения, имеет форму гравесового пучка, который в плоскости экрана имеет форму гравесового пучка.

Скорость распространения пучка для гравесового пучка:

$$\tilde{u}(\vec{k}) = \frac{\tilde{u}_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2a^2} + i(\vec{k} \cdot \vec{r}_\perp)\right\} dx dy = \frac{\tilde{u}_0 a^2}{2\pi} \exp\left(-\frac{a^2 k_\perp^2}{2}\right)$$

Основная часть энергии пучка в обл. $|\vec{k}_\perp| \leq \frac{1}{a}$

Приближенно к гравесовому пучку условию

$$\frac{1}{a} \ll k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \text{ явл. приближением параксимальности.}$$

Для узкого пучка ширины $2a$ параксимально по отношению к экрану $z_0 = Ax \cdot Ay$ в плоскости экрана. Для параллельного волнового пучка, для которого:

$$\tilde{u}_0 = u_0 \tilde{u}_0 e^{-\frac{x^2}{2a^2}}$$

Видим, что $a \ll Ax$, тогда интегр. по x можно до ∞

$$\Rightarrow \tilde{u} = \frac{1}{A} e^{-ikz} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x^2}{2a^2}}}{2\pi} \tilde{u}_0 Ay \frac{\sin \theta_y}{\theta_y} \cdot \frac{1}{2\pi a} e^{-\frac{\alpha^2 k_x^2}{2}} dx$$

Для вектора Поинтинга:

$$\frac{|\vec{S}|}{|\vec{S}|_{\text{max}}} = \left(\frac{\sin \theta_y}{\theta_y}\right)^2 \exp\left\{-\alpha^2 k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \alpha\right\} \cdot (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \alpha)$$

В приближении параксимальности $\sin^2 \theta \approx \theta^2$ ширину диаф. пучка в м-те $x=0$ определим условием

из $\exp\left\{-\frac{\alpha^2 k_x^2}{2}\right\} \approx 1 \approx \alpha k \theta_{\text{eff}}$

$$\Rightarrow \theta_{\text{eff}} = \frac{1}{k\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi a} = \frac{\lambda}{2\pi L}$$

назв. углом дифракционной структуры

Поскольку проекция пучка в ф. $z=0$, на которой экран находится, пучок гравесового пучка, можно рассматривать как апертуру экрана, на которой задана форма волн. функции, то параксимальный пучок гравесового пучка, который в плоскости экрана имеет форму гравесового пучка.

Параксимальный волновой пучок является пучком параксимальности:

$$\theta_{\text{eff}} = \frac{1}{k\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi a} \ll 1.$$

В области волнового пучка, пучок является пучком гравесового пучка:

$$L_{\text{eff}} = \left(\frac{a}{\theta_{\text{eff}}}\right) = k a^2 \equiv k L^2$$

на которой находится гравесовый пучок. В м-те $z=0$ пучок является пучком гравесового пучка. В м-те $z=L$ пучок является пучком гравесового пучка.

34. Поверхностное приближение теории дифракции скалярного поля на поверхности в плоскости экрана: дифференциальная форма Френеля.

Восстановление принципа Гюйгенса - Френеля, а именно излучения

$$\tilde{u}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left\{ \tilde{u}(\vec{r}') \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikR}}{R} \right) - \frac{e^{-ikR}}{R} (\vec{n} \cdot \nabla' \tilde{u}) \right\} dS$$

Источники находятся далеко и на пов-ти апертура экрана поле.

$$\tilde{u}^0 = \tilde{u}_0(\vec{r}') e^{-ikz}$$

переносимое поле в ф.

$\tilde{u}_0(\vec{r}') = \varphi$ и малое расстояние на поверхности. λ во всем направлении.

Фронт. излучения

$$\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial n} \right)_S = \left(\frac{\partial \tilde{u}^0}{\partial z} \right)_S = \left\{ \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial z} - ik \tilde{u}_0 \right\} e^{-ikz} \Big|_{z=0} \approx -ik(\tilde{u}_0)_{z=0}$$

Для волновых источников Френель имеют в волновой зоне $kR \gg 1$, для фронт. точки R получим.

$$\tilde{u}(P) = \frac{ik}{4\pi} \oint_{S_0} \tilde{u}_0(\vec{r}', 0) \frac{e^{-ikR}}{R} (1 + \cos \theta) dx' dy' \quad (24)$$

$f(\theta)$ фактора внешнего источника.

В поверхностном приближении $\cos \theta \approx 1$ и можно разложить в ряд по малому параметру.

$$\left(\frac{a}{b} \right)^2 \approx \left(\frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_1'|}{z^2} \right)^2 \approx \tan^2 \theta \approx \theta^2$$

$$R = \sqrt{z^2 + |\vec{r}_1 - \vec{r}_1'|^2} = z \sqrt{1 + \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_1'|^2}{z^2}} \approx z + \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_1'|^2}{2z} = \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_1'|^2}{2z^3} + \dots$$

Сделаем оценки: $\frac{ka^2}{2b} = \frac{L_1^2}{2L_1} \approx \pi$. $\sim$ поле, созд. фронт. источниками в з. Р на расст. $\sim b$.

$$k \frac{a^2}{8L_1^3} = \frac{L_1^2}{8L_1} \cdot \left(\frac{a}{L_1} \right)^2 = \frac{\pi}{4} \theta^2 \ll \frac{\pi}{2}$$

Тогда в поверхностном приближении ф-я Френеля для безграничного экрана преобразуется к виду:

$$\tilde{G}_0 \approx \tilde{G}_\pi = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} = -\frac{1}{4\pi z} \exp \left\{ -\frac{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_1'|^2}{2z} - ikz \right\}$$

И выражение (24) после всех упрощений и сокращений примет форму:

$$\tilde{u}_0(P) = \tilde{u}_0(\vec{r}_1, z) + \frac{ik}{2\pi z} \oint_{S_0} \tilde{u}_0(\vec{r}_1', 0) \exp \left\{ -\frac{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_1'|^2}{2z} \right\} dx' dy'$$

и дифференцируется по век. Френеля

$$\Phi_{\pi}: \tilde{G}_0 = \left\{ -\frac{1}{4\pi} e^{-ikz} \right\}, \tilde{G}_\pi = \frac{ik}{2\pi z} e^{-\frac{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_1'|^2}{2z}}$$

Ф-ия Френеля для ур-я, которое удовл. уравнению Helmholtz, амплитуда $\tilde{u}_0(\vec{r}_1, z)$ поля падающего на волновой фронт, называемая также числом амплитуды.

35. Трансверсальное (диффузионное) ур-е для амплитуды поля падающего волнового пучка в цилиндрической среде

Ищем для распространения параллельного волнового пучка

$$\hat{U}(P) \equiv \hat{U}(\vec{r}) = \hat{U}_0(\vec{r}, z) e^{-ikz}$$

$\hat{U}_0(\vec{r}, z)$ - амплитуда поля, которого пучок в поперечном и продольном направлениях на расстояниях ρ и z .

Подставим это в ур-е Гельмгольца: $\Delta \hat{U} + k^2 \hat{U} = 0$

$$\Delta_{\perp} \hat{U}_0 + \left(\frac{\partial^2 \hat{U}_0}{\partial z^2} \right) - k^2 \hat{U}_0 = 0$$

Оценим:

$$\left| \frac{\partial^2 \hat{U}_0}{\partial z^2} \right| \sim \frac{|\hat{U}_0|}{\rho_{\perp}^2}, \quad \Delta_{\perp} \hat{U}_0 \sim \frac{|\hat{U}_0|}{\rho_{\perp}^2}, \quad k \left| \frac{\partial \hat{U}_0}{\partial z} \right| \sim k \left| \frac{\hat{U}_0}{\rho_{\parallel}} \right| \sim \frac{2\pi |\hat{U}_0|}{\rho_{\parallel} \lambda}$$

И далее говорим, что верно, что $\frac{\partial^2 \hat{U}_0}{\partial z^2}$ мало, не освещено!

Условие параксиальности:

$$\kappa_{\perp}^2 \ll \kappa_z^2 \Rightarrow \frac{\rho_{\perp}^2}{\lambda^2} \ll \frac{\rho_{\parallel}^2}{\lambda^2} \Rightarrow \rho_{\perp} \gg \rho_{\parallel}$$

Рассмотрим поле в виде суперпозиции:

$$E(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(k_x) e^{-ik_x x - i\sqrt{k^2 - k_x^2} z} dk_x \sim \text{как сумма плоских волн}$$

$$\sqrt{k^2 - k_x^2} = k \sqrt{1 - \frac{k_x^2}{k^2}} \approx k \left(1 - \frac{1}{2} \frac{k_x^2}{k^2} - \frac{1}{8} \frac{k_x^4}{k^4} \right)$$

$$\Rightarrow E(x, z) = e^{-ikz} \int_{-\infty}^{+\infty} E(k_x) e^{-ik_x x + i \left(\frac{k_x^2}{2k} + \frac{k_x^4}{8k^3} + \dots \right) z} dk_x$$

Хотим преобразить $\frac{k_x^4}{8k^3} z \ll 1 \Rightarrow \frac{\rho_{\perp}^4}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{8} \frac{\lambda_{\parallel}^3}{(2\pi)^3} z \ll 1$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{\rho_{\parallel} z}{\rho_{\perp}^2} \ll 4 \left(\frac{\rho_{\perp}}{\lambda} \right)^2 \right\} \text{ условие диффузионной зоны.}$$

т.е. в зоне Фраунгофера: $\rho^2 \gg 1 \Rightarrow \frac{\rho_{\parallel} z}{\rho_{\perp}^2} \gg 1$

И далее ослера верно, что при больших z выполняется

$$\frac{\Delta_{\perp} \hat{U}_0}{\hat{U}_0} \sim \frac{\rho_{\parallel}^2}{\rho_{\perp}^2} \gg 1$$

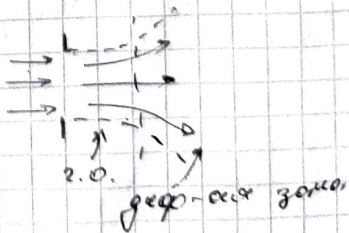
$$\Rightarrow \left(\frac{\partial^2 \hat{U}_0}{\partial z^2} \right) + 2k \Delta_{\perp} \hat{U}_0 = 0$$

ур-е диффузии комплексной лучевой амплитуды поля

$D = \frac{i}{2k}$ - коэф-т диффузии

$$\left(\frac{\partial^2 \hat{U}_0}{\partial z^2} \right) \sim \frac{|\hat{U}_0| \lambda \rho_{\parallel}}{\rho_{\parallel}^2 |\hat{U}_0| \lambda^2} \sim \frac{\lambda}{\rho_{\parallel}} \ll 1$$

приближ. справедливо $\lambda \ll \rho_{\parallel}$



диф-ая зона

88. Решим параболическое уравнение для амплитуды поля параболического волнового луча: диффузия амплитуды, ф-я Грана, дифракционная ф-я Френеля. Можно сказать, что параболическое уравнение (4) получается из уравнения Грана, если положить $\psi(\vec{r}, z) = U_0(\vec{r}, z) e^{-ikz}$

$$\left(\frac{\partial U_0}{\partial z}\right) + \frac{i}{2z} \Delta_{\perp} U_0 = 0 \quad (4)$$

Решим параболическое уравнение (4), заключаемся в определении канон. амплитуды поля $U_0(\vec{r}_1, z)$ в произвольном сечении $z = \text{const}$. по заданному значению $U_0(\vec{r}_1, 0)$.

Канонический преобразование можно добиться, что

$$U_0(\vec{r}_1, z) = \frac{ik}{2\pi z} \int U_0(\vec{r}_1', 0) e^{i\frac{k}{2z}(\vec{r}_1 - \vec{r}_1')^2} d\vec{r}_1'$$

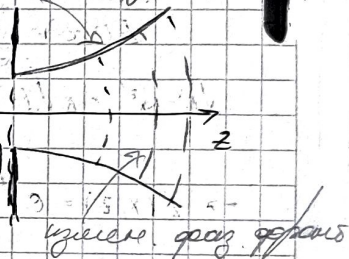
является решением уравнения диффузии (4). Это означает, что

$$G_{01} = \frac{ik}{2\pi z} \exp\left\{-i\frac{k}{2z}(\vec{r}_1 - \vec{r}_1')^2\right\} \text{ явл. р. я Грана для (4)}$$

Диффузия амплитуды:

при рассмотрении амплитуды $U_0(\vec{r}_1, z)$ имеет, так, будто бы произошла диффузия амплитуды в направлении z . Показатель разности диффундирует в область, в которой его не было, наряду с диффузией абс. величин амплитуды попл. диффузия фазы - фазовый амплитуды U_0 иррегулярное фазовое распределение.

Решение дифф. урав. совпадает с разд. ф-ей Френеля (вспр. 34) - оба напр. справедливы в дифракционной области, но в разных случаях (исчислений. среды) исл. дифф. урав. (между прочим)



39. Связь продольного и поперечных компонентов напряженной полевой системы, векторного поля параксиального электромагнитного пучка. Рассматриваем градиентную среду, поле представим в виде:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}_\perp, z) e^{-ikz}$$

и мало изменяется в поперечном и продольном напр-х на длине волны λ (см. 35) амплитуда

Рассмотрим область свободной пр-ва, где поле не имеет сторонних источников, из др-аб Максвелла:

$$\text{div} \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

$$\Rightarrow \text{div}_\perp \vec{E}_\perp + \frac{\partial E_z}{\partial z} - i k E_z = 0$$

Узнавательно полагем, что E_0 медленно мен. амплитуда, $\Rightarrow$ производная мала, $\Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial z} \approx 0$. Можно по-другому: мед. в зоне Фраунгофера мала диф-ое пр-е.

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \Delta_\perp E_0 = 0$$

Это оправдано при условии

$$\frac{k |E_0| \Lambda_\perp^2}{\Lambda_\perp \cdot |E_0|} \gg 1 \quad \text{из условия квазиплоскости}$$

$$k \Lambda_\perp \gg 1 \quad ! \quad \left(\frac{\lambda}{\Lambda_\perp} \ll 1 \right)$$

В противном случае рассмотрим:

$$\frac{k |E_z| \Lambda_\perp}{|E_z|} \Rightarrow \gg 1 \quad (\text{т.е. можем пренебречь } \frac{\partial E_z}{\partial z})$$

$$\Rightarrow \left\{ \text{div}_\perp \vec{E}_\perp \approx i k E_z \right\} \quad \text{или} \quad E_z = \frac{1}{i k} \text{div}_\perp \vec{E}_\perp$$

Абсолютная величина продольной составляющей поля рассеянного пучка, оказывается малой по сравнению с абс. величинами поперечных компонентов:

$$\frac{|E_z|}{|E_\perp|} \sim \frac{1}{k \Lambda_\perp} \equiv \Theta_F \ll 1 \quad \text{для параксиальных пучков}$$

Таким образом, поперечные компоненты векторной напряженной полевой системы параксиального волнового пучка эл. поля опр-ся из решения

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}_\perp, z) = \frac{i k}{2\pi z} \iint_{z_0} \vec{E}_\perp(\vec{r}'_\perp, 0) \exp\left[-\frac{i k |\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp|^2}{2z}\right] d\vec{r}'_\perp$$

параболического ур-я:

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \Delta_\perp E_0 = 0$$

38. Сферический источник радиосигналов радиомачтовый базовый пункт.
Восстанавливаем преобразование Фурье и представляем поле параксимального
волнового пучка в виде суперпозиции плоских волн.

$$\tilde{u}(\vec{r}) = \tilde{u}_0(\vec{r}_1, z) e^{-ikz} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_0(\vec{k}_1) e^{-i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r})} d\vec{k}_1$$

интеграл по параксимальным волнам.



Преобразуем:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_0(\vec{r}_1, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_0(\vec{k}_1) e^{-i[(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1) + (k_z z)]} d\vec{k}_1 = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_0(\vec{k}_1) e^{-i[(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1) + \sqrt{k^2 - k_1^2} z]} d\vec{k}_1 \end{aligned}$$

Из условия параксимальности: $\frac{k_1}{k} \ll 1$

$$\Rightarrow \sqrt{k^2 - k_1^2} \approx k \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k^2}} \approx k \left(1 - \frac{1}{2} \frac{k_1^2}{k^2} - \frac{1}{8} \frac{k_1^4}{k^4} + \dots\right)$$

Преобразуем:

$$\tilde{u}(\vec{r}) = e^{-ikz} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_0(\vec{k}_1) e^{-i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1) + i\left(\frac{k_1^2}{2k} + \frac{k_1^4}{8k^3} + \dots\right)z} d\vec{k}_1$$

Для оценки масштабов можно апп-ть, взяв $|\vec{k}_1| \approx \alpha$ меру угла
электр. вектора $|\Delta \vec{k}_1| \approx |\vec{k}_1|$ с осью пучка z и пред-
ставив в качестве z точку наблюдения R на расстоянии:

$$L_n = \frac{L_F}{2\pi n}; \quad L_F \approx k\alpha^2$$

Пок-ль экспонент: сравним два слагаемых.

$$\frac{k_1^2 z}{2k} \sim \frac{\delta k^2 \cdot L_F}{L_F^2 z} \approx \frac{4k^2 \cdot k\alpha^2}{k_1^2 \cdot 2\pi n} \approx \frac{2\pi n}{k_1^2} \sim \frac{2\pi n}{\alpha^2} \sim \frac{2\pi n}{2\pi n} = 1$$

параксимального пучка. $\Rightarrow$ можно преобраз.

В области $\frac{k_1^2 z}{2k} \ll 1 \Rightarrow$ зона пом. области.

$\frac{k_1^4 z}{8k^3} \ll 1 \Rightarrow$ диффракционная зона.

$$\Rightarrow \tilde{u}_0(\vec{r}_1, z) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_0(\vec{k}_1) e^{-i[(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1) - \frac{k_1^2}{2k} z]} d\vec{k}_1 \quad (*)$$

Будем считать, что это поле афф. с. в результате дифракции ко-
эффициент z_0 , который в м-ти $z=0$. Пусть также известно это поле,
тогда определим Фурье-образ:

$$\tilde{u}_0(\vec{k}_1) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \tilde{u}_0(\vec{r}_1, 0) e^{+i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1)} dx dy$$

Подставив это в (*) и проинтегрировав по параксимальным k_x, k_y
получим дифф-ную ф-лу Фурье:

Т.о., использование электр. преобр. для афф. координатного
аппаратуры $\tilde{u}_0(\vec{r}_1, z)$ по электр. координатам $\tilde{u}_0(\vec{k}_1)$ эквивалентно
параксимальному приближению в рассматриваемых условиях.

39 Квазиоптический оператор преобр-я поля параксимального луча в свободном пр-ве.

Матрица, с помощью которой опис. преобр. сохраняет лучи в в.о., имеет свое аналог в квазиоптической теории растр-я параксимальных волновых пучков в виде операторов преобр-я пучков амплитуд.

Была $\hat{G}(z)$ - матрица-оператор параксималь.

Значение на некоторой пов-ти по эквивалентно втор. источнику, излучающим в свободном пр-ве. В частности, втор. источник в виде точечного на пов-ти $z=0$ поля $\psi_0(\vec{r}', 0)$, излучает в обл. z поле $\psi_0(\vec{r}, z)$, которое раскладывается в относительно диф-ю ф-ция Френеля. Это может рассматриваться применен к каноническому случаю, когда пов-ть $z=0$ экв. лучу. Волнов. и инвариант берется в бек. пределах.

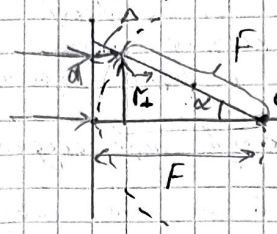
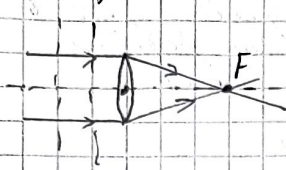
Фактически к каноническому случаю сводится решение задачи волнового луча в свободном пр-ве по его излучению точечным в некоторой пов-ти $z=0$.

Это значит, что дифр. ф-ция Френеля для распада в свободном пр-ве поля точечного источника определяется преобр. поля параксимального луча на границе дифракции ф-ция в квазиоптической приближении теории распространения возмущенного излучения.

Более для сокращения записи такого интегрального соотношения. Оператор преобр. поля вводится обозначение

$$\psi_0(\vec{r}, z) = \frac{iK}{2\pi z} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0(\vec{r}', 0) e^{-\frac{iK(\vec{r}-\vec{r}')^2}{2z}} d\vec{r}' = \hat{G}_{1/2} \psi_0(\vec{r}', 0)$$

10. Взаимодействие сферического преобр-я поля падающего луча точкой линзы.
 Для лучей - они сходятся в фокусе F



Плоская волна преобр. линзой в сферическую, сходящуюся на F. Следовательно, на линзе возникнет фронт задерживаемый центром волнового фронта по отношению к точкам на периферии. Пространство задерживается центрального луча по отношению к периферийному, что он предполагается.

отклонение и периферийному дойдут одной оптической длине. В результате возникнет разность хода Δ двух соответствующих лучей в направлении оси симметрии.
 Для плоской волны и линзы с большим фокусным расстоянием ($\alpha = \frac{r}{F} \ll 1$) разность Δ :

$$\Delta = F - \sqrt{F^2 - r^2} = F \left[1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{F^2}} \right] \approx \frac{r^2}{2F}$$

Отсюда разн. в периферийной и центральной фазе, от центральной:

$$\left(\frac{\omega}{c} \right) [\varphi(z_{\text{вн}}, \vec{r}_\perp) - \varphi(z_{\text{вн}}, \vec{r}_\perp = 0)] = - \left(\frac{\omega}{c} \right) \cdot n \cdot \Delta \approx - n \frac{r^2}{2F}$$

φ - фазовый, n - волновое число, n - коэф-т преломления.

Полная линза бесконечно тонкая, $z_{\text{вн}} - z_{\text{вх}} = \Delta z = 0$.

$$\left\{ U_0(z_{\text{вн}} = z, \vec{r}_\perp) = U_0(z_{\text{вх}} = z, \vec{r}_\perp) e^{i k \frac{r^2}{2F}} \right\}$$

Таким образом, тонкая линза работает как беск. тонкий квадратичный корректор фазы поля падающего волнового фронта.

В волновом описании для эйконала:

$$\varphi_{\text{вн}}(\vec{r}_\perp, z) = \varphi_{\text{вх}}(\vec{r}_\perp, z) - \left(\frac{n r^2}{2F} \right)$$

электрический эйконала, а также связь комплексного комплексного вектора:

$$(n \vec{S}_\perp)' \equiv \nabla_\perp \varphi_{\text{вн}} = \nabla_\perp \varphi_{\text{вх}} - \frac{n \vec{r}_\perp}{F} \equiv (n \vec{S}_\perp) - \left(\frac{n}{F} \right) \vec{r}_\perp$$

Это соотношение только истинно для преобр. линзы коэф. линз. Волна

$$\frac{\vec{r}_\perp}{F} = \begin{pmatrix} \frac{1}{F} & -\frac{n}{F} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

А для $\vec{r}_\perp' = \vec{r}_\perp$ - расстояние второй поверхности, что лучи входят и выходят из линзы и так же точки (линия точка).

Таким образом, действие тонкой линзы на прод. излучение описывается умножением на фазовый множитель:

$$\frac{n}{F} = e^{i k \frac{r^2}{2F}}$$

Связь полей:

$$\left\{ \begin{aligned} U_{\text{вн}} &= U_{\text{вх}} e^{i k \frac{r^2}{2F}} \\ &= \frac{n}{F} U_{\text{вх}} \end{aligned} \right\}$$

1. Препар. ассиметрич., приведенная фазового фронта и интерференционного, поля на поверхности спектрум, дуги нулевой фазы при разл-ии в однородном пр-ве.

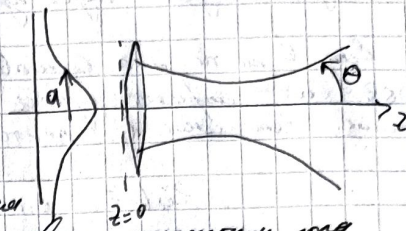
Дифференциальное свободное р-во явл. типичным примером нелинейного дифференциального уравнения. Для решения дифференциального уравнения оператор преобраз. в интегральную форму в своб. р-ве и оператор преобраз. в дифференциальную форму в своб. р-ве.

полн. в своб. пр-ве и оператор г-р. полн. пилот.
Рассм. и рассм. е. трансформированного волнового уравн. в плоской форме,
полн. которого при $z=0$ имеет ст. форм. волн. фронт.

Длина г нити $F = R_0 \sqrt{\cos \theta}$ на фото r_2

Здесь γ — номер $r = k_0$, число импульсов.

$$\psi_0(r, 0) = \sum_R \psi_0(r, 0) = e^{\frac{ik_0^2}{2\hbar\omega}} \psi_0(r, 0) = \psi_0 e^{-\frac{r^2}{2\hbar\omega}} e^{\frac{ik_0^2}{2\hbar\omega}}$$



Заслуживает ли интегральный психофизиологический
отклик предв. поля в своб. н-ве 6% Голушиа
в производимой поже области 2-го шиповидно
в форме гусеницы жука.

$$G_{\frac{3}{2}} \sim G(\vec{r}_1, 0) = \frac{ik}{2\pi\epsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} U_0(\vec{r}_1', 0) e^{-\frac{ik(\vec{r}_1 - \vec{r}_1')^2}{2z}} d\vec{r}_1'$$

$$\Rightarrow \tilde{U}_0(\vec{r}_\perp, z) = \frac{1}{2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} U_0 \exp\left\{-\frac{r_\perp^2}{2\sigma_0^2} + i \frac{\kappa r_\perp^2}{2R_0}\right\} \exp\left\{-i \frac{\kappa r_\perp^2 - \vec{r}_\perp^2}{2z}\right\} d^2r_\perp =$$

Умножено в мн-ти $z = \text{const} > 0$, поперечный размер:

$$a^2(z) = a_0^2 \left\{ 1 - \left(\frac{z}{R_0} \right)^2 + \left(\frac{z}{R_0 a_0^2} \right)^2 \right\}$$

Уравнение сферического волнового фронта:

$$\frac{1}{R(z)} = \frac{1}{R_0} \left\{ \frac{1 - \frac{z}{R_0} - \frac{z^2}{R_0^2}}{\left[1 - \frac{z}{R_0}\right]^2 + \left(\frac{z}{R_0}\right)^2} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ -1 + \frac{2z}{R_0^2} \left[1 - \left(\frac{z}{R_0}\right)\right] \right\}$$

$\Rightarrow$ Гауссов, т.к. при разлагании в свободном ф-ве сохраняются структура потоков (независимая гауссовым).

Существование γ зависит по закону:

$$\frac{\hat{I}(\vec{r}, z)}{\hat{I}(\vec{r}, 0)} = \frac{a_0^2}{a^2(z)} \quad \leftarrow \text{wg} \quad I(\vec{r}, 0) = |u_0(\vec{r}, 0)|^2$$

48. Условная дифракционная расходимость поля распр-ия сфокусиро-
ванного гауссова пучка.

Угол расходимости поля гауссова пучка на уровне e^{-1} по
интенсивности опр-ен как

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \left\{ \frac{a(z)}{z} \right\} = 0$$

Получили для гаус. пучка: $a(z) = a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{z}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{z}{\kappa a_0}\right)^2}$ цилиндрич. пучка

Если в м-ти $z=0$ входовой фронт пучка выпуклый ($R_0 > 0$), то вблизи
 $0 \leq z \leq z_{\text{св}}$ цилиндрич. пучка будет дивергировать (см. предыдущий вопрос.) и достигнет
миним. величины в м-ти:

$$z_{\text{св}} = \frac{R_0}{1 + \left(\frac{R_0}{\kappa a_0}\right)^2} \approx \frac{R_0}{1 + \chi^2}$$

В этой м-ти будет минимальная цилиндрич. пучка.

$$a^2(z_{\text{св}}) = a_0^2 \left[\frac{\left(\frac{R_0}{\kappa a_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_0}{\kappa a_0}\right)^2} \right] = a_0^2 \left(\frac{\chi^2}{1 + \chi^2} \right) \text{ где опр-ен параметр } \chi$$

где $\chi = \frac{R_0}{\kappa a_0}$ - дивр. длина $\approx \frac{1}{2}$

Интуитивно в области $z \gg R_0$
цилиндрич. сфокусированного пучка
расход. пучка расходимость

$$a(z) \approx z \sqrt{\left(\frac{a_0}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{1}{\kappa a_0}\right)^2}$$

По условию расходимость: неп-н опр-е:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{a(z)}{z} = 0 = \sqrt{\left(\frac{a_0}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{1}{\kappa a_0}\right)^2}$$

~ т.е. угл. расходимость окан. больше
дифракц. расходимости пучка,
который имеет ту же амплитуду a_0 и
тот же фронт фронто.

Дополнительный мин. появляется из-за минимизации дифракции

Связ. с мин. расходимость $\theta_{\text{до}} = \frac{a_0}{R_0}$
можно назвать миним. расходимостью, поскольку она опр-ен
минимально возможной расходимостью поля входового пучка
т.е., дифракция всегда приводит к увеличению расходимости,
полная расходимость гауссова пучка опр-ен по формуле Липсона

43. Открытые цинкородные пики (природный урановый элемент), передача энергии: энергетическая среда природн. сред.

Озарили нас. и перепутывали линии передачи буря называет
перепутывали центр облаков линии передачи слово полюс.
Кабанье ниже всех линий.

Поскольку физические размеры зерен
конечны, то предельно возможная длина
сетки только такие миним. периоды, в
которых поперечный размер меньше наибольшего цифры
периода. Внешнего луча света, что длина периода на
длинах структур меньше можно сказать несущественными.

Открытые линии передачи образуют
основными свойствами всех линий передачи
цилиндрического типа, в них идут собственные
типы (моды) волн, у которых поперечная структура поля остр-онч
образом связана с поперечными изгибов линии. В
отличие от волноводов, плоских или круглых, в
которых поперечная структура поля не зависит от
всех других параметров, для линий передачи св-ва зависят
поперечной поперечной структуры поля, которая, уменьшаясь в
пропорции между поперечными размерами, только повтор. через период
изменяется.

Волн. - это в линии, передачи, которая

т.е. агрег. может существовать только в жидкой фазе, которая
состоит из строго перид. поли-т. фазовых сферул.

В окрестностях линии предельной в предельном камере элемент, который
вспрашивается до или несколько особей семейств, в которых
поверхность фазового фронта плоская. Особое внимание должно
найти, что симметрично пр-ва и взаимного условия разности. лог.

Всплеск, в пикового пикни перерыв, особыми явл. сечения
в среднем, которого дробного корректора и, если пикни
сочетании, то ещё и в сферике рассеивания послед. пикни.

В этих условиях фазовые функции поля могут в силу симметрии считаться равными нулю.

симметричные системы, для нас очень важны.
Решивший вопрос, решения симметричного ур-я для
линейной аппроксимации поля, зависело от содержания его ядра.
Ядро ур-я имеет наиболее простую симметричную форму,
если имеем функцию по выводу элемент. ядра периодич.
свойств была ограничена свободным симметричным. Поэтому
обстоятельство, обусловленное упреждающей процедурой ур-я
структуры поля, имеет в своем смысле.

Наблюдения интер. др-е для пучковой теплицы поля в пучковой линии
проектиро типа: { { {

$$F_1 = F_2 = F \quad \alpha \quad \Delta_1 = \Delta_2 = \frac{1}{2} l$$

Прерываю связь чисел с темпем поля моды $\tilde{u}_0(\vec{r}_1, 0)$ и $\tilde{u}_0(\vec{r}_2, 4)$
в $z=0$ и $z=4$ для соседних мод в операторной базе

указано, что при прохождении плавящего фазового преобразователя поле уменьшается так же, как при прохождении линии с двойками

$$\tilde{U}_0(\vec{r}_\perp, L) = \tilde{\rho} \tilde{U}_0(\vec{r}_\perp, 0) \quad (2)$$
$$\tilde{\rho}(\vec{r}_2, 0) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}(\vec{k}, 0) \exp \left[\frac{i k^2}{2L} + i k \frac{|\vec{r}_2|^2 + |\vec{r}_1|^2}{4F} \right] d\vec{k} \quad (13)$$
$$u_0(x, 0) = \tilde{X}(x) \tilde{Y}(y) \quad (4)$$
$$\hat{p}_r \hat{V}(\vec{r}) = \int \frac{1}{V_{\text{tot}}} \int V(\vec{s}) \exp\left[-i \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}}{2L} + i \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{L} - i \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}}{2L} \frac{\vec{s}^2}{4L}\right]$$

$$g = 1 - \frac{L}{2F}$$

~ процесс фигурирования ~ с попом. этого попрана
 дублируется фигурировка попна душка корсетов
попна

Однокмерное др-е Фредериксона:

Его решением явл. гр-ия Эрмита.

оформление которых является полнотелой, однородной, непрерывной массой на протяжении всего в целом жизни.

Коэф-т $\eta_m(\eta)$ при экспон. слагаемых, коэф. поправки
или η_m η^2 η^m η^2

$$\Rightarrow H_0(\eta) = 1; \quad H_1(\eta) = 2\eta; \quad H_2(\eta) = 4\eta^2 - 2$$

Р-ан. Эрмита, $\psi_m(z)$ довн. доведенно

соединено попарно в области

отдел экон. экон. упр. ф-ции администр.

$$p_m = (g + i\sqrt{4 - g^2})^{m+0,50} = \exp(i(m+0,50) \arccos g)$$
$$\tilde{p}_{m+n} = \tilde{p}_m \cdot \tilde{p}_n = (g + i\sqrt{g^2 - 1})^{m+n+1} = \exp\{i(m+n+1) \arccos g\}$$

48. Профильные структуры имеют вид открытой линзовидной линзы.

1) Зр-е на свободном пространстве для профилей линзы:

$$\tilde{u}(\vec{r}_1, z) = \tilde{r} \tilde{u}_0(\vec{r}_1, 0) \quad ; \quad \tilde{u}_0(\vec{r}_1, 0) = \tilde{X}(x) \tilde{Y}(y)$$

имеет в виде произведений ф-ий Эрмита.

$$\tilde{u}_{mn}(\vec{r}_1, 0) = \tilde{u}_0 \tilde{w}_m\left(\frac{x}{a_0}\right) \cdot \tilde{w}_n\left(\frac{y}{a_0}\right) = \tilde{u}_0 H_m\left(\frac{x}{a_0}\right) H_n\left(\frac{y}{a_0}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2a_0^2}}$$

поперечная структура поля перед линзой

для $m=n=0$ поле имеет структуру поля гауссова (или основного) луча и представляет собой симметричный гауссов пучок.

2) Поверхность, за которой поле луча оказывается экв. деформированным, свл. кривизной. В профиле линзы имеем симметр. деформированное поле от поперечных кривизн $m \neq n$ имеем кривизну поверхности перед линзой $z = \text{const}$ перед собой открытость радиуса в единицу $z=0$ ее радиус:

$$(r_1)_m \equiv a_m \equiv a_0 \gamma_m = \sqrt{\frac{L}{\kappa}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-q^2}} \sqrt{2m+1} \equiv a_0 \sqrt{2m+1}$$

Внутри кривизмы пов-ти сферического фактически вся мощность, переносимая лучом.

3) Радиус кривиз. пов-ти сферического луча $m=n=0$ свл. с a_0 и зависит от параметров профилей линзы:

$$a_0^2 = \kappa \sqrt{1-q^2} = \kappa \sqrt{L(4F-L)} \quad ; \quad q = 1 - \frac{L}{4F}$$

4) Условия существования энергетически реализуемого луча в асимм. профиле линзовидной линзы свл. условие

$$|q| < 1 \Rightarrow -1 < 1 - \frac{L}{2F} < 1$$

4) Каслопакт векторной пучковой асимметрии поля перед линзой передается оптически излучением в области друг с другом для поле. ~~в~~ асимм. профиле пучков. Поверхность поперечной структуры поля имеет так назыв. квадратичный характер: поле поперечной структуры фактически квадратично свл. асимметричным каслопактом. Это свойство является основой для открытой линзы перед линзой кривизны линзы. $\tilde{u}_{mn}$ - микроскоп.

5) В пр-ве внутри эллипсоидальной линзы перед линзой, естественно структура поля перед линзой изменяется как для микр. коррекция фазы в линзе, так и для эффекта дифракционного рассеивания поля луча в области, окружающей эту линзу.

Пол. в произвольном сечении $z = \text{const}$; $z \in (0, L]$ поле $\tilde{u}(\vec{r}_1, z) \in \tilde{u}_{mn}$:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{mn}(\vec{r}_1, z) &= \hat{C}_{z, \kappa} \cdot \tilde{T}_{z, F} \cdot \tilde{u}_{mn}(\vec{r}_1, 0) = \sqrt{\frac{i \kappa L}{2\pi z}} \int \tilde{w}_m\left(\frac{x'}{a_0}\right) \tilde{w}_n\left(\frac{y'}{a_0}\right) \exp\left[-\frac{\kappa x'^2}{2a_0^2} + i \kappa \frac{|\vec{r}_1|^2}{4F} - \frac{i \kappa |\vec{r}_1 - \vec{r}'|^2}{2z}\right] d\vec{r}' = \\ &= \frac{\tilde{u}_0 \cdot \tilde{w}_m\left(\frac{x}{a_0}\right) \cdot \tilde{w}_n\left(\frac{y}{a_0}\right)}{\sqrt{(1 - \frac{z}{2F})^2 + (\frac{z}{\kappa a_0^2})^2}} \exp\left[\frac{-i \kappa x^2}{2R(z)} + i(m+n+1)\beta(z)\right] \end{aligned}$$

(41)

$R(z)$ и $\beta(z)$ имеем как в прошлом параграфе, только вместо $a_0 \equiv 2F$

Доп. излученные фазы поднесовой волны, аккомпанирующей расеб 2 от главного генератора.

$$(m+n+1) \cdot \frac{2}{2F} \approx (m+n+1) \cdot \text{соед. фазы} \cdot \frac{2/\kappa\omega^2}{1 - \frac{2}{2F}}$$

Во второй свободной секции $z = \frac{b}{2}$ (в свободном пр-во внутри эллиптической ячейки) расеб, а именно, плоскости фазового фронта волны оказываются плоскими ($R(\frac{b}{2}) = 0$), а ширина гаус. пучка минимизируется ($\alpha(\frac{b}{2}) = \alpha_{\min}$) и измеренная ширина фазового фронта волны минимизируется в пределах.

б) Изменяя расстояние между волнами, можно менять величину TE_{100} и, следовательно, излучаемую мощность фазового фронтального излучения. Изменяя расстояние между волнами, можно менять величину TE_{100} и, следовательно, излучаемую мощность фазового фронтального излучения.

По сур-но излучаемая фазовая фронтальная волна.

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{q(z)}{z} \right) = 0 = \sqrt{\left(\frac{1}{2F} \right)^2 + \left(\frac{1}{\kappa\omega^2} \right)^2} = \left\{ 1 / \sqrt{4(4F-1)} \right\}^{1/2} = (1/\kappa F \sqrt{5-9})^{1/2}$$

поэтому, излучаемая фазовая фронтальная волна.

$$q(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2F} + \frac{1}{\kappa\omega^2} \right) z^2$$

Когда $b = 2F$, фазовый фронт волны минимизируется в одной точке, и поэтому излучаемая фазовая фронтальная волна минимизируется.

к 46) Вспомогательная (4-6)

а) Излучаемая фазовая фронтальная волна имеет квадрупольный характер: поле локализовано практически в одной секции, минимизируется ширина фазового фронта (фронт. волн. в $\frac{1}{2F}$ раз меньше поперечной). Это обеспечивает заданное соотношение между фазовым фронтом волны и фазовым фронтом волны. Вспомогательная фазовая фронтальная волна минимизируется в одной точке, и поэтому излучаемая фазовая фронтальная волна минимизируется.

б) + Во второй свободной секции $z = \frac{b}{2}$ расеб, а именно, плоскости фазового фронта волны оказываются плоскими ($R(\frac{b}{2}) = 0$), а ширина гаус. пучка минимизируется ($\alpha(\frac{b}{2}) = \alpha_{\min}$) и измеренная ширина фазового фронта волны минимизируется в пределах.

$$\frac{1}{2F} > \frac{1}{R} \approx 0 > \frac{1}{2F}$$

на величину $\frac{1}{F}$, которую компенсирует ширина, а ширина пучка волны от $\alpha_{\min}$ в секции минимизируется до $\alpha_{\min}$ в $\frac{1}{2}$ раз. Изменяя расстояние между волнами, можно менять величину TE_{100} и, следовательно, излучаемую мощность фазового фронтального излучения.

18. Условие существования энергетически разрешенного мур в идеализированной сферич. симметричной линии. переран

Поверхностная структура поля мур рассматр. сферич. линией переран в

м-ву $z=0$ опр. произв. x и y осей Эрмита:

$$\tilde{U}_{mn}(\vec{r}_\perp, 0) = \tilde{U}_0 W_m\left(\frac{x}{a_0}\right) \cdot W_n\left(\frac{y}{a_0}\right) = \tilde{U}_0 H_m\left(\frac{x}{a_0}\right) \cdot H_n\left(\frac{y}{a_0}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2a_0^2}}$$

Поверхность, за которой поле мур оказывается экспоненциально затухающим, является каустикой. Внутри каустической пов-ти сферического мур влч. мощность, переносимая муром.

Вдоль каустической пов-ти тавтолог. симметричной мур $m=n=0$ совп. с функцией a_0 пуанка, которая в сечении $z=0$ зависит сложным образом от F и L рассматриваемой фазовой линией

$$a_0^2 = \frac{L}{\kappa \sqrt{1-g^2}} = \frac{2LF}{\kappa \sqrt{4(F-L)}} \\ g = 1 - 2F$$

когда $L=2F$. В этом случае фокус обр. совпадает мур находится в одной точке, и поэтому такая муровая линия назыв. конфокальной.

В случае $g=1$, когда $F \rightarrow \infty$ и фокусировка идеальна, а также в случае $g=-1$, когда $L=4F$ и фокусировка, наоборот, очень плохая, полноты размер мур, тем не менее, очень высок. Разница, это означает малую эффективность сферич. муровой линией для фокусировки энергии светового поля.

В области $|g| > 1$, где функцию описывается комплексной, решение в виде ф-ий Эрмита теряет физ. смысл. Физ. таких параметров муровая линия совб. ф-ии ур-я:

$$\tilde{r}_\perp \tilde{V}(z) = \sqrt{\frac{i\kappa}{2L}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}(\xi) \exp\left[-i\frac{g\kappa}{2L} z^2 + i\frac{\kappa}{L} z \cdot \xi - i\frac{g\kappa}{2L} \xi^2\right] d\xi$$

и показат. в пр-ве и поэтому квадратично не интегрируема. Такие мур не могут возбудить по энергетическим соображениям.

$\Rightarrow$ Условие существования энергетически разрешенного мур в идеальной фазовой линией муровой линией (с симметр. расслоением свдв. корректоров) мур. условие

$$|g| < 1 \Rightarrow -1 < 1 - 2F < 1.$$

48. Числовая расходимость поля, излучаемого из отверстия линии передачи (или из резонатора) в свободное пр-во.

Числовая расходимость сфокусированного пучка поля излучается ТЭЛЛО - лентой, выходящего из последнего фазового корректора открытой линии передачи в свободное пр-во (проблемо излучения некоторой "эффективной антенны"), в соотв. с окр-ти

$$a_0^2 = \frac{L}{\kappa \sqrt{1-g^2}} = \frac{a L F}{\kappa \sqrt{L(4F-L)}}$$

$$\Rightarrow Q = \lim_{z \rightarrow \infty} \left(\frac{Q(z)}{z} \right) = \sqrt{\left(\frac{a_0}{2F} \right)^2 + \left(\frac{1}{\kappa a_0} \right)^2} = \left(\frac{\lambda}{\pi \sqrt{L(4F-L)}} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{\kappa F \sqrt{1-g^2}} \right)^{1/2}$$

и макс. минимальная

$$Q_{min} = \left(\frac{\lambda}{2\pi F} \right)^{1/2}$$

для конформальных ($L \approx 2F$) линии передачи (резонаторов)

(62)

19. Решения ур-я Фредерикса: собств. значения (каждое - трансформация поля относительно периода системы) и постоянные распр-я ДЕМН - ядер.

Ур-е Фредерикса второго рода с симметричной ядром:

$$(*) \quad \tilde{\rho} \tilde{U}_0(\vec{r}_1, 0) = \frac{1}{2\pi L} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}_0(\vec{r}_2, 0) \exp \left[-\frac{i\kappa |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2}{2L} + i\kappa \frac{|\vec{r}_1|^2 + |\vec{r}_2|^2}{4F} \right] d\vec{r}_2 \quad (3)$$

Из симметрии ядра по коорд. x и y :

$$\tilde{U}_0(\vec{r}_1, 0) = \tilde{X}(x) \cdot \tilde{Y}(y) \quad (4)$$

Зде каждая из ф-ий (4) удовлетворяет одномерному интегр. ур-ю Фредерикса:

$$\tilde{r}_1 \tilde{V}(\tilde{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{V}(\tilde{r}) \exp \left[-i \frac{g\kappa}{2L} \tilde{r}^2 + i \frac{\kappa}{L} \tilde{r} \cdot \tilde{r} - i \frac{g\kappa}{2L} \tilde{r}^2 \right] d\tilde{r} \quad (5)$$

Решением этого ур-я явл. ф-ия Фришета:

$$V_m(\sqrt{1-g^2} \sqrt{\kappa/L} \cdot \tilde{r}) = \tilde{V} w_m(\tilde{a}_0) = \tilde{V} H_m(\gamma) \exp \left(-\frac{\gamma^2}{2} \right) \leftarrow \text{собств. ф-ия ядра Фредерикса}$$

Из теории решения интегральных ур-ий типа (3) известно, что собств. ф-ии совп. собств. значения:

$$(*) \quad \tilde{\rho}_m = (g + i\sqrt{1-g^2})^{m+0.50} \equiv \exp \{ i(m+0.50) \arccos g \}$$

Для нулевой амплитуды ДЕМН - ядер, широтой зависимость от двух поперечных координат и ур-ю Фредерикса, коэф-том излучения поля на периоде системы будет:

$$\tilde{\rho}_{m1} = \tilde{\rho}_m \cdot \tilde{\rho}_1 = (g + i\sqrt{1-g^2})^{m+1} \equiv \exp \{ i(m+1) \arccos g \}$$

$\sim$ коэф. коэф-том преобр. нулевой компл. амплитуды поля на периоде системы.

Постоянные распр-я: (ср. 117-118)

В симметр. паттерн преобраз. камерной собственной волны (шара) имеет 2 свойства: структура поля и ее-ть распр-я пов-ти пост. фазы (разовая ее-ть)

Пост. распр-я h , опред. (полюс и структура поля) условиями на границе симметр. пов-ти, связана с фазовой скоростью распространения:

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{h}$$

Пост. распр-я $h_{\text{пл}}$ для ДЕМН - ядер опред. по величине дальнего излучения, фазы поля на длине L периодич. зависит от фазы.

50. Основные хар-ки ТЕМнг - мер открыток резонаторов (собственн. частоты, коэф-т затухания, добротности, пространственная структура поля). Открытый резонатор в простейшем случае:



Модальн. открыток резонаторов по числу собств. типов колебаний. Для поля, оспени. признаками которых явл. собств. комплексная частота:

$$\tilde{\omega}_{\text{мод}} = \tilde{\omega}'_{\text{мод}} + i \tilde{\omega}''_{\text{мод}} \quad \text{и собств. частота}$$

а также оп-ая (физич.) структура поля. Такие ср. затух. во времени $\sim \exp(-\tilde{\omega}''_{\text{мод}} t)$ поля мер резонатора опис. уравнениями Максвелла без источников, для фнк. среды, которые рождаются упроб. ГУ на поверхностях зеркал.

Для двухзеркального резонатора между зеркалами можно в виде суперпозиции встречных волновых пучков на комплексной частоте:

$$U_{\text{мод}}(\vec{r}) = \text{Re} \left\{ e^{i \tilde{\omega}_{\text{мод}} t} \left[U_0^+(\vec{r}_1, z) e^{-i \tilde{\kappa}_{\text{мод}} z} + U_0^-(\vec{r}_1, z) e^{i \tilde{\kappa}_{\text{мод}} z} \right] \right\} \quad (23)$$

каждое из которых представляет параллельный волновой пучок с волновым числом:

$$\tilde{\kappa}_{\text{мод}} = \kappa'_{\text{мод}} + i \kappa''_{\text{мод}} = \left(\frac{\tilde{\omega}_{\text{мод}}}{v_g} \right) = \frac{\tilde{\omega}_{\text{мод}}}{c} \sqrt{\epsilon \mu}$$

Поле (23) должно быть решением параб. ур-я: дифференциальное ур-е $\left(\frac{\partial U_0}{\partial z} \right) + \frac{i}{2\kappa} \Delta U_0 = 0$.

и компл. ампл. должны удовлетв. условию, как числен. амплитуды параб. волновых пучков, который способен трансформировать энергию снгового поля в заданном направлении.

Структура поля должна быть неизменной во все моменты времени. Следовательно, компл. амплитуды $U_0^{\pm}(\vec{r}_1, z)$ должны быть решениями интегр. ур-я Фредгольма, (см. в. 4.9. ф. (3) и (5)). Так как $\kappa'_{\text{мод}} = \kappa''_{\text{мод}}$ (энергетич. баланс потерь).

=> Структуры мер открыток резонаторов фактически оп-ны в виде решений интегр. ур-ий:

$$\tilde{r} U_0^{\pm}(\vec{r}_1, 0) = \frac{1}{2\pi L} \int_{-\infty}^{+\infty} U_0^{\pm}(\vec{r}_2, 0) \exp \left[-\frac{i\kappa(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2}{2L} + i\kappa \frac{(\vec{r}_1^2 + \vec{r}_2^2)}{4L} \right] d\vec{r}_2$$

которые совпадают со структурами мер открыток линии передач.

Добротность (физ. величин, потерях) аналогично из ЯА:

$$Q_{\text{мод}} = \frac{\tilde{\omega}_{\text{мод}}}{2\tilde{\omega}''_{\text{мод}}} = \frac{2\kappa'_{\text{мод}} L}{\ln \left| \frac{\tilde{r}_1 \tilde{r}_2}{\tilde{r}_1 \tilde{r}_2} \right|^2} \sim \frac{2\kappa L}{\ln \left| \frac{\tilde{r}_1 \tilde{r}_2}{\tilde{r}_1 \tilde{r}_2} \right|^2} \quad \text{для произв. резонаторов}$$

=> Модальн. открыток резонаторов в оптике мерзлов ТЕМнг - типы колебаний, которые имеют квадрупольную поперечную дилл (отсюда название ТЕМ) и бов-ти поперечных поля от поперечных координат только тогда же, как и в модов. открыток линий передач.

т и п указ. на число вариаций по поперечным коорд. x и y , а индекс q указ. на число поперечных, указ. на длине резонатора L .

51. Характеристическое др-е собственного двухзеркального резонатора.
Если падающая составляющая поля $(\tilde{r}_m \tilde{r}_n)$ рассматрив. как "волна, распротр.", $\tilde{r} \approx \tilde{z}$ - направление, то амплитуда такой "волны" $\tilde{r}$ неахастает $(\approx \exp(\pm k''_{\text{mg}} z))$ в напр "распространения в своб. пр-ве" резонатора и скачком уменьшается на зеркалах и др. элементах, где есть потери. Такой exp. рост характерен "всплеском" комплексного поля ирри гомогенности со малосформированными элементами на дисперсионных элементах, обеспечивающих структуру поля ирри во все моменты времени во всех элементах резонатора.

Если по аналогии с компл. коэф-ми трансформации поля ирри на приоре отримот темпл. перерачи, exp. соотношениями:

$$\tilde{r}_m \cdot \tilde{r}_n \cdot \sum e^{-i\tilde{k}L} = e^{-i(\tilde{k}'_{mn} + i\tilde{k}''_{mn})L}$$

Всего компл. коэф-т трансформации поля ирри резонатора $\tilde{z}$ - коэф-т перерачи поля ирри резонатора. Это $\rightarrow$ в нашем случае это зеркала $\Rightarrow$ из сечения $\tilde{z}$ -соев в любое дее сечение ирри поимой пространственной перерачи $2L$, то его величина должна быть равна единице:

$$\tilde{r}_m \tilde{r}_n \cdot \tilde{r}_1 \tilde{r}_2 e^{-i\tilde{k}_{\text{mg}} \cdot 2L} = e^{-i2\pi g} \quad \text{целое число. } (*)$$

компл. коэф-ты отрим.

это выраже явл. средними основным св-ва ирри и основными для получения хар-ного др-я:

Для двухзеркального резонатора, представляя $(*)$ в

$$\tilde{k}_{\text{mg}} = k'_{\text{mg}} + i k''_{\text{mg}} = \left(\frac{\tilde{\omega}_{\text{mg}}}{c} \right) = \frac{\tilde{\omega}_{\text{mg}}}{c} \sqrt{\epsilon}$$

получим:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{\text{mg}} &= \omega'_{\text{mg}} + i\omega''_{\text{mg}} = \left(\frac{c}{2L} \right) \{ 2\pi g - i \ln(\tilde{r}_m \tilde{r}_n \tilde{r}_1 \tilde{r}_2) \} = \\ &= \left(\frac{c}{2L} \right) \{ 2\pi g + (m+n+1) \pi \cos \theta + \varphi_1 + \varphi_2 - i \ln(r_1 \cdot r_2) \} \end{aligned} \quad (**)$$

Хар-ное др-е $(**)$, в котором учтены лишь потери на иррировании ирри, протривается пов-ти зеркала $|r_{1,2}| < 1$, требующими отримот обобщения на более сложные случаи, когда имеются другие виды потерь или потери, распр. в объеме.

Для дур-х потерь на зеркалах и др. квадратическ. элементов резон. волновые уменьшаются аддитивно величина $|\tilde{r}_m \cdot \tilde{r}_n|$ - коэф-т преоб. комплексной преоб. ампл. поля на приоре ирри.