

Лабораторная работа №217.
Колебательные процессы в последовательной
электрической цепи.
Протокол.

$L(2), C = 3,3 \text{ мФ}$

1)	R, Ω	$t, \text{мкс}$	n	A_0	A_1	A_2	A_3	$A_{4,5}$	δ	$T, \text{мкс}$
	0		5	2,4	2,8	3,12	3,52	4,0		320
	100			2,16	2,56	2,88	3,36	3,92		320
	320			1,92	2,24	2,72	3,20	3,84		320
	550			1,68	2,08	2,52	3,08	3,42		320
	540			1,44	1,80	2,28	2,88	3,60		320
	860			1,08	1,40	1,88	2,52	3,26		320
	1600			0,52	0,46	1,16	1,84	2,88		320
	2400			0,24	0,40	0,72	1,32	2,44		320
	9100			-	-	-	-	-		

$\omega = \frac{1}{T} = 3125 \text{ Гц}$

1) На графике

2) Перевести график ($R = 1600 \text{ Ом}$) на график осциллограммы?
(вероятно)

3) $R = 220 \text{ Ом}$ и $R = 2400 \text{ Ом}$

$L \approx 0,786 \text{ Гн}$

Намечено измерить напряжение

$U = 0,215 \text{ В}$

$R = 220 \text{ Ом}$

$U_{\text{max}} \approx 3,94 \text{ В}$

$\omega_0 = 3200 \text{ Гц}$

$0,7 \cdot U_{\text{max}} \approx 2,75 \text{ В}$

$2,68 \text{ В}$

$\omega = 3250 \text{ Гц}$

$U \rightarrow 0$

$\omega = 9000 \text{ Гц}$

Какие погрешности в I_L expect?

$R = 220 \text{ Ом}$: $\omega_0 = 3125 \text{ Гц}$
 $\omega_R = 3125 \text{ Гц}$
 $\omega_L = 3125 \text{ Гц} \sim 3200 / 3160$

$R = 2400 \text{ Ом}$: $\omega_0 = 3106 \text{ Гц}$
 $\omega_R = 3185 \text{ Гц}$
 $\omega_L = 3144 \text{ Гц}$

3174
1000
1100
1800
2200
2600
2800
3000
3008
3016
3024
3032
3040
3048
3056
3064
3072
3080
3000
3020
3040
3060
3080
3088
3096
3104
3112
3120
3128
3136
3144
3152
3160
3168
3176
3184
3192
3200
3208
3216
3224
3232
3240
3248
3256
3264
3272
3280
3288
3296
3300
3400
3500
3600
3700
3800
3900
4000
4100
4200
4300
4400
4500
4600
4700
4800
4900

ΔT_4	U_c, R	U_c, R	U_c, R	R, D_w	F, B
1000	0, 308	0, 03	5, 2		
1100	0, 34	0, 064	5, 88	220	0, 246
1200	0, 402	0, 125	4, 03		
1300	0, 52	0, 243	9, 42		
1400	0, 807	0, 533	15, 44		
1500	1, 184	0, 908	23, 85		
1600	1, 639	1, 45	33, 80		
1700	1, 405	1, 52	35, 00		
1800	1, 46	1, 546	38, 15		
1900	1, 85	1, 666	38, 0		
2000	1, 925	1, 845	39, 03		
2100	2, 02	1, 844	41, 4		
2200	2, 12	1, 95	43, 8		
2300	2, 316	2, 135	44, 8		
2400	2, 43	2, 528	56, 20		
2500	2, 82	2, 84	58, 49		
2600	3, 01	2, 82	62, 3		
2700					
2800					
2900					
3000	2, 36	2, 09	48, 2		
3100	2, 63	2, 38	53, 52		
3200	2, 95	2, 693	60, 48		
3300	3, 35	3, 10	68, 8		
3400	3, 84	3, 81	49, 35		
3500	4, 07	3, 89	84, 89		
3600	4, 361	4, 15	90, 36		
3700	4, 62	4, 428	98, 0		
3800	4, 89	4, 41	101, 9		
3900	5, 43	5, 24	112, 5		
4000	5, 56	5, 51	117, 40		
4100	5, 448	5, 74	118, 2		
4200	5, 880	5, 85	123, 19		
4300	5, 882	5, 882	125, 83		
4400	5, 910	5, 91	124, 28		
4500	5, 88	5, 888	128, 41		
4600	5, 45	5, 804	121, 30		
4700	5, 59	5, 662	118, 0		
4800	5, 384	6, 481	113, 89		
4900	5, 156	5, 27	109, 19		
5000	4, 92	5, 06	104, 83		
5100	4, 87	4, 82	98, 54		
5200	4, 44	4, 60	94, 89		
5300	4, 20	4, 38	89, 43		
5400	3, 98	4, 17	85, 11		
5500	3, 44	3, 849	74, 56		
5600	3, 04	3, 266	66, 0		
5700	2, 699	2, 93	58, 55		
5800	1, 85	1, 904	38, 42		
5900	1, 16	1, 42	28, 48		
6000	0, 306	0, 96	14, 11		
6100	0, 194	0, 468	12, 85		
6200	0, 24	0, 516	4, 96		
6300	0, 116	0, 389	5, 86		
6400	0, 064	0, 34	5, 26		
6500	0, 04	0, 315	5, 18		
6600	0, 03	0, 3	5, 20		
6700	0, 016	0, 29	5, 38		
6800					
6900					
7000					

~~Pyroline~~

$\Delta = 50$

1600	0,22	0,485	34,8
5000	0,16	0,429	54,44
6000	0,09	0,358	60,5
7000	0,08	0,325	48,8
8000	0,048	0,30	48,85
9000	0,04	0,29	49,6
9900	0,03	0,284	50,95

Д_р = 400 Г₂

Скорость

А ₁	А ₂	А ₃	А ₄	А ₅	А ₆	Δ	Т, мкс
34,2	33,6	32,6	31,6	29,8			320
32,8	31,4	30,8	29,8	28,4			320
29,4	28,8	28,2	24,4	28,2			320
25,8	24,8	23,6	22,0	19,8			320
23,8	23,2	22,2	21,0	19,2			320
20,0	19,6	19,0	18,0	16,4			320
14,2	13,2	12,2	10,8	4,8			320

по уровню $\tau_{\text{уров}} \approx 600 \text{ мкс}$

2400	10,4	10,1	9,68	8,72	8,80	320
3100	все плохо					

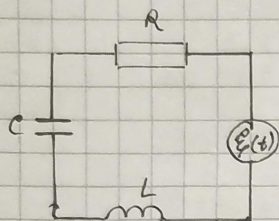
01. 03. 22

[Signature]

Отчёт по лабораторной работе №217.
Колебательные процессы в последовательном
электрическом контуре.

Цель работы: исследование колебательных процессов в линейном
резонансаторе с потерями.
Приборы и оборудование: колебательный контур, вольтметры,
осциллограф.

Теоретическая часть.



Уравнение, описывающее процессы в исследуемом контуре:

$$\ddot{q} + 2\delta \dot{q} + \omega_0^2 q = f(t) \quad (1)$$

где q - заряд на конденсаторе,

$\delta = \frac{R}{2L}$ - коэффициент затухания,

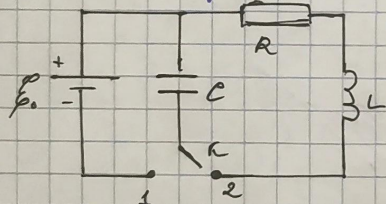
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - собственная частота контура,

$f(t) = \frac{E}{L}$ - вынуждающая сила, E - внешняя ЭД.

Рассмотрим 3 случая.

1) Собственные колебания в электрическом контуре:

Схема подключения: сначала K в положении 1 (конденсатор
зарядается), затем $K \rightarrow 2$.



Уравнение колебаний в таком случае:

$$\ddot{q} + 2\delta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

Решение имеет вид:

$$q = A_0 \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega_s t + \varphi)$$

где $\omega_s = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, φ - фаза колебаний, A_0 - макс. амплитуда,

$\delta = \frac{R}{2L}$ - коэффициент затухания.

Если изначально $I = 0$, а конденсатор подключен к E , то
 $U_c(0) = E_0$:

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{A_0}{C} e^{-\delta t} \cos(\omega_s t + \varphi)$$

$\underset{= E_0}{\quad} \quad \Rightarrow A_0 = E_0 C$

$$I = \frac{dq}{dt} = \text{условие малых затуханий: } \delta \ll \omega_0 \Rightarrow -A_0 e^{-\delta t} \omega_s \sin(\omega_s t + \varphi)$$

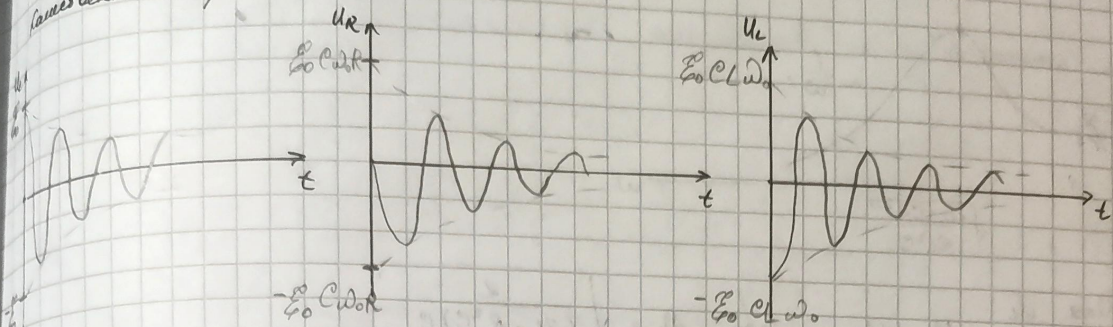
т.к. $I(0) = 0$, то $\varphi = 0$. и учитывая, что $\delta \ll \omega_0$, то:

$$I \approx -A_0 \omega_0 e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t)$$

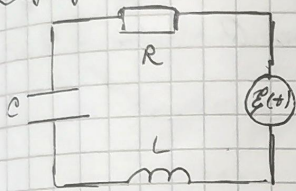
$$\Rightarrow U_R = IR = -E_0 C \omega_0 R e^{-\delta t} \sin \omega_0 t$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = -A_0 \omega_0 L \cdot e^{-\delta t} \cos \omega_0 t.$$

соответствующие графики:



2) Вынужденные колебания в электрической цепи:



Колебания под действием внешней вынуждающей силы (устанавливаются по второму закону):

$$\ddot{q} + 2\delta \dot{q} + \omega_0^2 q = f_0 \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow q = B(\omega) \cos(\omega t - \psi)$$

где: $B(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$; $\tan \psi = \frac{2\delta \omega}{\omega^2 - \omega_0^2}$

Зная, что $F_0 = \frac{E_0}{L}$ можно получить выражение для амплитуды тока и напряжений от ω :

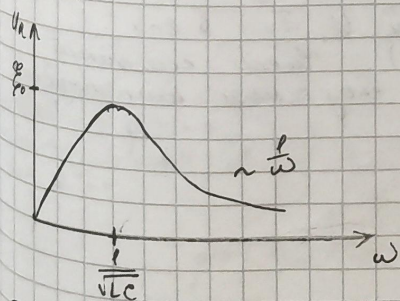
$$I_0 = \omega B(\omega) = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$U_L = I_0 \omega L = \frac{\omega L E_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$U_C = \frac{I_0}{\omega C} = \frac{E_0}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$U_R = I_0 R = \frac{E_0 R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

Для U_R :

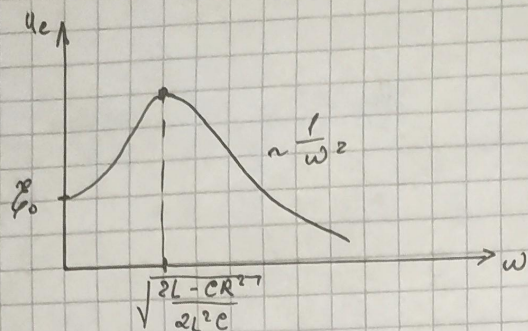


$$U_R = U_{Rmax} \quad \text{при} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

$$U_{Rmax} = E_0$$

Для U_C :

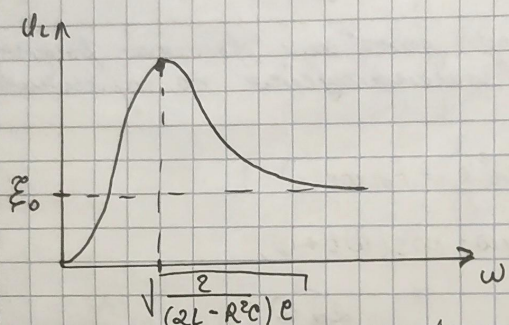
$$U_C = U_{Cmax} \quad \text{при} \quad \omega_C = \sqrt{\frac{2L - CR^2}{2LC}}$$



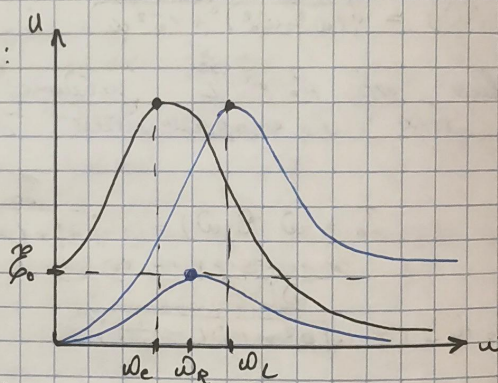
Для U_L :

$$U_L = U_{Lmax} \quad \text{при } \omega_L = \sqrt{\frac{2}{(2L - R^2C)C}}$$

$$U_{Lmax} = \frac{2L E_0}{R \sqrt{4LC - C^2 R^2}} \quad \text{или } U_{Lmax} = \frac{Q E_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}}$$



Все 3 на одном графике:



Декремент затухания. Добротность.

Полупериодический декремент затухания:

$$\delta = \ln \left(\frac{q_n}{q_{n+1}} \right) = \ln \left(\frac{I_n}{I_{n+1}} \right) = \delta T$$

~ логарифм отношения значений q или U, I в 2-х последовательных максимумах (n и $n+1$). Число колебаний, совершаемых за время τ (время нарастания амплитуды в e раз):

$$N = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\delta T} = \frac{1}{\delta}$$

Добротность:

$$Q = \delta N = \frac{\delta}{\delta}$$

при $\delta \ll \omega_0$ (малый декремент затухания)

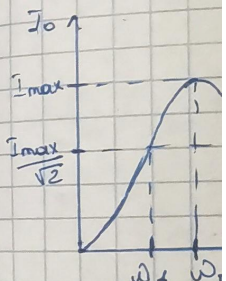
$$\delta = \delta T \approx \frac{2\pi\delta}{\omega_0} = \frac{2\pi R}{\omega_0 L} = \pi R C \omega_0 = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Резонансы
колебаний
при

$U_L, U_C,$

=> добротность
колебаний
амплитуды

по Q



3) Условие
процесса
увлажнения

Коэффициент
условия
оптимальности
при $\delta = 0$

$$Q = \pi N = \frac{\pi}{\beta} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Резонансная кривая:

Резонансная кривая - зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты.

Для $\omega = \omega_0$:

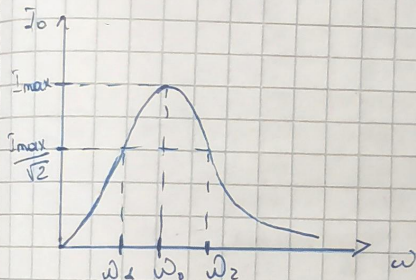
$$\frac{U_L}{U_R} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

$$U_R = \xi_0$$

U_L, U_C, U_R - амплитудные значения напряжений на L, C, R соответственно

$\Rightarrow$ добротность контура показывает во сколько раз амплитуда напряжений на ёмкости и индуктивности при резонансе превышает амплитуду внешнего ЭДС.

Но Q можно вычислять и по ширине резонансной кривой:



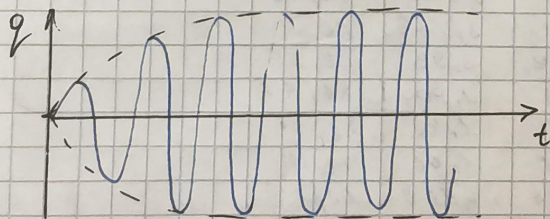
$$\Delta = \omega_2 - \omega_1$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta}$$

3) Установление вынужденных колебаний в колебательном контуре:

Процесс установления колебаний в контуре описывается уравнением:

$$q = A \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \varphi) + B \cos(\omega t + \psi)$$



Например, в контуре без потерь и в случае нулевых начальных условий ($q(0) = 0, \dot{q}(0) = 0$) процесс установления колебаний можно описать, находя A и φ из начальных условий и выясняя, что $\delta = 0$:

$$q(t) = \frac{F_0}{\omega_0^2 - \omega^2} (\cos \omega t - \cos \omega_0 t)$$

Практическая часть.

2. Исследование вынужденных колебаний.

а) Построение резонансных кривых.

Таблица 1.

N	$\omega, \text{Гц}$	$\omega, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$U_c, \text{В}$	$U_L, \text{В}$	$U_R, \text{мВ}$	$R, \text{Ом}$	$I, \text{А}$
1	1000	6283,2	0,306	0,03	5,2	220	0,276
2	1400	8798,5	0,34	0,064	5,88		
3	1800	11309,7	0,402	0,125	4,03		
4	2200	13823,0	0,52	0,243	9,42		
5	2600	16336,3	0,807	0,533	15,44		
6	2800	17592,9	1,187	0,808	23,35		
7	3000	18849,6	2,36	2,09	48,2		
8	3020	18975,2	2,63	2,36	53,52		
9	3040	19100,9	2,95	2,683	60,48		
10	3060	19226,5	3,35	3,1	68,8		
11	3080	19352,2	3,84	3,61	79,35		
12	3088	19402,5	4,07	3,89	84,89		
13	3096	19452,7	4,361	4,15	90,38		
14	3104	19503,0	4,62	4,428	96,0		
15	3112	19553,3	4,89	4,71	101,9		
16	3120	19603,5	5,43	5,27	112,5		
17	3128	19653,8	5,56	5,51	117,4		
18	3137	19710,4	5,746	5,71	118,2		
19	3145	19760,6	5,88	5,85	123,19		
20	3153	19810,9	5,882	5,882	123,83		
21	3161	19861,1	5,91	5,91	124,28		
22	3169	19911,4	5,86	5,86	123,41		
23	3177	19961,7	5,75	5,804	121,3		
24	3185	20011,9	5,59	5,662	118,0		
25	3193	20062,2	5,384	5,481	113,89		
26	3201	20112,5	5,156	5,27	109,19		
27	3209	20162,7	4,92	5,06	104,33		
28	3217	20213,0	4,67	4,82	99,57		
29	3225	20263,3	4,44	4,6	94,69		
30	3233	20313,5	4,2	4,38	89,73		
31	3241	20363,8	3,98	4,17	85,11		
32	3281	20489,5	3,47	3,679	44,56		
33	3281	20615,1	3,04	3,266	66,0		
34	3300	20734,5	2,699	2,93	58,55		
35	3400	21382,8	1,65	1,904	26,42		
36	3500	21991,1	1,16	1,42	26,48		
37	3700	23247,8	0,706	0,96	17,11		
38	3900	24504,4	0,494	0,766	12,85		
39	4500	28274,3	0,24	0,516	4,96		
40	5500	34557,5	0,116	0,389	5,86		
41	6500	40840,7	0,067	0,34	5,26		
42	7500	47123,9	0,04	0,315	5,18		
43	8500	53407,1	0,03	0,3	5,2		
44	9900	62203,5	0,016	0,29	5,38		

Таблица 1 соответствует Графику 1.

Таблица 2: соответствует Графику 2.

N	$\gamma, \text{Å}$	$\alpha, \frac{\text{Å}}{\text{Å}}$	$U_e, \text{Å}$	$U_c, \text{Å}$	$U_r, \text{Å}$	$R, \text{Å}$	$Z, \text{Å}$
1	1000	0283,2	0,35	0,03	18,82	2400	0,278
2	1200	0796,5	0,34	0,06	53,5		
3	1800	11309,7	0,398	0,123	61,38		
4	2200	13823,0	0,51	0,236	77,8		
5	2800	16336,3	0,74	0,488	115,6		
6	2900	18221,2	1,116	0,937	183,4		
7	2920	18346,9	1,165	0,974	189,0		
8	2930	18409,7	1,167	0,984	190,8		
9	2945	18503,9	1,19	1,018	195,8		
10	2960	18598,2	1,22	1,05	203,0		
11	2975	18692,5	1,247	1,087	205,4		
12	2990	18786,7	1,272	1,12	210,3		
13	3005	18880,9	1,3	1,157	216,2		
14	3025	19006,8	1,33	1,203	221,3		
15	3045	19132,3	1,36	1,248	227,3		
16	3085	19257,9	1,388	1,291	232,6		
17	3085	19383,6	1,407	1,33	237,4		
18	3100	19477,9	1,42	1,32	240,5		
19	3110	19540,7	1,428	1,37	242,3		
20	3120	19603,5	1,433	1,39	243,7		
21	3130	19666,4	1,437	1,403	245,0		
22	3140	19729,2	1,44	1,415	246,0		
23	3145	19760,6	1,4404	1,4205	246,2		
24	3150	19792,0	1,4408	1,4258	246,5		
25	3160	19854,9	1,439	1,43	246,9		
26	3170	19917,7	1,437	1,441	247,1		
27	3180	19980,5	1,432	1,447	247,0		
28	3190	20043,4	1,428	1,4508	246,5		
29	3200	20106,2	1,418	1,453	245,3		
30	3210	20169,0	1,41	1,453	244,8		
31	3220	20234,9	1,395	1,451	242,7		
32	3230	20294,7	1,386	1,448	241,7		
33	3240	20357,5	1,372	1,443	240,0		
34	3250	20420,4	1,358	1,435	238,0		
35	3280	20483,2	1,3417	1,43	235,8		
36	3280	20608,8	1,307	1,41	231,0		
37	3300	20734,5	1,27	1,388	225,4		
38	3320	20860,2	1,23	1,363	219,6		
39	3350	21048,7	1,17	1,313	210,1		
40	3380	21237,2	1,09	1,27	200,8		
41	3410	21425,7	1,05	1,226	191,5		
42	3440	21614,2	0,99	1,18	182,5		
43	3470	21802,7	0,94	1,14	174,8		
44	3500	21991,1	0,88	1,08	165,4		
45	3520	22116,8	0,85	1,06	160,28		
46	3550	22305,3	0,80	1,02	153,9		
47	3590	22556,6	0,75	0,97	144,0		
48	3650	22933,6	0,676	0,9	132,0		
49	4100	25781,1	0,3602	0,617	83,8		
50	4600	28902,7	0,22	0,485	61,6		
51	5000	31415,9	0,16	0,429	57,47		
52	6000	37699,1	0,09	0,258	50,5		
53	7000	43982,3	0,06	0,225	48,8		
54	8000	50265,5	0,048	0,3	48,85		
55	9000	56548,7	0,04	0,29	49,8		
56	9900	62203,5	0,03	0,287	50,45		

При $R = 220 \text{ Ом}$ получены следующие данные:

$$\omega_R \approx 19864,1 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \omega_0$$

$$\omega_C \approx 19864,1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\omega_L \approx 19864,1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Из соотношения:

$$\omega_R = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{найдем } L:$$

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{\omega_R^2 C} \approx 0,4682 \text{ Гн.}$$

Рассчитаем добротность:

1) Сравнение величин U_C , U_L и U_R (где $U_R = E$) при резонансе:

$$\frac{U_C}{E} = \frac{U_C}{E} = \frac{1}{R \omega_0 C} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

$$Q = \frac{U_C}{E} \approx 21,43$$

$$Q = \frac{U_L}{E} \approx 21,43$$

2) Усреднение амплитуд резонансных кривых:

$$\Delta = \omega_2 - \omega_1 \approx 20346,56 - 19426,44 \approx 920,12 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta} \approx 21,56$$

3) На основе формулы $Q = \frac{1}{R \omega_0 C} \sqrt{\frac{L}{C}}$. Найдем значение $R_{\text{одн}}$:

$$U_R = \frac{E_0 R}{R + r_{\text{внш}}} \rightarrow U_R R + U_R r_{\text{внш}} = E_0 R \rightarrow r_{\text{внш}} = \frac{(E_0 - U_R) R}{U_R}$$

$$r_{\text{внш}} \approx 268,7 \text{ Ом}$$

$$Q = \frac{1}{R_{\text{одн}} \omega_0 C} \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 31,22$$

Среднее значение и погрешности:

$$Q_{\text{ср}} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{4} \approx 21,56$$

$$\Delta Q_{\text{ср}} = \frac{|Q_1 - Q_{\text{ср}}| + |Q_2 - Q_{\text{ср}}| + |Q_3 - Q_{\text{ср}}| + |Q_4 - Q_{\text{ср}}|}{4} \approx 1,56$$

$$\Rightarrow Q \approx (21,56 \pm 1,56)$$

$$r_{\text{внш}} \approx 100,84 \text{ Ом}; \quad r_{\text{внш}} \approx 391,8 \text{ Ом}$$

При $R = 2000 \text{ Ом}$ получаем следующие результаты:

$$\omega_0 = \omega_R \approx 19917,7 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\omega_c \approx 19492,0 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\omega_L \approx 20165,0 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Из соотношения:

$$\omega_R = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{найдем } L;$$

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{\omega_R^2 C} \approx \underline{\underline{0,463 \text{ Гн}}}$$

Рассчитаем добротность:

1) Сравнение величин U_c , U_L и U_R (где $U_R = E$) при резонансе:

$$Q \approx 5,22$$

$$Q \approx 5,26$$

2) Измерение ширины резонансной кривой:

$$\Delta = \omega_2 - \omega_1 \approx 21805,75 - 17966,3 \approx 3839,45 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta} \approx 5,19$$

3) По формуле $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$; найдем значение $R_{\text{доб}}$:

$$R_{\text{доб}} = \frac{(E - U_R) R}{U_R}$$

$$\rightarrow R_{\text{доб}} \approx 288,65 \text{ Ом}$$

$$Q = \frac{1}{R_{\text{доб}}} \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 5,41$$

Среднее значение и погрешность:

$$Q_{\text{ср}} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{4} \approx 5,26$$

$$\Delta Q_{\text{ср}} \approx 0,15$$

$$\Rightarrow Q \approx (5,26 \pm 0,15)$$

$$R_{\text{внут}} \approx 207,95 \text{ Ом}, \quad R_{\text{внеш}} \approx 303,48 \text{ Ом}$$

$$R_1 = (R_{\text{внут}} + R_{\text{внеш}})_1 \approx 492,64 \text{ Ом}$$

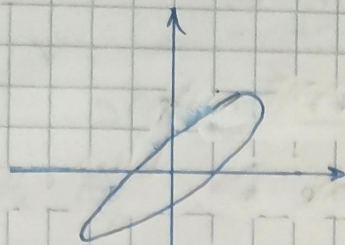
$$R_{\text{ср}} \approx 502,035 \text{ Ом}$$

$$R_2 = (R_{\text{внут}} + R_{\text{внеш}})_2 \approx 511,43 \text{ Ом}$$

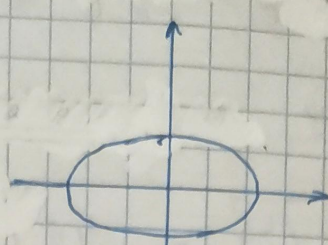
$$L_{\text{ср}} \approx 0,4656 \text{ Ом}$$

Разовые соотношения:

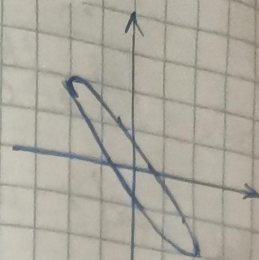
1) $Ox: U_c$
 $Oy: E$



$\omega = 308 \text{ Гц}$

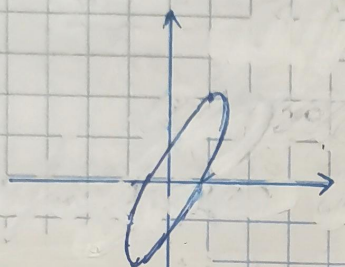


$\omega = 405 \text{ Гц}$

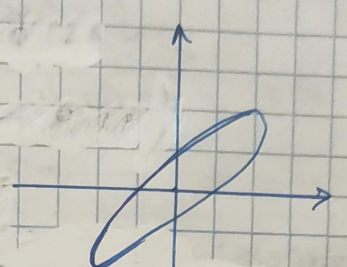


$\omega = 507 \text{ Гц}$

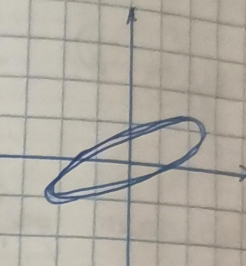
2) $Ox: U_L$
 $Oy: U_c$



$\omega = 305 \text{ Гц}$

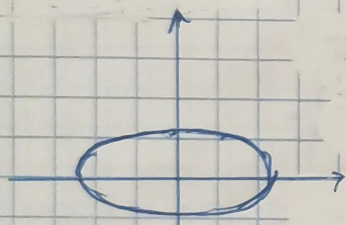


$\omega = 406 \text{ Гц}$

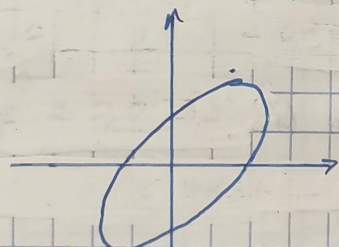


$\omega = 507 \text{ Гц}$

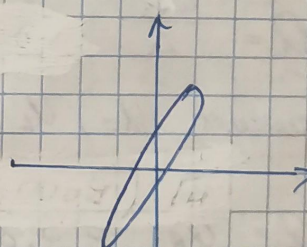
3) $Ox: E$
 $Oy: R$



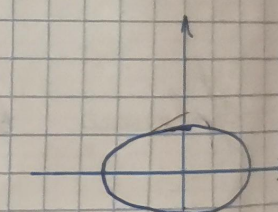
$\omega = 100 \text{ Гц}$



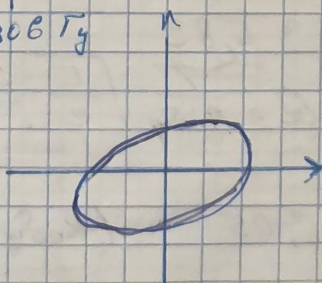
$\omega = 306 \text{ Гц}$



$\omega = 408 \text{ Гц}$



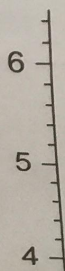
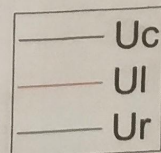
$\omega = 508 \text{ Гц}$



$\omega = 406 \text{ Гц}$

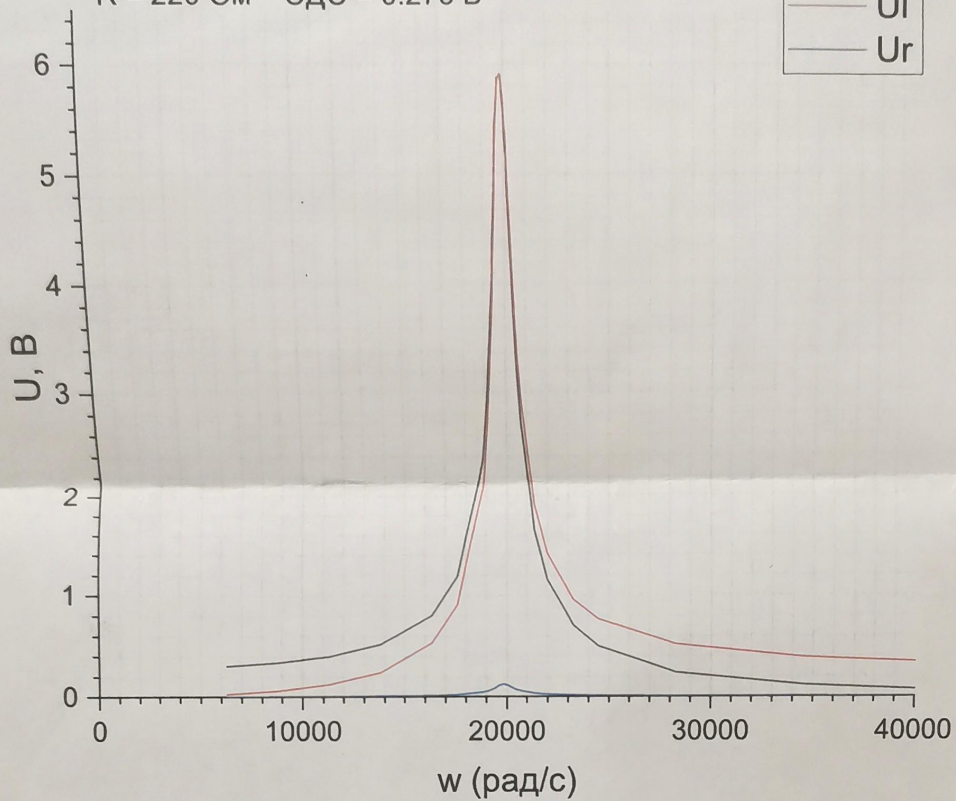
Практические графики

$R = 220 \text{ Ом}$ ЭДС = 0.276 В



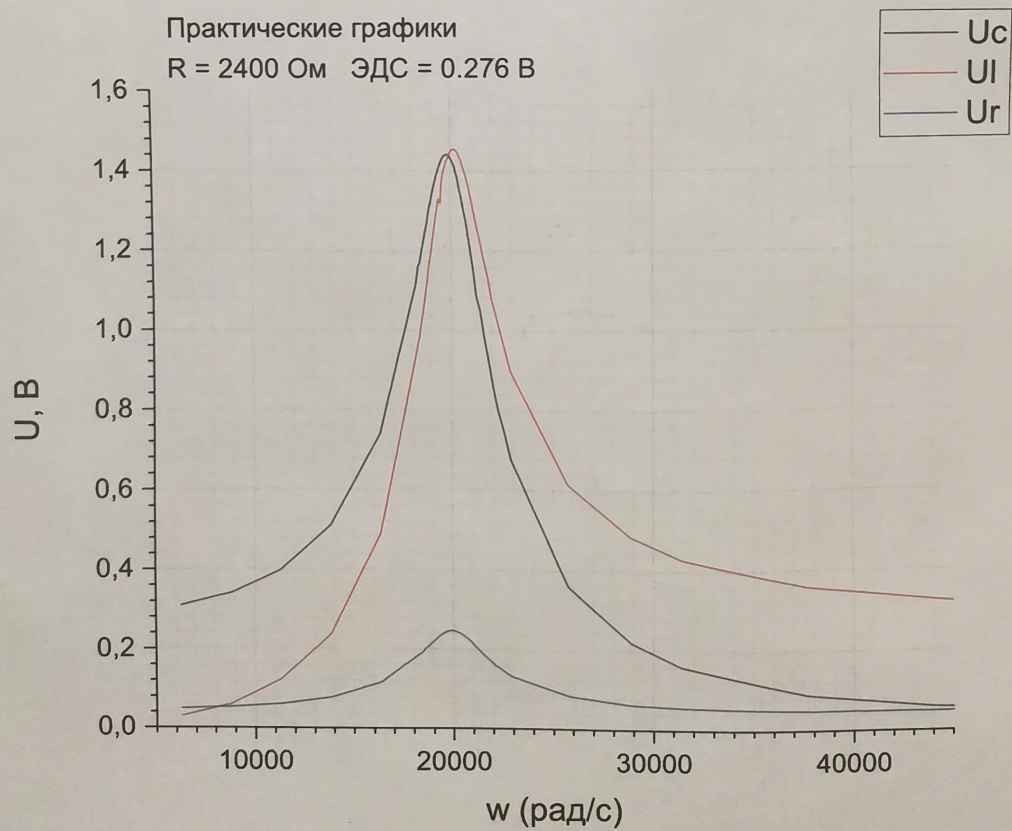
Практические графики

$R = 220 \text{ Ом}$ ЭДС = 0.276 В



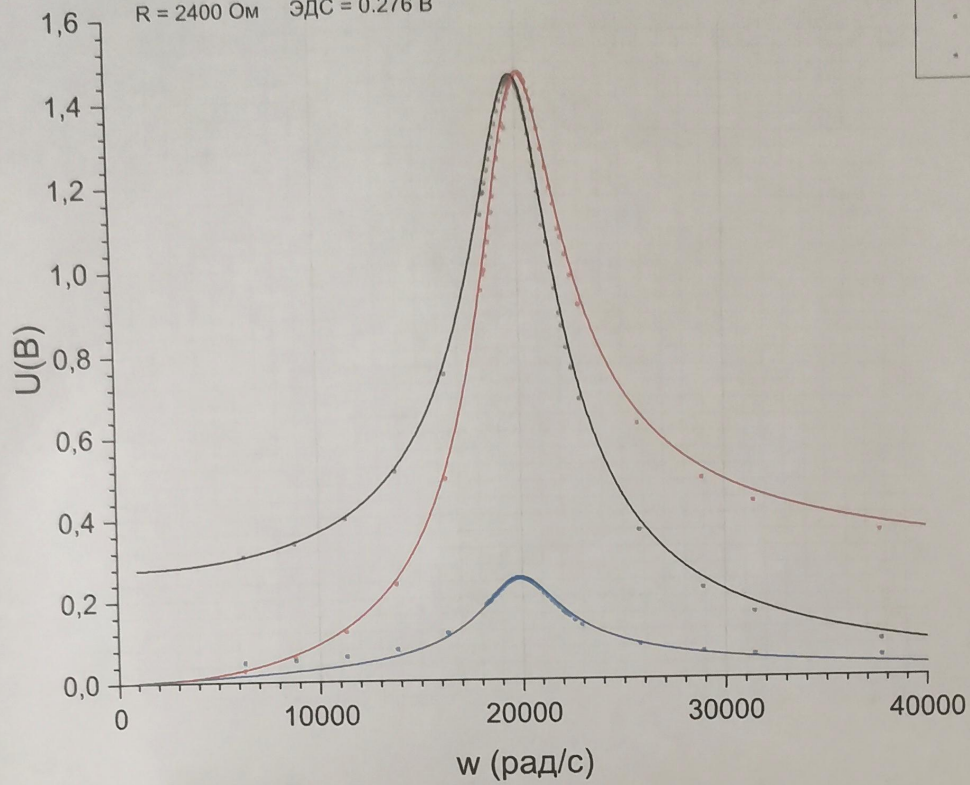
Практические графики

$R = 2400 \text{ Ом}$ ЭДС = 0.276 В



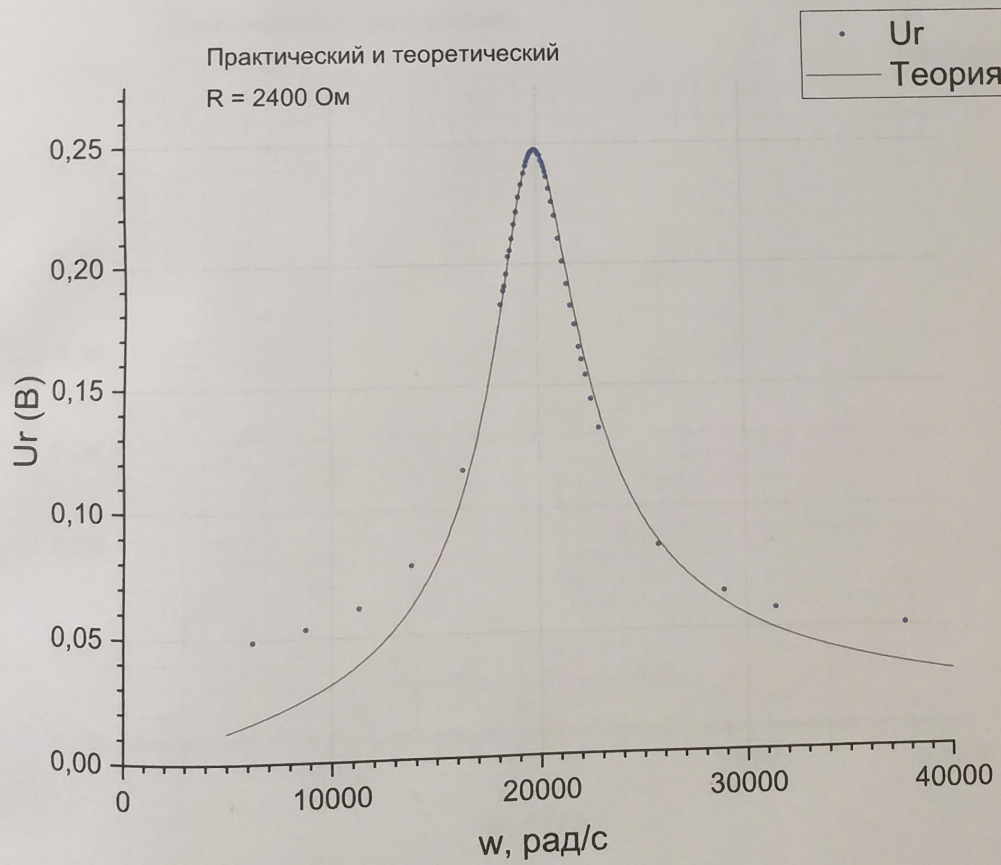
Теоретические графики (максимумы ушли вверх)

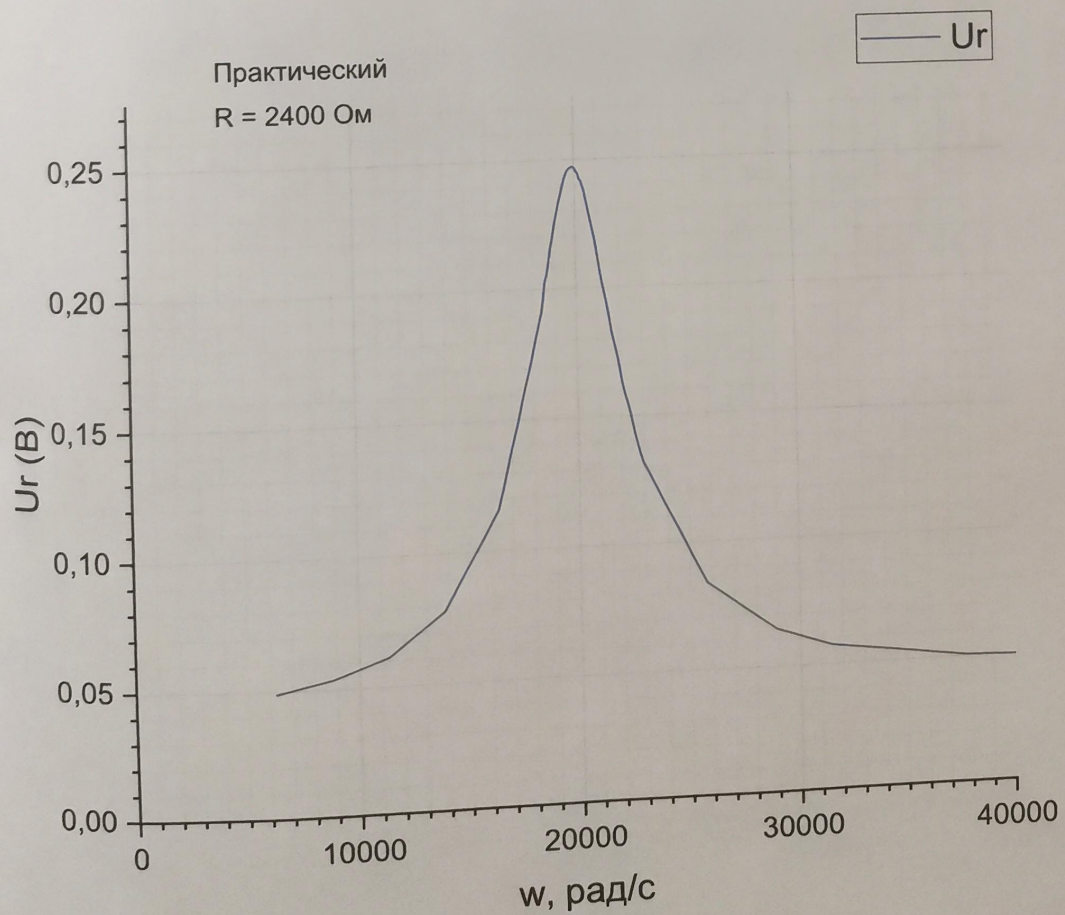
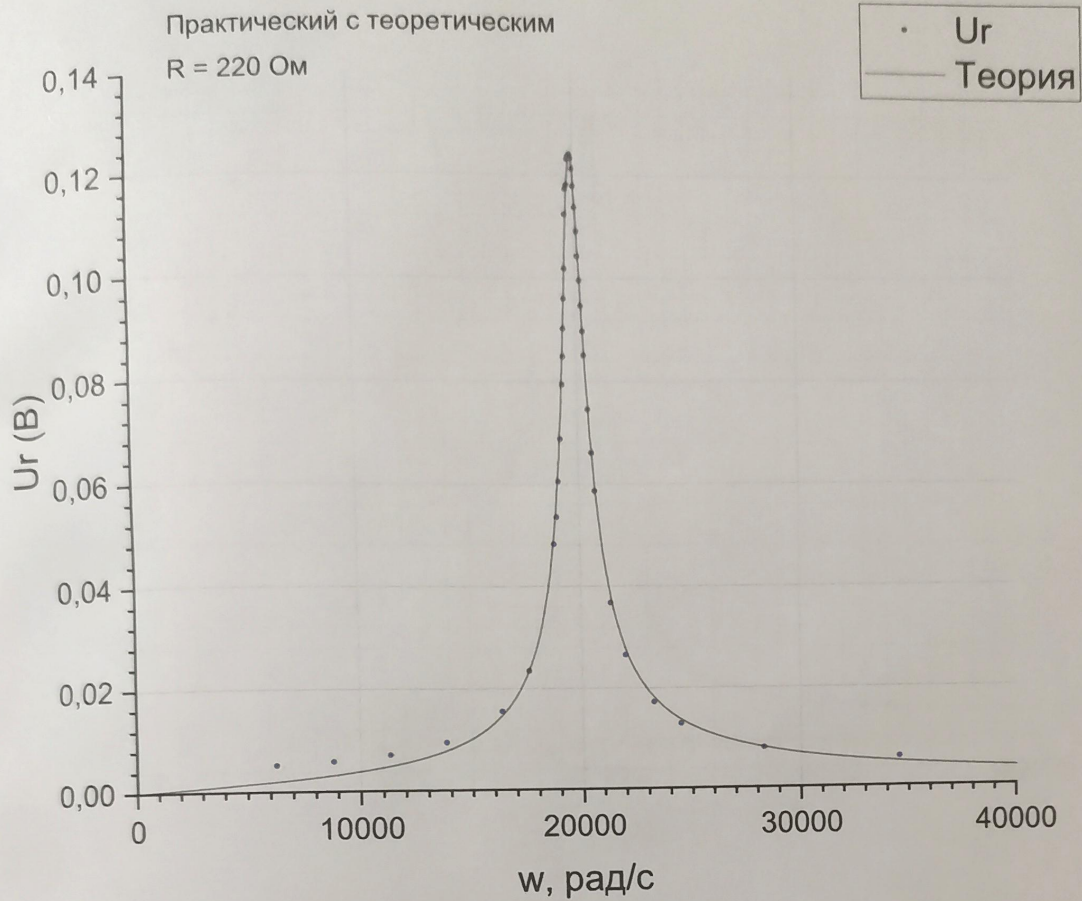
$R = 2400 \text{ Ом}$ ЭДС = 0.276 В



Практический и теоретический

$R = 2400 \text{ Ом}$

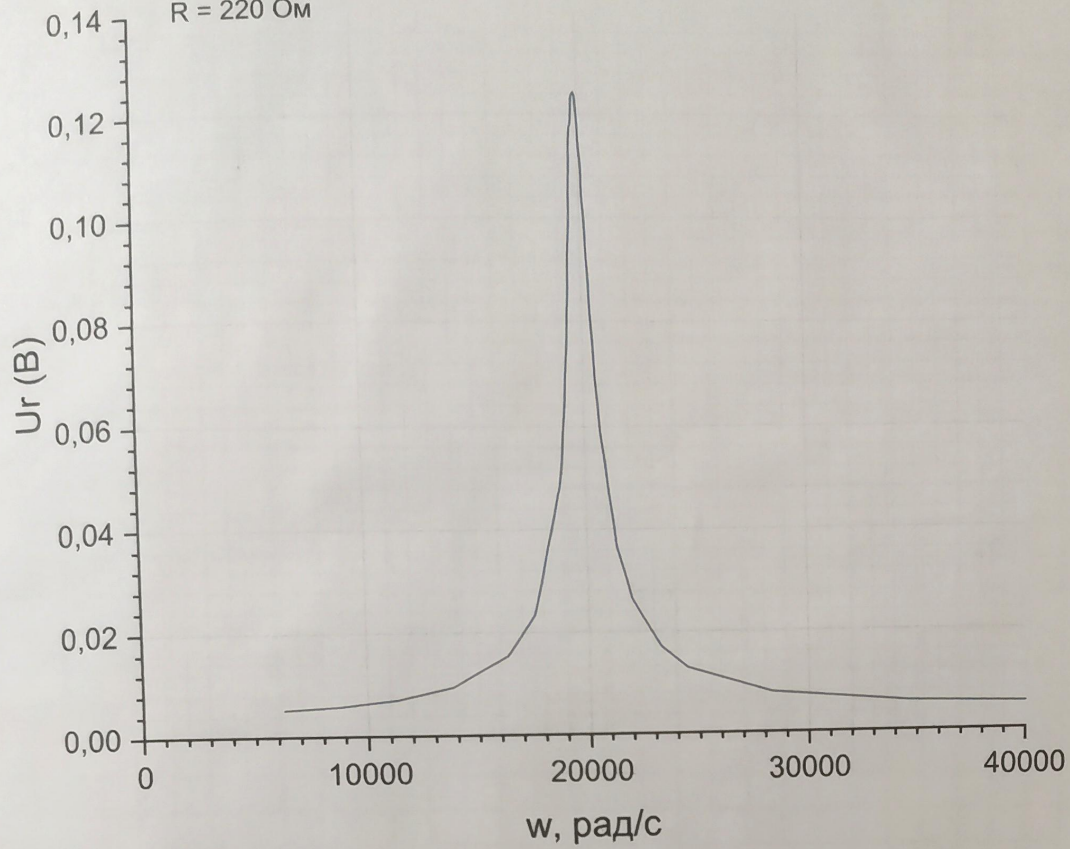




Практический

$R = 220 \text{ Ом}$

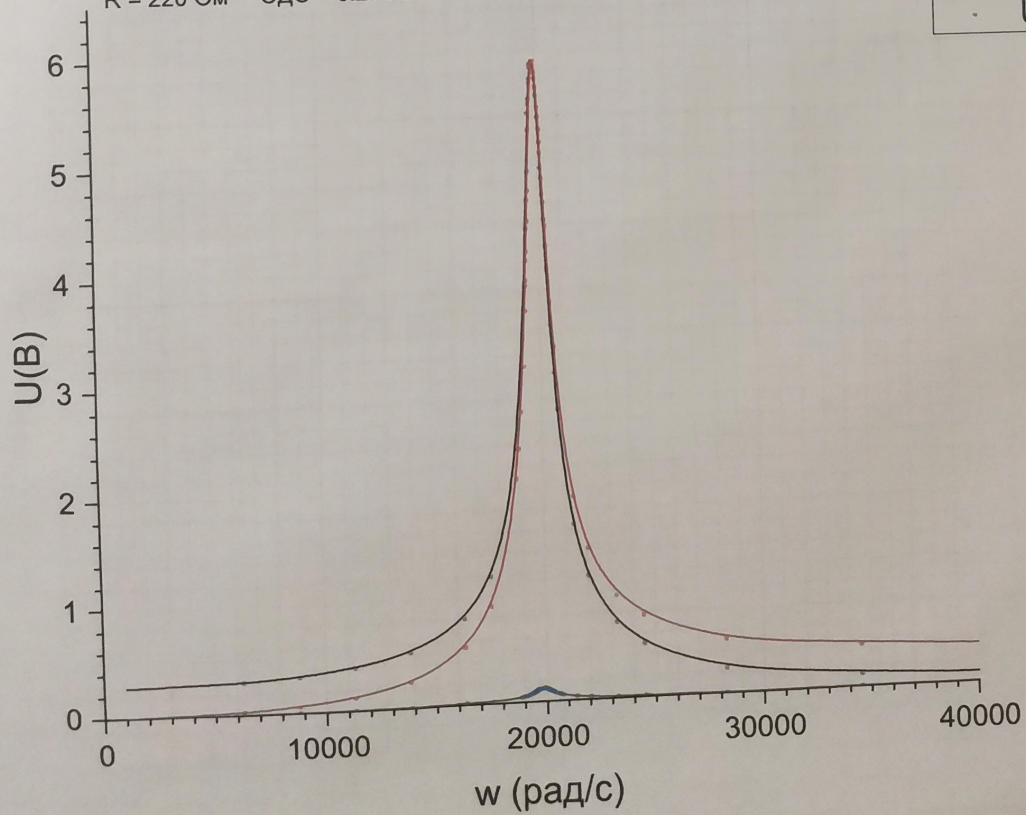
Ur



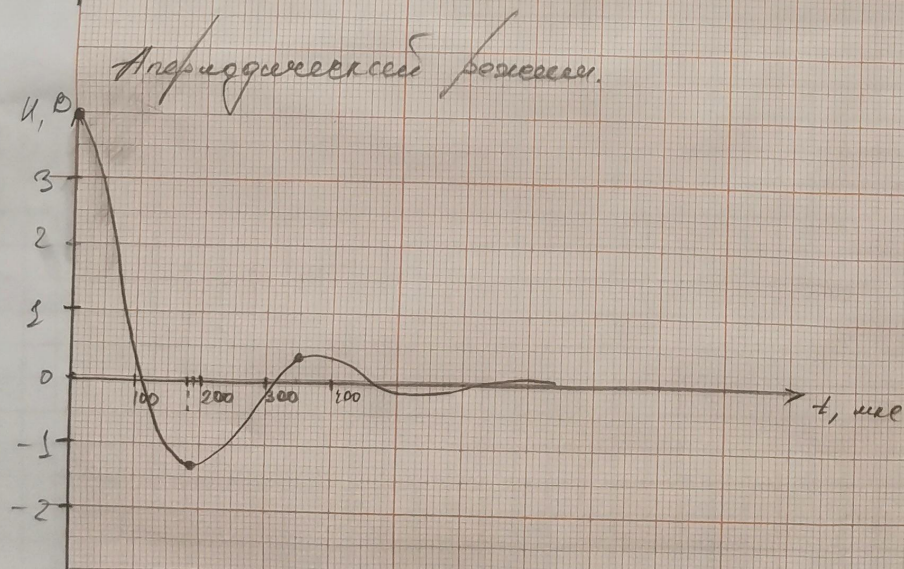
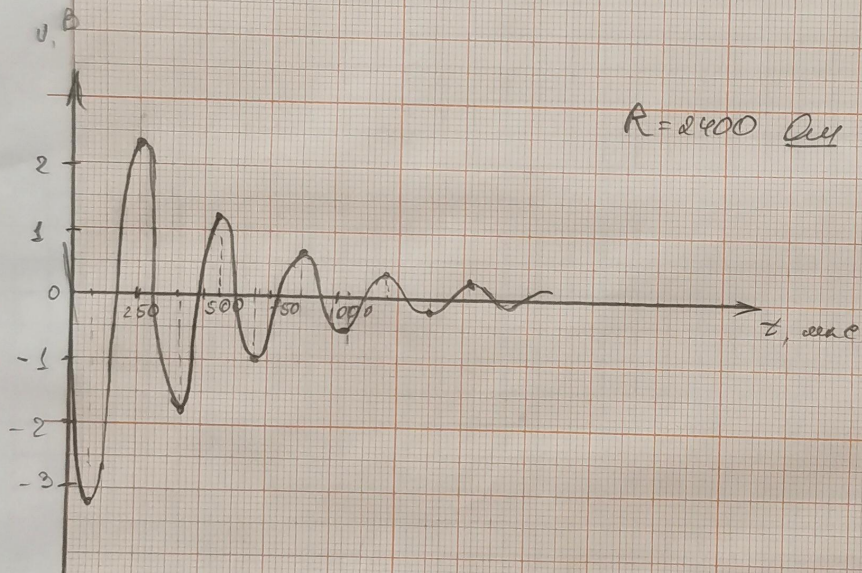
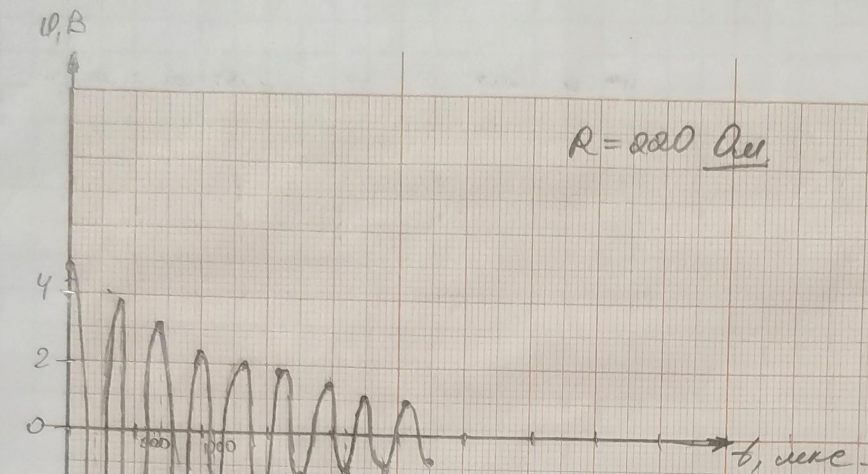
Теоретические графики (максимумы ушли вверх)

$R = 220 \text{ Ом}$ ЭДС = 0.276 В

Uc
UI
Ur



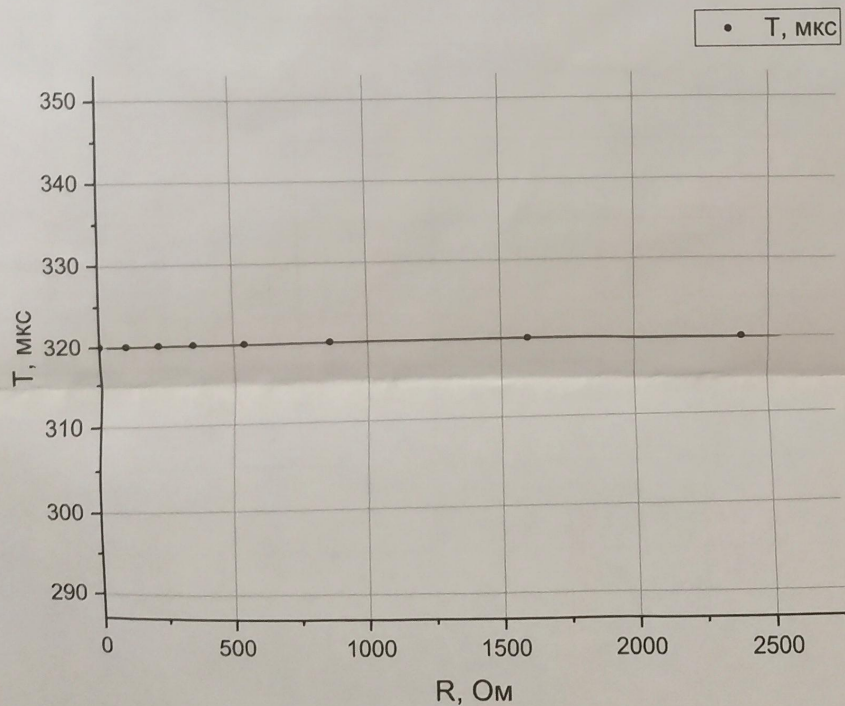
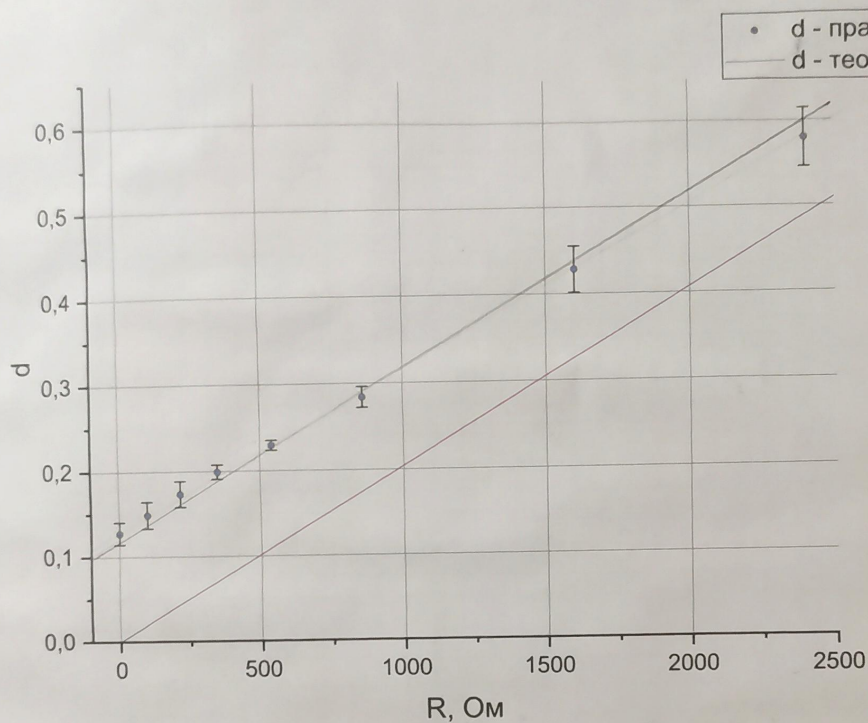
1. Исследование собственных колебаний в электрической цепи:



На рисунках представлена осциллограмма напряжения
и частота с течением времени при $R = 220 \text{ Ом}$,
 $A = 2400 \text{ см}$.

Зависимость деформации d от сопротивления (R):

d	0,127	0,149	0,173	0,199	0,229	0,284	0,427	0,579
$R, \text{Ом}$	0	100	220	350	540	860	1800	2400
Δd	0,013	0,016	0,015	0,008	0,006	0,012	0,027	0,034



Теоретический график:

$$\delta = \delta \omega = \frac{2\pi}{\omega_s} \delta \approx \frac{2\pi}{\omega_0} \frac{R}{2L} = \frac{\pi R \omega_0}{\omega_0^2 L} = \pi R \omega_0 C = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}},$$

где R - полное сопротивление цепи.

В эксперименте была построена зависимость от сопротивления, без учета, но не учитывалось сопротивление катушки и проводов, поэтому при $R=0$ практический расчет $\delta \neq 0$.

Тогда для $f_{\text{рап}}:$

$$f_{\text{рап}} = \pi(R+r) \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{где } r - \text{катушечное сопротивление.}$$

$$\Rightarrow \text{при } f_{\text{рап}} (R=0) = \pi r \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{f_{\text{рап}}(R=0) \sqrt{L}}{\pi \sqrt{C}} \approx 627,696 \text{ Ом.}$$

$$\delta r \approx 10\%$$

$$\Delta r \approx 63 \text{ Ом.}$$

$$\Rightarrow r \approx (628 \pm 63) \text{ Ом.}$$

где L - индуктивность катушки, расчет из формулы для T .

$$T = \frac{2\pi}{\omega_s} \approx \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$\Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = 0,486 \text{ Гн.}$$

Объясним предположение $\omega_s \approx \omega_0$:

$$\omega_s = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad \rightarrow \quad \omega_0^2 \gg \delta^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2} \quad \Rightarrow R \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}} = R_{\text{кр.}}$$

$$R_{\text{кр.}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \approx 30866,28 \text{ Ом.}$$

Максимальное сопротивление, которое можем $R_{\text{max}} = 2400 \text{ Ом.}$

$$R_{\text{max}} \ll R_{\text{кр.}} \approx 30866,28 \text{ Ом.}$$

Разница больше чем в 10 раз $\Rightarrow$ предположение верно.

В таком случае $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \text{const}$ на протяжении эксперимента!

Зависимость периода колебаний (T) от сопротивления (R):

$T, \text{мс}$	320	320	320	320	320	320	320	320
$R, \text{Ом}$	0	100	220	350	540	860	1800	2400

как и предполагается теоретически, период колебаний остается постоянным, $\omega_0 \gg \delta$.

Затухающие колебания обоснованы найденным в предыдущем разделе решением эквивалента.

$$q = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Расчет добротности и коэффициента затухания:

$$Q = \frac{\omega}{\gamma}, \quad \delta = \frac{R}{2L}$$

При $R = 220 \text{ Ом}$:

$$Q = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{3,14}{0,17329} \approx 18,12.$$

$$\Delta Q_i = \delta \cdot Q$$

$$\Delta Q_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta Q_i}{n} \approx 1,19$$

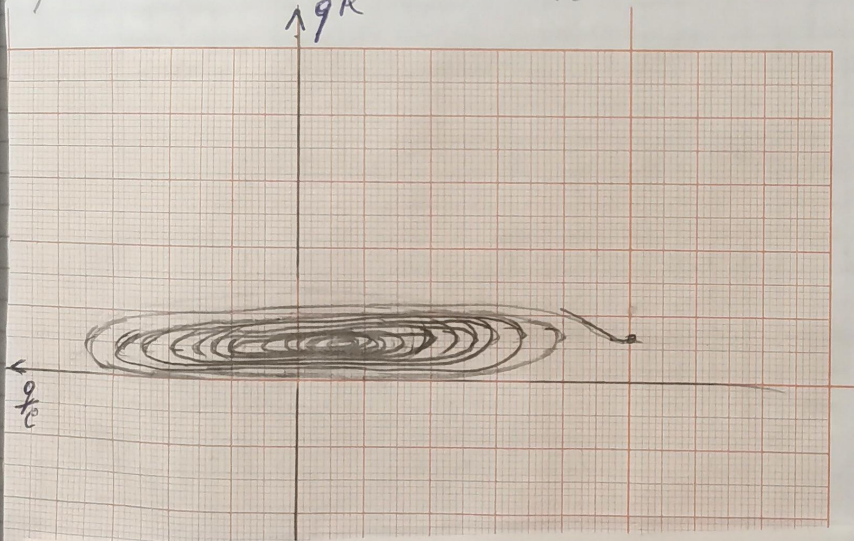
$$\delta = \frac{R}{2L} \approx 139,95 \frac{\text{Ом}}{\text{Гн}}$$

Резонанс порождает:

резонанс

$\uparrow q_R$

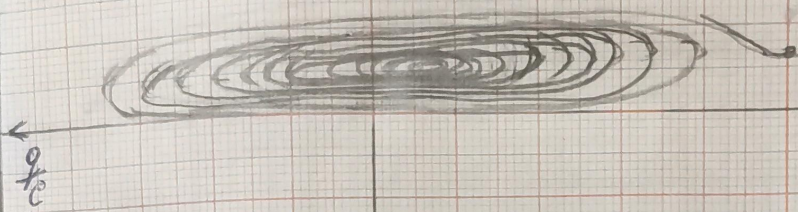
$R = 220 \text{ Ом}$



Ротор

$\dot{R}$

$R = 220 \text{ Ом}$



2400 Ом.

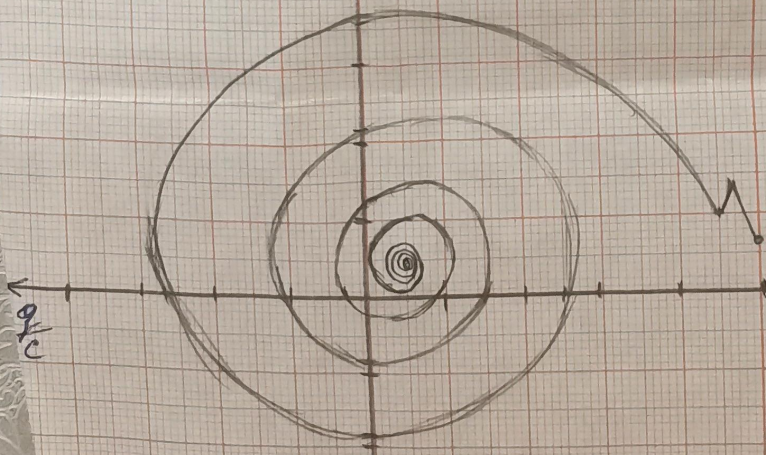
белая.

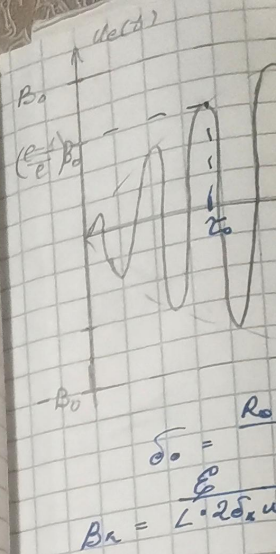
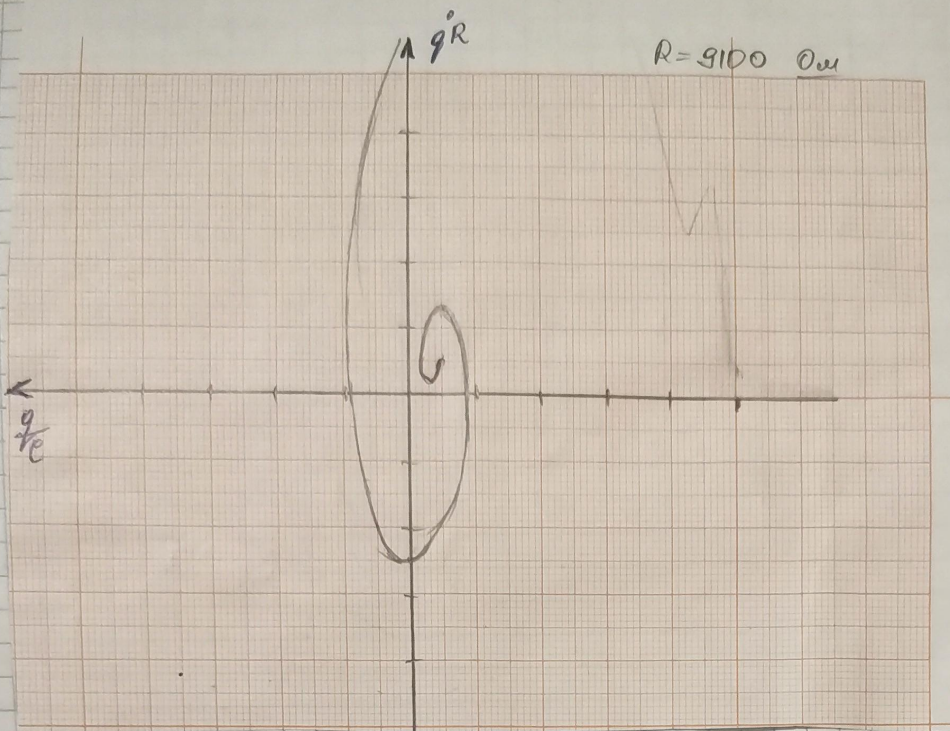
е

(R) :

$R = 1400 \text{ Ом}$

$\dot{R}$





Изображения портретов, которые мы видим на экране осциллографа зеркально отражены (осциллограф как бы "видит" эти портреты со своей стороны правительств)

3. Исследование установившихся вынужденных колебаний.

Установившиеся вынужденные колебания в цепи резонанса описываются формулой: $u_c(t) = B(1 - e^{-\delta t}) \sin \omega t$

Выведем логарифмический декремент для установившихся колебаний:

$$A_n = B(1 - e^{-\delta t_n}) \rightarrow e^{-\delta t_n} = \frac{B - A_n}{B}$$

$$A_{n+1} = B(1 - e^{-\delta(t_n + T_s)}) = B(1 - e^{-\delta t_n} \cdot e^{-\delta T_s}) = B(1 - \frac{B - A_n}{B} e^{-\delta T_s})$$

$$1 - \left(\frac{B - A_n}{B} \right) e^{-\delta T_s} = \frac{A_{n+1}}{B}$$

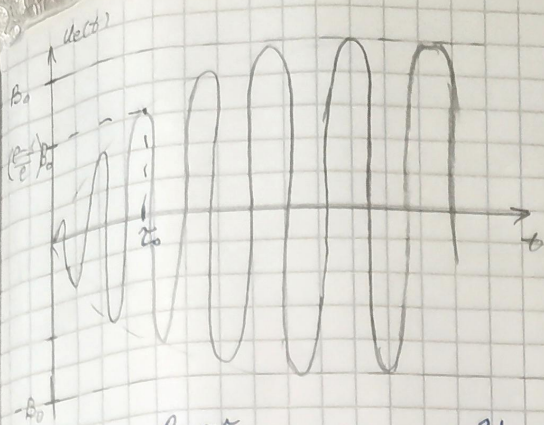
$$e^{-\delta T_s} = \left(1 - \frac{A_{n+1}}{B} \right) \cdot \frac{B}{B - A_n} = \frac{B - A_{n+1}}{B - A_n}$$

$$\Rightarrow \left\{ \delta_k = \ln \frac{B_k - A_n}{B_n - A_{n+1}} \right\}$$

~ формула для логарифмического декремента в случае установившихся колебаний при "к-ом" значении R.

В ходе эксперимента было найдено значение $B \approx B_0$ и $T_{уст} \approx T_0$ по осциллограммам для случая $R = 860 \text{ Ом}$:

$$B_0 = 2,4 \text{ В}, T_0 = 800 \text{ мкс.}$$



Теперь определим B_0 для всех остальных случаев:

$$B_0 = \frac{\mathcal{E}}{L(\omega^2 - \omega_0^2) - r^2 \omega^2}$$

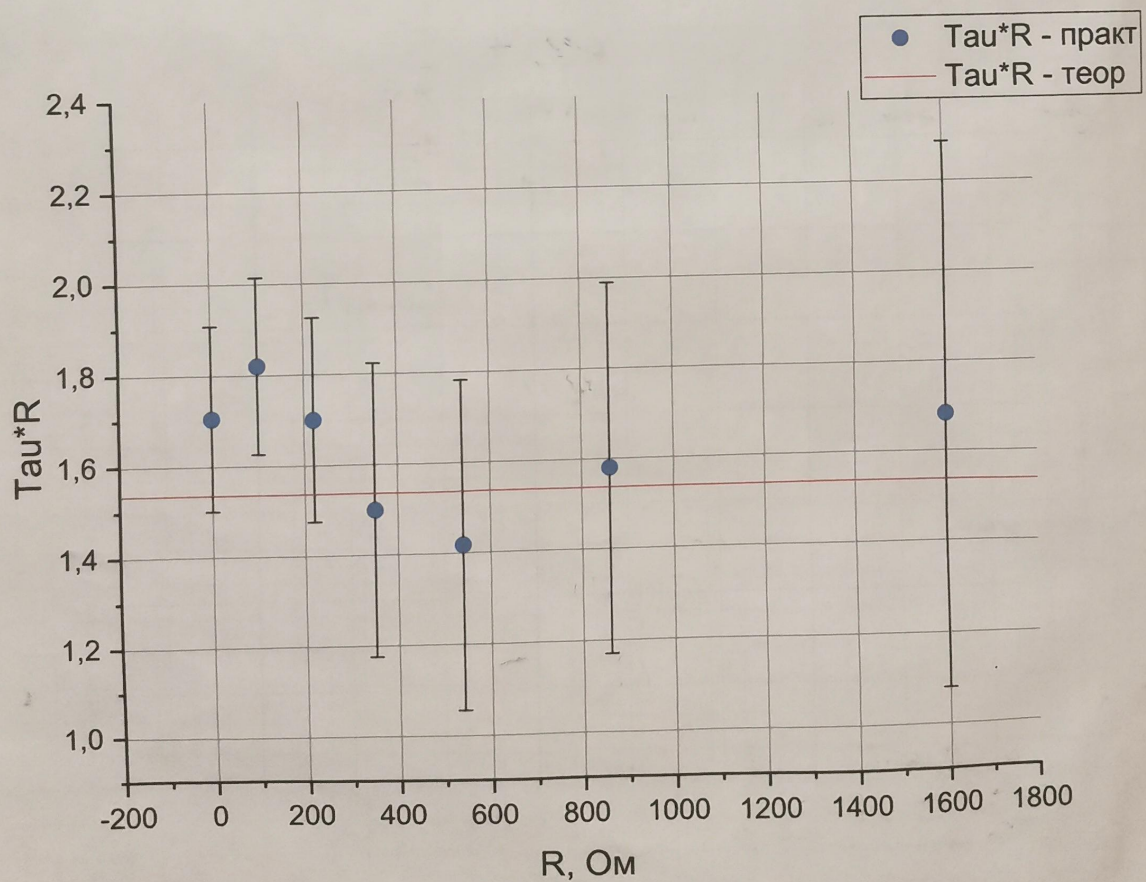
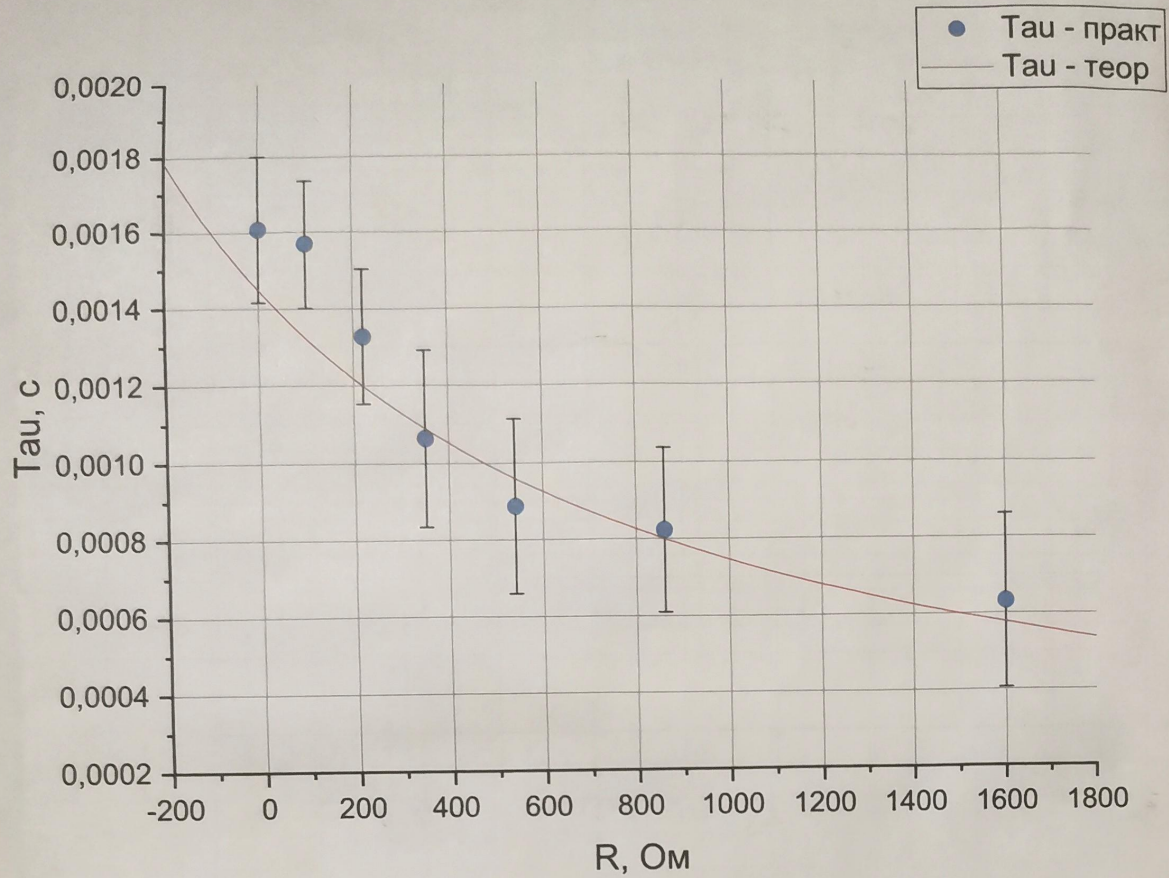
$$\begin{aligned} \delta_0 &= \frac{R_0 + r}{2L} \Rightarrow \gamma_0 = \frac{2L}{R_0 + r} \Rightarrow R_0 + r = \frac{2L}{\gamma_0} \Rightarrow r = \frac{2L}{\gamma_0} - R_0 \approx 1060 \text{ Ом} \\ B_0 &= \frac{\mathcal{E}}{L \cdot 2\delta_0 \omega_0} = \frac{\mathcal{E}}{L \cdot 2 \left(\frac{R_0 + r}{2L} \right) \omega_0} = \frac{\mathcal{E}}{\omega_0 (R_0 + r)} = \frac{\mathcal{E}}{\gamma_0 \omega_0 (R_0 - R_0) + \frac{2L}{\gamma_0}} = \\ &= \frac{2L B_0}{\gamma_0 (R_0 - R_0) + 2L} \end{aligned}$$

$R, \text{Ом}$	$A_1, \text{В}$	$A_2, \text{В}$	$A_3, \text{В}$	$A_4, \text{В}$	$A_5, \text{В}$	$B, \text{В}$	δ	$T, \text{мкс}$
0	34,2	33,6	32,6	31,6	29,8	38,76	0,199	320
100	31,8	31,4	30,8	29,8	28,4	35,42	0,204	320
220	29,4	28,8	28,2	27,4	26,2	32,1	0,241	320
350	26,0	25,0	23,8	22,2	20,0	29,14	0,301	320
540	23,8	23,2	22,2	21,0	19,2	25,68	0,361	320
860	20,0	19,6	19,0	18,0	16,4	21,4	0,389	320
1600	14,2	13,2	12,2	10,6	7,8	15,45	0,506	320

$R, \text{Ом}$	0	100	220	350	540	860	1600
$\gamma, \text{мкс}$	1,611	1,568	1,328	1,065	0,887	0,800	0,632
$\Delta \gamma, \text{мкс}$	0,279	0,286	0,256	0,140	0,108	0,128	0,163
$\gamma \cdot R, \text{мкс} \cdot \text{Ом}$	1,707	1,819	1,697	1,501	1,419	1,536	1,681
$\Delta(\gamma \cdot R), \text{мкс} \cdot \text{Ом}$	0,295	0,332	0,328	0,198	0,172	0,247	0,433

линейного
отклонения

$\equiv \gamma_0$



выбор: 1) Измериваем свободные колебания в электрической цепи:
 а) Построили зависимость $I(R)$, $T(R)$; по графикам определили
 внутреннее сопротивление контура:

$$r \approx (828 \pm 63) \text{ Ом}$$

б) Рассчитали добротность, индуктивность и коэффициент
 затухания:

$$L \approx 0,488 \text{ Гн}$$

$$Q \approx (18,12 \pm 1,19)$$

$$\delta \approx 159,95 \frac{\text{Ом}}{\text{Гн}}$$

в) построили фазовые портреты.

2) Измериваем вынужденные колебания.

а) Построили резонансные кривые $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$, $U_R(\omega)$ для
 разных значений R ;

б) Рассчитали индуктивность, добротность и внутреннее
 сопротивление:

Для $R = 220 \text{ Ом}$: $\omega_R = \omega_C = \omega_L = 19861,1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

$$L \approx 0,4882 \text{ Гн}$$

$$Q \approx (21,45 \pm 0,06)$$

$$r \approx 268,7 \text{ Ом}$$

Для $R = 2400 \text{ Ом}$: $\omega_R \approx 19917,7 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$
 $\omega_C \approx 19492 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$
 $\omega_L \approx 20185,0 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

$$L \approx 0,463 \text{ Гн}$$

$$Q \approx (5,22 \pm 0,02)$$

$$r \approx 268,7 \text{ Ом}$$

в) Наблюдаем фазовые соотношения.

3) Измериваем установившиеся вынужденные колебания:

а) Построили зависимости $\varphi(R)$, $\varphi_R(R)$;

б) Наблюдаем процесс установившихся колебаний.

Примечание:

Q	R=220 Ом	R=2400 Ом
U_L/U_C , U_C/U_R	21,41	5,22 / 5,26
Δ	21,56	5,19
$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$	31,22	5,71

15.03.22