

Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского  
Радиофизический факультет

---

**Кафедра электроники**

**Отчёт по лабораторной работе**  
**Измерение ширины запрещенной зоны полупроводникового**  
**материала**

**Выполнили (430 гр):**  
Горюнов О.А., Индисов А.И.

2023 г.

## Содержание

<b>1</b>	<b>Теоретическая часть</b>	<b>3</b>
1.1	Введение . . . . .	3
1.2	Элементы зонной теории полупроводников . . . . .	3
1.3	Зависимость проводимости от температуры . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Схема лабораторной установки</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Практическая часть</b>	<b>8</b>
3.1	Измерение электропроводности образца . . . . .	8
3.2	Измерение запрещенной зоны . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Вывод</b>	<b>12</b>

## Цель работы

Познакомиться с зонной теорией полупроводников и посчитать ширину запрещенной зоны на примере германия.

# 1 Теоретическая часть

## 1.1 Введение

Ширина запрещенной зоны является одной из важнейших характеристик полупроводниковых материалов. Она может быть найдена по результатам измерений электропроводности или постоянной Холла в зависимости от температуры, а также из спектрального распределения коэффициента оптического поглощения или фототока полупроводника. В настоящей работе студентам предлагается определить величину ширины запрещенной зоны полупроводникового материала по результатам измерения температурной зависимости электропроводности.

## 1.2 Элементы зонной теории полупроводников

В изолированном атоме электроны находятся в стационарных состояниях, каждому из которых соответствует строго определенное значение энергии. Таким образом, энергетический спектр электронных состояний в атоме является дискретным. В кристаллическом твердом теле из-за возмущений, вносимых другими атомами, уровни энергии расщепляются – образуются области или зоны разрешенных значений энергии, между которыми находятся запрещенные зоны. Для глубоких уровней расщепление невелико, т.к. находящиеся на них электроны экранируются верхними оболочками и практически не взаимодействуют с соседними атомами. Для внешних оболочек расщепление может составлять несколько электрон-вольт.

Поскольку энергетические зоны образованы из соответствующих уровней изолированных атомов, то общее число электронов, которые могут разместиться в данной зоне, равно общему числу мест на уровнях изолированных атомов, из которых образован кристалл. Если при абсолютном нуле температур осуществлять заполнение зон электронами, то заселение энергетических уровней будет осуществляться снизу вверх и на каждом уровне, согласно принципу Паули, будут располагаться два электрона, что соответствует двум различным ориентациям спина. Самая верхняя полностью заполненная при абсолютном нуле температуры электронами зона называется валентной. Ближайшая к ней незаполненная или частично заполненная зона называется зоной проводимости. Как правило, в рассмотрении участвуют именно эти две зоны, поскольку все более глубоко лежащие полностью

заполнены электронами и, следовательно, вклад в проводимость не дают (все уровни заняты, т.е. изменение энергии заряда, обусловленное приложением электрического поля, невозможно). Таким образом, упрощенная структура энергетического спектра электронов в твердом теле будет иметь вид, представленный на рис.1. Расстояние между дном зоны проводимости и потолком валентной зоны называют шириной запрещенной зоны.

Представление о разрешенных и запрещенных зонах в сочетании с принципом Паули позволяет понять причину глубокого различия физических свойств металлов, диэлектриков и полупроводников.

Действительно, если при абсолютном нуле зона проводимости полупроводника частично заполнена электронами или имеется перекрытие заполненной валентной зоны и пустой зоны проводимости, то в случае приложения электрического поля будут осуществляться энергетические переходы, обусловленные ускорением электронов во внешнем поле. Такие материалы проводят электрический ток даже при абсолютном нуле температуры и являются металлами.

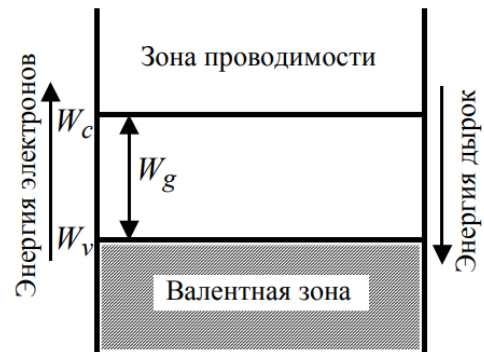


Рис. 1: Энергетический спектр электрона в кристалле.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда между валентной зоной и зоной проводимости имеется запрещенная зона конечной ширины (рис. 1). В этом случае при абсолютном нуле, а также полном затемнении и не слишком сильном электрическом поле твердое тело не будет проводить электрический ток: в зоне проводимости электронов нет, а электроны заполненной валентной зоны не могут изменить своего состояния, поскольку все соседние уровни заняты. При повышении температуры и/или освещении такого тела электроны валентной зоны будут получать дополнительную энергию и переходить в зону проводимости.

Вследствие таких переходов, во-первых, появятся электроны в зоне проводимости (они будут участвовать в переносе тока и обеспечивать электронную проводимость), а во-вторых, освободятся верхние уровни валентной зоны, что позволит и ее электронам участвовать в переносе тока, обеспечивая дырочную проводимость. Материал, имеющий запрещенную зону небольшой ширины, является полупроводником. Разница между полупроводниками и диэлектриками с точки зрения зонной теории заключается лишь в величине ширины запрещенной зоны.

Ширина запрещенной зоны  $W_g$  — один из важнейших параметров твердотельных материалов. При температуре 300 К она составляет в германии (*Ge*) 0.803 эВ, в кремнии (*Si*)

– 1.12 эВ, в арсениде галлия ( $GaAs$ ) – 1.43 эВ, в фосфиде индия ( $InP$ ) – 1.29 эВ.

### 1.3 Зависимость проводимости от температуры

Плотность тока, создаваемого всеми свободными электронами, равна:

$$j = en\mu_n E = \sigma_n E \quad (1)$$

где  $n$  - концентрация электронов,  $\sigma_n = en\mu_n$  - удельная проводимость полупроводника, обусловленная электронами,  $\mu_n$  - подвижность электронов.

Если имеется два типа носителей в полупроводнике - электроны и дырки, то проводимость равна:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \quad (2)$$

Для определения температурной зависимости проводимости необходимо перемножить зависимости концентрации и подвижности носителей заряда от температуры. При низких температурах и неполной ионизации примесей концентрация зависит от обратной температуры по экспоненциальному закону, а подвижность по степенному, т.е. температурная зависимость концентрации определяет температурную зависимость проводимости:

$$\sigma = \sigma_d e^{(-\Delta W_d / 2k_B T)} \quad (3)$$

Здесь  $\sigma_d$  содержит степенную зависимость подвижности и эффективной плотности состояний от температуры.

В области истощения примесей концентрация не зависит от температуры, поэтому в этой области температурная зависимость проводимости определяется степенной зависимостью подвижности от температуры. И, наконец, при больших температурах зависимость проводимости от обратной температуры экспоненциальна, т.к.  $\mu \approx T^{-3/2}$ , а  $N_c \approx T^{3/2}$ :

$$\sigma = \sigma_c e^{-W_g / 2k_B T} \quad (4)$$

На рис.2 показана зависимость  $\ln(\sigma)$  от обратной температуры при различных уровнях легирования полупроводника. По экспериментально измеренным зависимостям  $\sigma(T)$  можно определить ширину запрещенной зоны и энергию активации примесей.

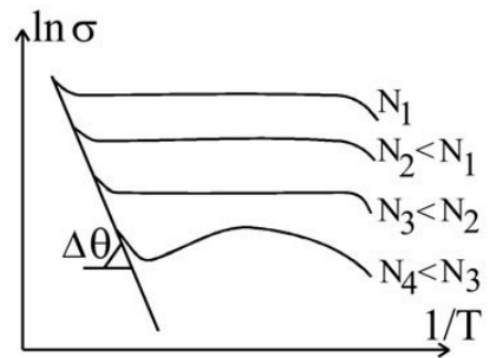


Рис. 2: Качественный вид зависимости удельной проводимости от температуры.

## 2 Схема лабораторной установки

Общий вид установки изображен на рис.3 ниже, а её схема на рис.4.

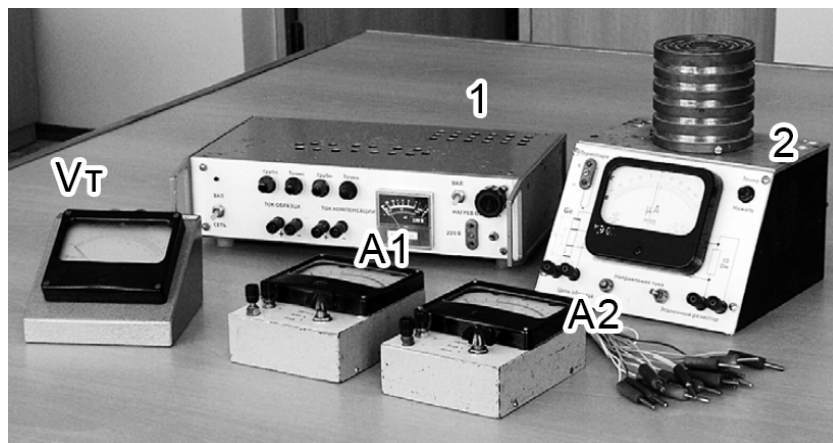


Рис. 3: Внешний вид установки.

Блок питания (1) содержит в себе два регулируемых стабилизатора тока (для образца и эталонного резистора) и регулируемый источник питания нагревателя образца, напряжение на выходе которого контролируется вольтметром  $V_n$ . На верхней крышке измерительного блока (2) находится трубчатый керамический нагреватель, в котором размещён исследуемый образец и термопара для измерения температуры. Нагреватель с образцом и термопарой закрыт защитным цилиндром. В корпусе измерительного блока (2) располагается эталонный резистор  $R_э$ , на передней панели – переключатели направления тока образца и компенсации  $K1$  и  $K2$ , индикатор компенсации  $V$  с переключателем чувствительности «Точно». Измерение токов образца и компенсации производится миллиамперметрами  $A1$  и  $A2$  для измерения ЭДС термопары используется милливольтметр  $V_T$ , показания которого пересчитываются в температуру по градуировочному графику.

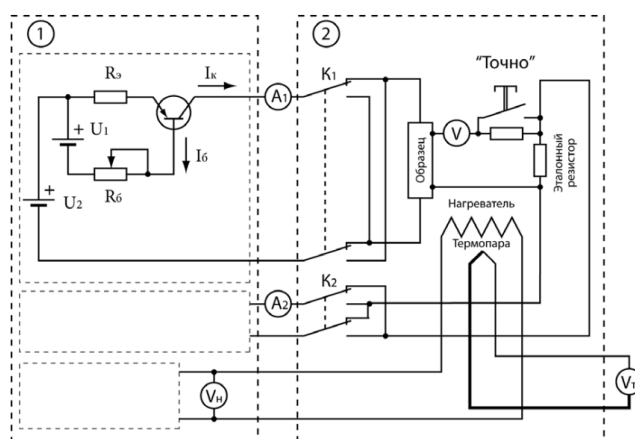


Рис. 4: Схема установки.

**Использованное оборудование включает в себя следующие элементы:**

**Регулируемый стабилизатор тока**

Теоретически стабилизатор тока представляет собой источник питания с бесконечно

большим выходным сопротивлением и бесконечно большим выходным напряжением.

В качестве управляющего элемента стабилизатора тока используется биполярный транзистор, включённый по схеме с общим эмиттером. Резистором  $R_6$  можно изменять ток базы транзистора, что будет приводить к изменению тока коллектора транзистора (от 0 до 100 мА), в цепь которого включается нагрузка (образец, эталонный резистор). В данной схеме определяющим является свойство транзистора поддерживать определенное значение тока коллектора независимо от напряжения на коллекторе.

### ***Миллиамперметры А1, А2***

Для измерения тока образца и тока компенсации в установке используется многопредельные миллиамперметры.

### ***Милливольтметр $V_m$***

Милливольтметр используется для измерения термоЭДС термопары, установленной внутри нагревателя рядом с образцом. По градуировочному графику можно определить температуру спаив термопары.

### ***Измеряемый образец изготовлен из германия.***

### ***Нагревательный элемент***

Для нагрева образца с целью снятия зависимости его проводимости от температуры используется трубчатый керамический нагреватель, внутрь которого установлены образец и термопара. Температура нагревателя определяется величиной подаваемого с блока питания напряжения, которое контролируется вольтметром, находящимся на передней панели блока питания. Измерение температуры производится посредством термопары, расположенной внутри нагревателя.

### ***Термопара***

Термопара служит для измерения температуры образца. Её термоЭДС измеряется милливольтметром  $V_T$  и по градуировочному графику пересчитывается в температуру.

### ***Индикатор компенсации***

Индикатором компенсации  $V$  является милливольтметр с нулём в середине шкалы: он показывает разность между напряжением на измерительных электродах образца и напряжением на эталонном резисторе. С целью расширения диапазона чувствительности индикатора в его цепь включен ограничительный резистор.

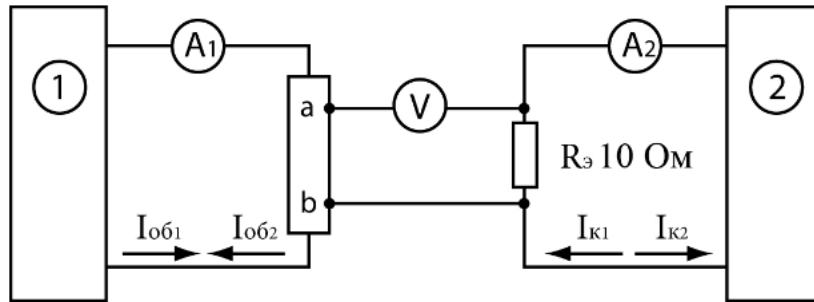
### ***Переключатели направления тока***

Переключатели К1 и К2 служат для изменения направления тока образца и тока компенсации, что необходимо для исключения влияния паразитных напряжений.

### 3 Практическая часть

#### 3.1 Измерение электропроводности образца

Измерение удельной электропроводности производился на постоянном токе методом компенсации. Принципиальная схема приведена на рисунке ниже:



Т.е. при проведении измерений устанавливался ток образца так, чтобы стрелка на амперметре тока компенсации заходила более чем на три деления (для адекватной погрешности измерения). Затем, изменяя ток компенсации, добивались нулевых показаний индикатора компенсации  $V$ . В этом случае напряжение  $U_k$  на эталонном резисторе:

$$U_{ab} = U_k = I_k R_{\text{э}}$$

Для исключения паразитных потенциалов, проделываем тоже самое, но с другой полярностью. Тогда ток компенсации:

$$I_k = \frac{I_{k1} + I_{k2}}{2}$$

Сопротивление участка образца, расположенного между зондовыми электродами  $a$  и  $b$  можно определить из равенства:

$$R_{\text{об}} = \frac{I_k R_{\text{э}}}{I_{\text{об}}}$$

Тогда удельное сопротивление:

$$\rho = \frac{ad}{l} R_{\text{об}} \text{ [Ом см]}$$

Обратная величина и будет искомой проводимостью:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{ad R_{\text{об}}} = \frac{l \cdot I_{\text{обп}}}{ad \cdot I_k \cdot R_{\text{э}}}$$



где  $a = 4$  см - ширина образца,  $d = 1,4$  см - толщина,  $l = 7$  см - расстояние между электродами,  $R_{\circ} = 10$  Ом.

Для измерения температуры образца использовалась термопара с вольтметром. Температуру и ЭДС можно связать с помощью градуировочного графика. Нужно лишь учесть, что термопара показывает разницу температур образца и комнаты, тогда:

$$T_o = T_k + T_{\text{термопары}}$$

**Таблица с полученными результатами:**

$T_o$ , K	$I_{k1}$ , mA	$I_{k2}$ , mA	$I_k$ , mA	$I_{\text{обр}}$ , mA	$\sigma$ , Ом см <sup>-1</sup>	$\ln(\sigma)$	$\Delta(\ln\sigma)$
299	66	66	66	5	0,00947	-4,65966	0,09
317	70	74	72	5,6	0,00972	-4,63334	0,08
339	60	56,5	58,25	5,75	0,01234	-4,39499	0,09
357	58	56	57	8	0,01754	-4,04305	0,08
387	26,5	29	27,75	8	0,03604	-3,32324	0,06
397	21	21	21	8,2	0,04881	-3,01983	0,07
409	16	16	16	8,3	0,06484	-2,73577	0,08
427	11	10,5	10,75	9	0,10465	-2,25712	0,1
439	8,2	8,4	8,3	9,1	0,13705	-1,98742	0,06
454	5,9	6,2	6,05	9,2	0,19008	-1,6603	0,07
475	10	10	10	25	0,3125	-1,16315	0,055
499	7	7,2	7,1	25	0,44014	-0,82066	0,07
509	7	7,2	7,1	30	0,52817	-0,63834	0,06
519	6	6,4	6,2	30	0,60484	-0,50279	0,07

### Расчёт погрешности:

Так как дифференциал от логарифма:

$$d(\ln\sigma) = \frac{d\sigma}{\sigma}$$

тогда абсолютная погрешность:

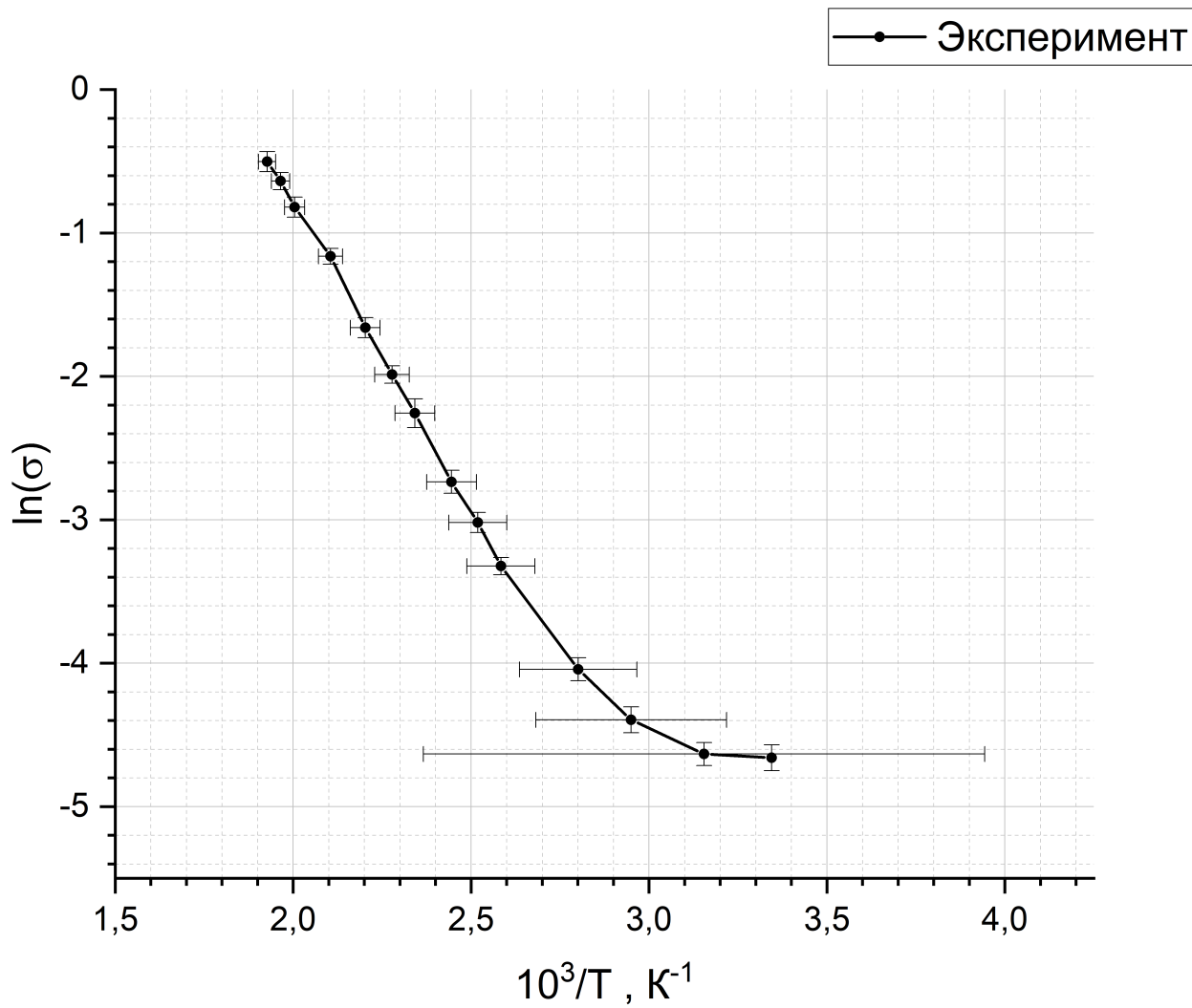
$$\Delta(\ln\sigma) = \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \delta\sigma$$

Из формулы для удельной проводимости:

$$\delta\sigma = \delta I_{\text{обр}} + \delta I_k = \frac{\Delta I_{\text{обр}}}{I_{\text{обр}}} + \delta \left[ \frac{I_{k1} + I_{k2}}{2} \right] = \frac{\Delta I_{\text{обр}}}{I_{\text{обр}}} + \frac{2\Delta I_k}{|I_{k1} + I_{k2}|}$$

Так как температура определяется по вольтметру, её относительную погрешность свяжем с погрешностью ЭДС термопары. Цена деления вольтметра = 0,1 мВ.

$$\delta T = \delta U_{\text{терм}} = \frac{\Delta U_{\text{терм}}}{U_{\text{терм}}}$$

Рис. 5: Зависимость  $\ln(\sigma)$  от  $\frac{10^3}{T}$ .

### 3.2 Измерение запрещенной зоны

При больших температурах зависимость проводимости от обратной температуры экспоненциальна:

$$\sigma = \sigma_c e^{-W_g/2k_B T}$$

где  $k_B = 8,62 \cdot 10^{-5}$  эВ  $\cdot$  К $^{-1}$  - постоянная Больцмана. Прологарифмировав данное выражение получим:

$$\ln \sigma = \ln \sigma_c - \frac{W_g}{2k_B \cdot 10^3} \cdot \left( \frac{10^3}{T} \right)$$

Т.е. в области высоких частот можно аппроксимировать зависимость линейным графиком (красным показано на графике). Из графика найдём коэффициент наклона и сдвиг

( $a$  и  $b$  - соответственно):

$$a = -4,228 \pm 0,06 \quad b = 7,66 \pm 0,16$$

Ошибка определяется автоматически программой (доверительный участок). Определим по разбросу величин  $a$  и  $b$  погрешность для энергии запрещенной зоны и  $\sigma_c$

Тогда величина  $W_g$  и  $\sigma_c$ :

$$W_g = -2k_B \cdot 10^3 \cdot a \approx 0,73 \text{ эВ}$$

$$\sigma_c = e^{7,66} \approx 2121 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$$

Минимальные и максимальные значения (в ошибке аппроксимации):

$$W_{gmin} \approx 0,71 \text{ эВ}; \quad W_{gmax} \approx 0,75 \text{ эВ}$$

$$\Rightarrow W_g \approx (0,73 \pm 0,02) \text{ эВ}$$

Аналогично:

$$\sigma_{cmin} \approx e^{7,5} \approx 1808 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}; \quad \sigma_{cmax} \approx e^{7,82} \approx 2490 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$$

$$\Rightarrow \sigma_c \approx (2120 \pm 370) \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$$

В области истощения (последние две точки на графике) определили зависимость  $\sigma = f(T)$ , считая, что  $\sigma \approx T^n$ . Т.е. можно воспользоваться соотношением:

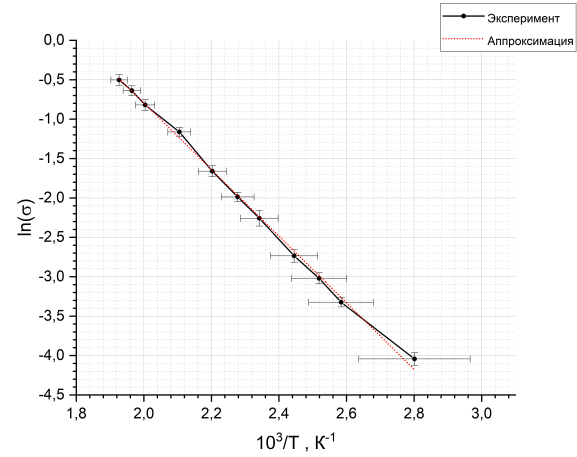
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^n$$

$$\Rightarrow n \approx 0,445$$

Что не совсем сходиться с теорией. В области истощения проводимость в основном определяется подвижностью частиц ( $\mu \approx T^{3/2}$ ), в то время как концентрация носителей постоянна. То есть, нужно ожидать  $n \simeq 1,5$

Но можно заметить, что и погрешности для этих двух точек очень большие. Попробуем оценить эту погрешность используя приращения. По определению абсолютной погрешности какой-либо физической величины  $y$ :

$$\Delta y(x_1, x_2, \dots, x_i) = \sum_i \left| \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \right| \Delta x_i$$



В нашем случае:

$$n = \log_{\frac{T_1}{T_2}}\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta n = \left| \frac{\Delta(\sigma_1/\sigma_2)}{(\sigma_1/\sigma_2) \ln(\frac{T_1}{T_2})} \right| + \left| \frac{\Delta(T_1/T_2) \ln \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}{\frac{T_1}{T_2} \ln^2(\frac{T_1}{T_2})} \right|$$

Используя определение относительной погрешности:

$$\Delta n = \left| \frac{\delta\sigma_1 + \delta\sigma_2}{\ln \frac{T_1}{T_2}} \right| + \left| \frac{(\delta T_1 + \delta T_2) \ln \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}{\ln \frac{T_1}{T_2}} \right| \approx 4,8$$

## 4 Вывод

*Выполнив лабораторную работу, мы:*

1) Построили зависимость проводимости от температуры в координатах  $\ln \sigma - 10^3/T$ . По данному графику видно, что есть как линейный участок (соответствующий экспоненциальной зависимости проводимости) и нелинейный (соответствующий степенной зависимости).

2) По графику определили величину запрещенной зоны и  $\sigma_c$ :

$$W_g \approx (0,73 \pm 0,02) \text{ эВ}$$

$$\sigma_c \approx (2120 \pm 370) \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$$

3) В области истощения примесей определили зависимость  $\sigma = f(T)$ , как приближенное равенство  $\sigma \approx T^n$ :

$$n \approx 0,445.$$