

Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет

Отчёт по лабораторной работе №211
Продольные ультразвуковые волны в проволоке

Выполнили (420гр):
Горюнов О.А., Плешков Д.С., Сиднев А.А.

2022 г.

Содержание

1 Теоретическая часть	3
1.1 Продольные упругие волны	3
1.2 Метод возбуждения и приёма упругих волн	4
2 Описание установки	6
3 Практическая часть	7
3.1 Импульсный режим	7
3.1.1 Определение скважности	7
3.1.2 Определение скорости распространения волны	8
3.2 Непрерывный режим	10
3.2.1 Определение длины волны по расстоянию между пучностями	10
3.2.2 Определение коэффициента стоячести волны (KCB)	12
3.2.3 Определение длины волны по фазе сигнала	13
4 Вывод	14

Цель работы - изучить распространение ультразвуковых волн в проволоке, измерить скорость распространения и длину волны.

1 Теоретическая часть

1.1 Продольные упругие волны

В пренебрежении поглощением распространение продольных упругих волн в проволоке описывается волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \quad (1)$$

где $s(x, t)$ - смещение в момент t сечения, равновесная координата которого равна x (x и s отсчитываются вдоль оси, параллельной проволоке). E и ρ - соответственно модуль Юнга и плотность материала проволоки. Уравнение (1) справедливо при малых деформациях, лежащих в пределах применимости закона Гука. Общее решение этого уравнения представляет собой суперпозицию двух бегущих навстречу недеформирующихся волн:

$$s = s_1(x + ut) + s_2(x - ut)$$

где $u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - скорость распространения волны, а вид функций s_1 и s_2 зависит от способа возбуждения волн и граничных условий.

Если s_1 и s_2 - плоские синусоидальные волны с циклической частотой ω и волновым числом k :

$$s_1 = A_1 \cos(\omega t + kx - \alpha_1), \quad s_2 = A_2 \cos(\omega t - kx - \alpha_2)$$

Связь между ω и k получим, подставляя любую из функций в (1):

$$\omega = uk$$

В рассматриваемом случае связь частоты волны с волновым числом линейная (скорость распространения волны u не зависит от частоты ω), без свободного члена. Такие среды называются средами без дисперсии.

Рассмотрим суперпозицию двух плоских синусоидальных волн одинаковой амплитуды ($A_1 = A_2 = A$), распространяющихся во встречных направлениях:

$$s = s_1 + s_2$$

Из тригонометрических преобразований:

$$s = 2A \cos\left(kx - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right) \quad (2)$$

Величина s во всех точках струны совершают гармоническое колебание с одинаковой частотой, но амплитуда колебаний

$$2A \left| \cos\left(kx - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right) \right|$$

различна в разных точках. Решение (2) описывает стоячую волну.

Точки, где амплитуда равна нулю, и, следовательно, $s = 0$ в любой момент времени, называются *узлами* стоячей волны. Точки, где амплитуда колебаний максимальна, называются *пучностями* стоячей волны.

Расстояние между двумя пучностями или двумя узлами равно: $\lambda/2$

Можно заметить, что множитель $\cos(kx)$ при переходе через нулевое значение меняет знак, что соответствует изменению фазы колебаний на π . В соответствии с этим фаза колебаний по разные стороны от узла отличаются на π . Точки, заключенные между двумя соседними узлами, колеблются синфазно.

Рассмотренный выше случай образования стоячей волны из двух бегущих навстречу волн является идеализированным. На практике, из-за внутреннего трения в проволоке, теплообмена, неполного отражения от стенок приводят к тому, что волна затухает при распространении, то есть энергия упругой волны переходит в тепловую. В результате мы имеем суперпозицию волн с разными амплитудами, и наблюдается режим смешанных волн. В более общем случае:

$$A_2 = A, \quad A_1 = A + a$$

Легко видеть, что $s = s_1 + s_2$, есть суперпозиция стоячей волны, описываемой уравнением (2), и бегущей волны

$$a \cos(kx - \omega t - \alpha_1)$$

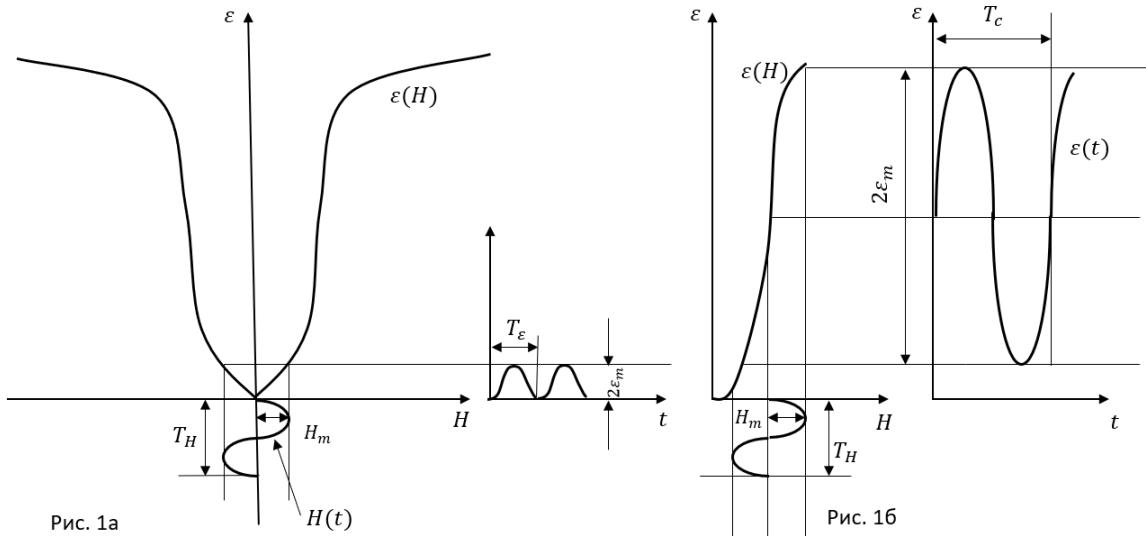
Величина $(a/A)^2$ называется *коэффициентом бегучести*. Отношение

$$\frac{A_1^2 + A_2^2}{A_1^2 - A_2^2}$$

называется *коэффициентом стоячести волны* (КСВ). В чисто стоячей волне КСВ равен бесконечности, а в чисто бегущей - единице.

1.2 Метод возбуждения и приёма упругих волн

Под действием магнитного поля происходит деформация некоторых веществ (в частности, никеля). Это явление получило название магнитострикции. Относительная деформация $\varepsilon = \Delta L/L$ в полях намагниченных до насыщения ($H \approx 10^5$ А/м), обычно имеет порядок $10^{-5} - 10^{-6}$. Величина и знак деформации не зависит от направления магнитного поля, то есть функция $\varepsilon(H)$ - чётная.



Для возбуждения упругих волн необходимо периодически изменять величину магнитного поля. Для достижения оптимальных условий возбуждения необходимо постоянное подмагничивание. В этом случае колебания $\varepsilon(t)$ будут иметь максимальную амплитуду, а их частота будет совпадать с частотой $H(t)$. Такая зависимость $\varepsilon(H)$ характерна для никеля.

На рис. 1а постоянное подмагничивание отсутствует, а на рис. 1б имеется постоянная составляющая поля H . Очевидно, что во втором случае "раскачка" колебаний $\varepsilon(t)$ гораздо эффективнее.

2 Описание установки

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 2. Установка состоит из передатчика, натянутой никелевой проволоки, передающей и приемной катушек, которые могут перемещаться вдоль проволоки, приемника и осциллографа. Передатчик и приемник собраны в одном корпусе.

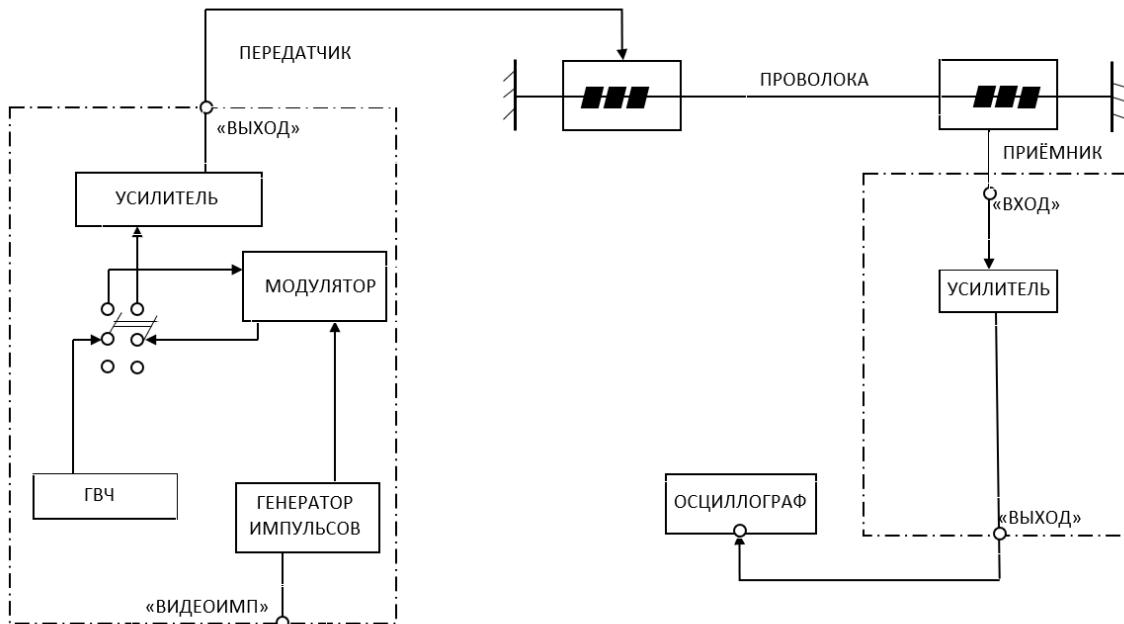


Рис. 2. Блок-схема установки

Передатчик включает в себя: генератор высокой частоты, импульсный генератор, модулятор, усилитель, усиливающий подводимое напряжение до величины, необходимой для нормальной работы передающей катушки.

С помощью переключателя "НЕПР-ИМП" напряжение ГВЧ подается или непосредственно на выходной усилитель (непрерывный режим) или на модулятор (импульсный режим). Выходное напряжение снимается с разъёма "Выход к разъёму "Видеоимпульс" подводится сигнал от импульсного генератора.

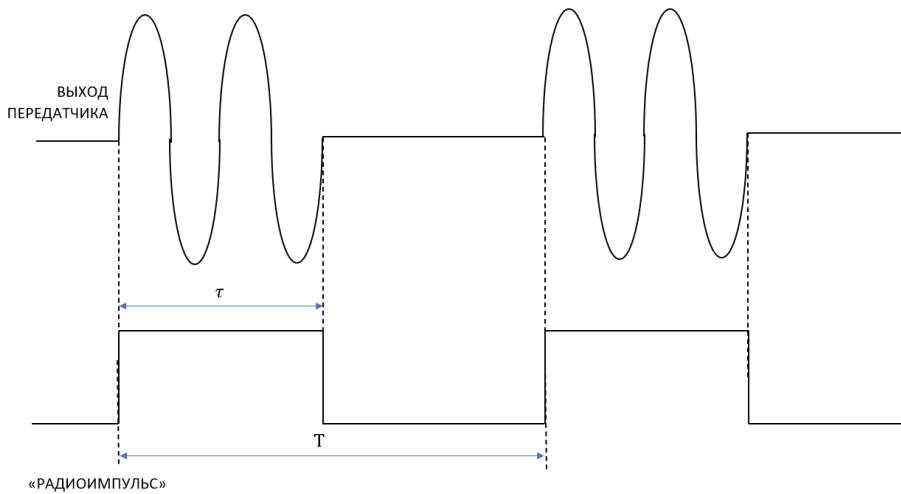
Для создания постоянного подмагничивания в месте расположения приемной и передающей катушек установлены постоянные магниты. Катушки секционированы, т.е. намотаны несколькими секциями, длина каждой секции порядка 2 мм. В месте расположения отдельных секций передающей катушки при подаче на неё переменного напряжения возникают упругие колебания. В приемной катушке переменное магнитное поле, возникающее из-за обратного магнитострикционного эффекта, создает ЭДС индукции. Напряжение, снимаемое с этой катушки, поступает далее на разъем "Вход" приемника. Приемник представляет собой усилитель с полосой пропускания, достаточной для неискаженного усиления принимаемых сигналов.

3 Практическая часть

3.1 Импульсный режим

3.1.1 Определение скважности

Скважность можно определить как отношение периода видеоимпульса, к времени самого импульса: T/τ .



T , мс	τ , мкс	ΔT , мкс	$\Delta \tau$, мкс
2,06	16,9	50	0,5

$$\frac{T}{\tau} = \frac{2,06 \cdot 10^{-3}}{16,9 \cdot 10^{-6}} \approx 121,89$$

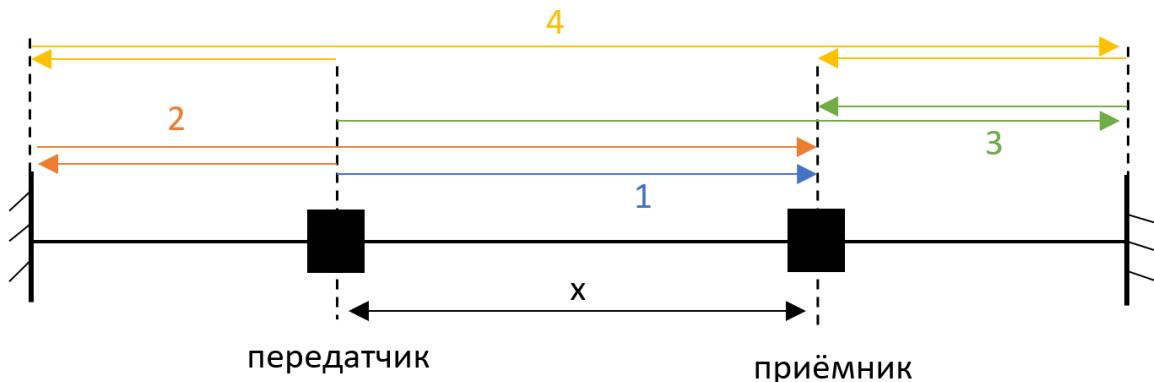
Абсолютные погрешности времени определяем по цене деления осциллографа.

$$\Rightarrow \Delta(T/\tau) = \delta(T/\tau) \cdot (T/\tau) = \left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta \tau}{\tau} \right) \frac{T}{\tau} \approx 6,56$$

$$\Rightarrow T/\tau = 121,89 \pm 6,56$$

3.1.2 Определение скорости распространения волны

Опыт проводился при четырёх разных расположениях приёмника (при этом источник неподвижен, и стоит на отметке 0). На рисунке ниже цифрами пронумерованы волны, которые приходят в приёмник разными путями.



$x = 35 \text{ см}$									
N	$L, \text{ см}$	$t, \text{ мкс}$	$\Delta L, \text{ см}$	$\Delta t, \text{ мкс}$	$u, \text{ м/с}$	$\Delta u, \text{ м/с}$	$u_{\text{ср}}, \text{ м/с}$	$(\Delta u)_{\text{ср}}, \text{ м/с}$	
1	35	66	0,1	10	5303,0303	818,64	5268,28	364,88	
2	94,2	178	-	-	5292,13483	302,93	-	-	
3	140,8	270	-	-	5214,81481	196,84	-	-	
4	200	380	-	-	5263,15789	141,14	-	-	

L - путь, который проходит волна до приёмника.

Расчёт погрешностей:

ΔL и Δt определяются по цене деления линейки и шкалы на осциллографе соответственно. Δu можно найти по формуле:

$$\Delta u = \delta u \cdot u = \left(\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta t}{t} \right) \cdot u$$

Абсолютная погрешность величины определяется по формуле:

$$\Delta A = \sqrt{\Delta A_{\text{ср}}^2 + \Delta A_{\text{пп}}^2}$$

где $\Delta A_{\text{ср}}$ - погрешность среднего значения, а $\Delta A_{\text{пп}}$ - приборная погрешность.

В нашем случае:

$$\Delta u_{\text{ср}} = \frac{|u_{\text{ср}} - u_1| + \dots + |u_{\text{ср}} - u_4|}{4}$$

А приборную погрешность усредним относительно каждого опыта:

$$(\Delta u)_{\text{ср}} = \frac{\Delta u_1 + \dots + \Delta u_4}{4}$$

В итоге получим итоговую погрешность для данной серии экспериментов:

$$\Delta u = \sqrt{\Delta u_{\text{cp}}^2 + (\Delta u)_{\text{cp}}^2} \approx 366,06$$

$$u \approx (5268,28 \pm 366,06) \text{ м/с}$$

Аналогичные рассуждения проводятся и для других опытов.

$x = 40 \text{ см}$								
N	$L, \text{ см}$	$t, \text{ мкс}$	$\Delta L, \text{ см}$	$\Delta t, \text{ мкс}$	$u, \text{ м/с}$	$\Delta u, \text{ м/с}$	$u_{\text{cp}}, \text{ м/с}$	$(\Delta u)_{\text{cp}}, \text{ м/с}$
1	40	76	0,1	10	5263,15789	705,68	5244,18	334,62
2	99,2	188	-	-	5276,59574	285,99	-	-
3	135,8	260	-	-	5223,07692	204,73	-	-
4	195	374	-	-	5213,90374	142,08	-	-

$$\Delta u = \sqrt{\Delta u_{\text{cp}}^2 + (\Delta u)_{\text{cp}}^2} \approx 335,60$$

$$u \approx (5244,18 \pm 335,60) \text{ м/с}$$

$x = 45 \text{ см}$								
N	$L, \text{ см}$	$t, \text{ мкс}$	$\Delta L, \text{ см}$	$\Delta t, \text{ мкс}$	$u, \text{ м/с}$	$\Delta u, \text{ м/с}$	$u_{\text{cp}}, \text{ м/с}$	$(\Delta u)_{\text{cp}}, \text{ м/с}$
1	45	86	0,1	10	5232,55814	620,06	5236,74	312,58
2	104,2	198	-	-	5262,62626	270,84	-	-
3	130,8	250	-	-	5232,0	213,28	-	-
4	190	364	-	-	5219,78022	146,15	-	-

$$\Delta u = \sqrt{\Delta u_{\text{cp}}^2 + (\Delta u)_{\text{cp}}^2} \approx 312,85$$

$$u \approx (5236,74 \pm 312,85) \text{ м/с}$$

$x = 30 \text{ см}$								
N	$L, \text{ см}$	$t, \text{ мкс}$	$\Delta L, \text{ см}$	$\Delta t, \text{ мкс}$	$u, \text{ м/с}$	$\Delta u, \text{ м/с}$	$u_{\text{cp}}, \text{ м/с}$	$(\Delta u)_{\text{cp}}, \text{ м/с}$
1	30	58	0,1	10	5172,41379	909,04	5223,42	387,95
2	89,2	170	-	-	5247,05882	314,53	-	-
3	145,8	278	-	-	5244,60432	192,25	-	-
4	205	392	-	-	5229,59184	135,96	-	-

$$\Delta u = \sqrt{\Delta u_{\text{cp}}^2 + (\Delta u)_{\text{cp}}^2} \approx 388,78$$

$$u \approx (5223,42 \pm 388,78) \text{ м/с}$$

3.2 Непрерывный режим

3.2.1 Определение длины волны по расстоянию между пучностями

$$T = 2 \text{ мкс} \quad \nu = \frac{1}{T} = 500 \text{ кГц}$$

Расстояние между двумя пучностями (или узлами) равна половине длине волны. Зная частоту и длину волны, можно определить её скорость:

$$u = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\nu\lambda}{2\pi} = \lambda\nu$$

1 опыт:

$x_1, \text{ см}$	$x_2, \text{ см}$	$\frac{\lambda}{2}, \text{ см}$	$\lambda, \text{ см}$	$\Delta\lambda, \text{ см}$	$u, \text{ м/с}$	$\Delta u, \text{ м/с}$
30,25	35,5	0,525	1,05	0,04	5250	210

Расчёт погрешностей:

В эксперименте мы измеряем расстояние между 10 пучностями. Длину волны определяем по формуле:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2(x_2 - x_1)}{10} \\ \delta\lambda &= \delta(x_2 - x_1) \\ \delta(x_2 - x_1) &= \frac{2\Delta x}{x_2 - x_1} \\ \Rightarrow \Delta\lambda &= \frac{2\Delta x}{x_2 - x_1} \cdot \lambda \end{aligned}$$

где $\Delta x = 0,1 \text{ см}$, равна цене деления линейки.

$$u = \lambda \cdot \nu$$

Частоту мы определяем точно с помощью осциллографа, её погрешностью можно пренебречь. Тогда:

$$\Delta u = \delta u \cdot u = \{\delta u = \delta\lambda\} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot u$$

Аналогичный расчёт и для других опытов.

$$\lambda \approx (1,05 \pm 0,04), \text{ см}$$

$$u \approx (5250 \pm 210) \text{ м/с}$$

2 опыт:

$x_1, \text{ см}$	$x_2, \text{ см}$	$\frac{\lambda}{2}, \text{ см}$	$\lambda, \text{ см}$	$\Delta\lambda, \text{ см}$	$u, \text{ м/с}$	$\Delta u, \text{ м/с}$
36,1	41,3	0,52	1,04	0,04	5200	208

$$\lambda \approx (1,04 \pm 0,04), \text{ см}$$

$$u \approx (5200 \pm 208) \text{ м/с}$$

3 опыт:

$x_1, \text{ см}$	$x_2, \text{ см}$	$\frac{\lambda}{2}, \text{ см}$	$\lambda, \text{ см}$	$\Delta\lambda, \text{ см}$	$u, \text{ м/с}$	$\Delta u, \text{ м/с}$
41,9	47,2	0,53	1,06	0,04	5300	212

$$\lambda \approx (1,06 \pm 0,04), \text{ см}$$

$$u \approx (5300 \pm 212) \text{ м/с}$$

Средние значения:

$$\lambda_{cp} \approx (1,05 \pm 0,04), \text{ см}$$

$$u_{cp} \approx (5250 \pm 210) \text{ м/с}$$

3.2.2 Определение коэффициента стоячести волны (KCB)

Коэффициент стоячести определяется по формуле:

$$KCB = \frac{A_{max}^2 + A_{min}^2}{A_{max}^2 - A_{min}^2}$$

Зависимость от положения приёмной катушки:

Передающая катушка неподвижна, находится на отметке $x_{пер} = 0$ см (по линейке):

N	$x_{приёмника}, \text{ см}$	$A_{min}, \text{ мВ}$	$x_{приёмника}, \text{ см}$	$A_{max}, \text{ мВ}$	KCB	$\Delta A, \text{ мВ}$	$\Delta x, \text{ см}$	ΔKCB
1	41,3	290	41,6	750	1,352	100	0,1	0,098
2	41,9	250	41,9	750	1,250			0,090
3	42,4	270	42,4	750	1,298			0,094

Расчёт погрешностей: $\Delta = 100 \text{ мВ}$ - по цене деления на осциллографе.

$$\delta(A_{max}^2 + A_{min}^2) = \frac{\Delta(A_{max}^2) + \Delta(A_{min}^2)}{|A_{max}^2 + A_{min}^2|} = \frac{2(\Delta A)^2}{|A_{max}^2 + A_{min}^2|}$$

Аналогично:

$$\begin{aligned} \delta(A_{max}^2 - A_{min}^2) &= \frac{2(\Delta A)^2}{|A_{max}^2 - A_{min}^2|} \\ \Rightarrow \delta(KCB) &= \frac{2(\Delta A)^2}{|A_{max}^2 + A_{min}^2|} + \frac{2(\Delta A)^2}{|A_{max}^2 - A_{min}^2|} \end{aligned}$$

Тогда:

$$\Delta(KCB) = KCB \cdot \delta(KCB)$$

Тот же эксперимент при другом положении катушки:

Передающая катушка неподвижна, находится на отметке $x_{пер} = 8$ см (по линейке):

N	$x_{приёмника}, \text{ см}$	$A_{min}, \text{ мВ}$	$x_{приёмника}, \text{ см}$	$A_{max}, \text{ мВ}$	KCB	$\Delta A, \text{ мВ}$	$\Delta x, \text{ см}$	ΔKCB
1	42,4	450	42,7	1120	1,385	100	0,1	0,045
2	42,9	430	43,2	1110	1,353			0,045

Если зажимать проволоку рукой, то амплитуда в пучностях уменьшается, а в узлах увеличивается.

3.2.3 Определение длины волны по фазе сигнала

$$\Delta\varphi = k\Delta x = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$$

Когда мы сдвинемся по x на λ , фаза изменится на 2π из формулы следует, что:

$$\Delta x = \lambda$$

Чтобы уменьшить погрешность измерения, будем измерять несколько сдвигов фазы на 2π (N штук). Погрешности вычисляются аналогично пункту 3.2.1.

1 опыт:

x_1 , см	x_2 , см	N	λ , см	$\Delta\lambda$, см
30,3	46,1	15	1,05333	0,01333

2 опыт:

x_1 , см	x_2 , см	N	λ , см	$\Delta\lambda$, см
25	40,7	15	1,04667	0,01333

3 опыт:

x_1 , см	x_2 , см	N	λ , см	$\Delta\lambda$, см
35,5	56,7	20	1,06	0,01

Среднее значение:

$$\lambda \approx (1,053 \pm 0.012) \text{ см}$$

4 Вывод

Выполнив лабораторную работу, мы:

- 1) Определили скважность видеоимпульса:

$$\frac{T}{\tau} \approx 121,89 \pm 6,56$$

- 2) Определили скорость распространения волны в импульсном режиме, при разных положениях приёмника (п. 3.1.2):

1 опыт: $x=35$ см

$$u \approx (5268,28 \pm 366,06) \text{ м/с}$$

2 опыт: $x=40$ см

$$u \approx (5244,18 \pm 335,60) \text{ м/с}$$

3 опыт: $x=45$ см

$$u \approx (5236,74 \pm 312,85) \text{ м/с}$$

4 опыт: $x=30$ см

$$u \approx (5223,42 \pm 388,78) \text{ м/с}$$

$$u_{cp} \approx (5242,91 \pm 355,82) \text{ м/с}$$

Если сравнить с теоретическими значениями. $E_{николя} \approx 210 \cdot 10^3$ Па, $\rho \approx 8902$ кг/м³ :

$$u_{теор} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \approx 4856,97 \text{ м/с}$$

$$\lambda_{теор} = \frac{u}{\nu} \approx 0,971 \text{ см}$$

- 3) В непрерывном режиме определили длину и скорость волны по расстояниям между пучностями:

$$\lambda_{cp} \approx (1,05 \pm 0,04), \text{ см}$$

$$u_{cp} \approx (5250 \pm 210) \text{ м/с}$$

- 4) Определили коэффициент стоячести волны (КСВ) при разных положениях передающей катушки и при перемещении приёмной катушки: Передающая катушка на отметке $x_{пер} = 0$ см (по линейке):

N	$x_{приёмника, см}$	$A_{min, мВ}$	$x_{приёмника, см}$	$A_{max, мВ}$	KCB	$\Delta A, мВ$	$\Delta x, см$	ΔKCB
1	41,3	290	41,6	750	1,352	100	0,1	0,098
2	41,9	250	41,9	750	1,250			0,090
3	42,4	270	42,4	750	1,298			0,094

Передающая катушка на отметке $x_{\text{пер}} = 8$ см (по линейке):

N	$x_{\text{приёмника}}, \text{см}$	$A_{\min}, \text{мВ}$	$x_{\text{приёмника}}, \text{см}$	$A_{\max}, \text{мВ}$	KCB	$\Delta A, \text{мВ}$	$\Delta x, \text{см}$	ΔKCB
1	42,4	450	42,7	1120	1,385	100	0,1	0,045
2	42,9	430	43,2	1110	1,353			0,045

5) Определили длину волны по фазе сигнала:

$$\lambda \approx (1,053 \pm 0.012) \text{ см}$$