

Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет

Кафедра электродинамики

Отчёт по лабораторной работе №7
Определение КНД рупорной антенны

Выполнили (430 гр):

Горюнов О.А., Сиднев А.А., Плешков Д.С.

2023 г.

Содержание

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Теоретическая часть | 3 |
| 1.1 | Зеркальный метод | 4 |
| 1.2 | Теоретическая оценка КНД пирамидальной рупорной антенны | 6 |
| 2 | Экспериментальная установка | 7 |
| 3 | Практическая часть | 9 |
| 3.1 | Определение значения коэффициента отражения и оценка КПД | 9 |
| 3.2 | Определение коэффициента отражения Γ от металлического щита. Расчёт КНД. | 11 |
| 3.3 | Второй способ определения коэффициента Γ и КНД системы | 12 |
| 3.4 | Оценка погрешностей для обоих методов | 14 |
| 4 | Вывод | 15 |

Цель работы

Цель работы заключается в нахождении коэффициента направленного действия (КНД) пирамидальной рупорной антенны с помощью зеркального метода (метода Парселла).

1 Теоретическая часть

Коэффициент направленного действия D характеризует выигрыш по мощности в направлении максимального излучения вследствие направленности антенны. Он равен отношению мощности, излучаемой в единицу телесного угла в направлении максимума диаграммы направленности $P(\vartheta_m, \varphi_m)$, к средней мощности $P_{\text{ср}} = P_{\text{изл}}/(4\pi)$, излучаемой антенной по всем направлениям, т.е.:

$$D = \frac{4\pi P(\vartheta_m, \varphi_m)}{P_{\text{изл}}}$$

$$P_{\text{изл}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(\vartheta, \varphi) \sin\vartheta d\varphi d\vartheta \quad (1)$$

Таким образом, имеем:

$$D = \frac{4\pi P(\vartheta_m, \varphi_m)}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(\vartheta, \varphi) \sin\vartheta d\varphi d\vartheta} \quad (2)$$

КПД антенны η есть отношение полной мощности излучения $P_{\text{изл}}$, излучаемой антенной, к полной мощности $P_{\text{подв}}$, подводимой к антенне, т.е.

$$\eta = \frac{P_{\text{изл}}}{P_{\text{подв}}} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(\vartheta, \varphi) \sin\vartheta d\varphi d\vartheta}{P_{\text{подв}}} \quad (3)$$

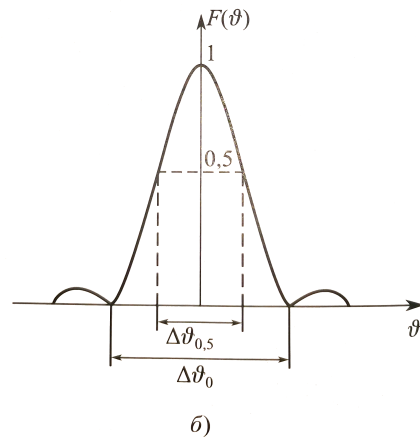


Рис. 1: Диаграмма направленности

В силу принципа взаимности ДН (диаграмма направленности) и КНД антенны при ее работе в режиме передачи и в режиме приема совпадают.

Для адекватного описания *приемной антенны* вводятся некоторые дополнительные характеристики. Одна из основных таких характеристик - эффективная площадь приема антенны A .

Эффективная площадь приема A определяется как отношение полной принимаемой антенной мощности $P_{\text{пр}}$ к плотности потока падающего излучения $S_{\text{п}}$ в месте расположения антенны:

$$A = \frac{P_{\text{пр}}}{S_{\text{п}}} \quad (4)$$

Причем A и D связаны соотношением:

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} D \quad (5)$$

1.1 Зеркальный метод

Зеркальный метод опирается на использование идеально отражающей плоской поверхности, расположенной в зоне Фраунгофера и ориентированной параллельно излучающей апертуре (см. рис.2).

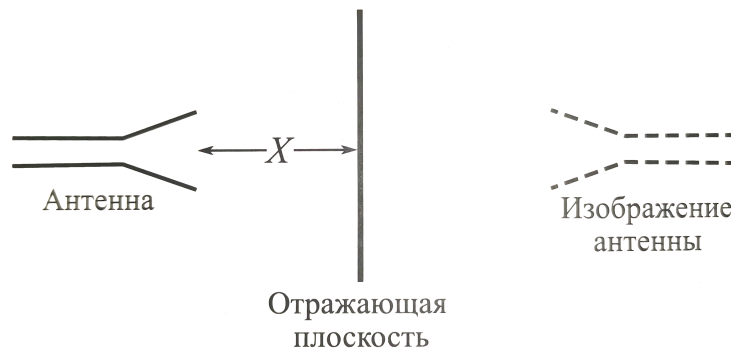


Рис. 2: Метод изображений

Согласно методу изображений отыскание отраженного поля, поступающего в антенну, сводится к нахождению поля, принимаемого от аналогичной зеркальной (относительно отражающей плоскости) излучающей антенны (см. рис.2). В результате последовательного пересчета имеем: мощность, излучаемая гипотетической зеркальной антенной в единицу телесного угла в направлении на реальную антенну, равна $P_{\text{п}} = DP_{\text{изл}}/(4\pi)$, откуда плотность потока энергии в месте приема $S_{\text{п}} = P_{\text{п}}/4X^2 = DP_{\text{изл}}/(16\pi X^2)$, где X - расстояние между антенной и отражающей плоскостью; наконец, мощность, принимаемая антенной, равна $P_{\text{пр}} = AS_{\text{п}} = ADP_{\text{изл}}/(16\pi X^2)$. С учетом (5) окончательно получаем:

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{изл}}} = \frac{D^2 \lambda^2}{64\pi^2 X^2} \quad (6)$$

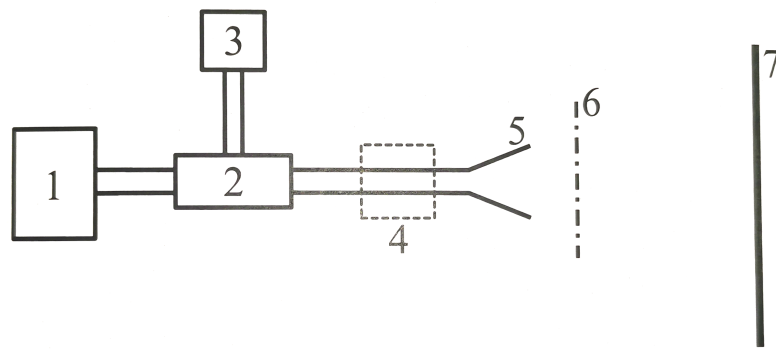


Рис. 3: Блок-схема установки: 1 - генератор, 2 - измерительная линия, 3 - индикатор, 4 - согласующее устройство, 5 - рупорная антенна, 6 - поглощающий щит, 7 - отражающий щит.

Отсюда интересующая нас величина D представляется в виде:

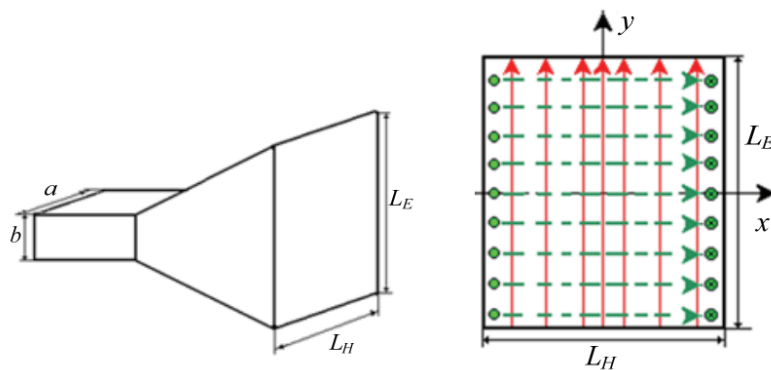
$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \sqrt{\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{изл}}}} \quad (7)$$

Таким образом, экспериментальное определение КНД требует нахождения отношения принимаемой зеркально отраженной мощности к мощности, излучаемой пирамидальной рупорной антенной.

1.2 Теоретическая оценка КНД пирамидальной рупорной антенны

Для теоретической оценки КНД обратимся к учебнику "Устройства СВЧ и антенны" Филонов А.А., Фомин А.Н., Дмитриев Д.Д., Тяпкин В.Н. - Красноярск: СФУ, 2014. (стр.328-329).

Пирамидальный рупор представляет собой сочетание E – и H – секториальных рупоров. При этом различают остроконечный ($R_E = R_H = R$) и клиновидный рупор $R_E \neq R_H$. В нашей работе используется клиновидный рупор. Соответствующие размеры согласно обозначениям на картинке: $a = 2,5$ см, $b = 1$ см, $L_E = 9,1$ см, $L_H = 13,6$ см.



Если пирамидальный рупор образован из оптимальных H – и E – рупоров, то максимально возможное значение КНД, соответствующее оптимальному рупору, определяется из соотношения:

$$D_m = \frac{16\sqrt{R_E R_H}}{\lambda} \quad (*)$$

Для нашего случая, используя элементарную геометрию можно найти R_E и R_H .

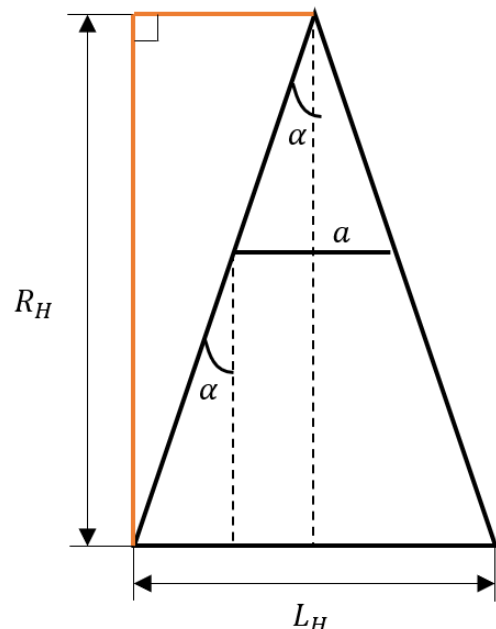
Соответствующие вычисления:

$$\sin \alpha = \frac{(L_H - a)/2}{15,9[\text{см}]}, \Rightarrow \alpha \approx 0,357$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{L_H}{2R_H}, \Rightarrow R_H = \frac{L_H}{2\operatorname{tg} \alpha} \approx 18,23[\text{см}]$$

Аналогично для другого сечения рупора получим:

$$\sin \alpha = \frac{(L_E - b)/2}{15,6[\text{см}]}, \Rightarrow \alpha \approx 0,263$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{L_E}{2R_E}, \Rightarrow R_E = \frac{L_E}{2\operatorname{tg} \alpha} \approx 16,9[\text{см}]$$

Тогда теоретическая оценка КНД по формуле (*):

$$D_m \sim 84,1$$

2 Экспериментальная установка

Измерительная установка включает генератор СВЧ диапазона (длина излучаемой волны $\lambda \approx 3$ см) с отдельным блоком питания, волноводный тракт с измерительной линией и индикатором к ней, пирамидальный рупор, отражающий щит, щит с поглощающим покрытием. Блок-схема установки представлена на рис. 3. Отражающий щит должен располагаться в зоне Фраунгофера $X \gg l_{1,2}^2/\lambda$ ($l_{1,2}$ - линейные размеры раскрыва рупора) и иметь линейные размеры $L_{1,2} > X\Delta\vartheta_{1,2} \approx X2\lambda/l_{1,2}$ ($\Delta\vartheta_{1,2}$ - ширина основного лепестка в горизонтальной или вертикальной плоскости).

Установка позволяет контролируемо менять расстояние $X + \Delta X$ между антенной и отражательным щитом в пределах 100 см.

В согласованном режиме, когда отражение от конца волновода отсутствует, коэффициент отражения Γ волны в волноводном тракте совпадает с членом $\sqrt{P_{\text{пр}}/P_{\text{изл}}}$, содержащимся в (8), и очевидным образом представляется через коэффициент бегущей волны (КБВ) в волноводе $\kappa = E_{\min}/E_{\max}$ ($\Gamma = (1 - \kappa)(1 + \kappa)$), определяемый с помощью измерительной линии.

Тогда для КНД получим:

$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \frac{1 - \kappa}{1 + \kappa} \quad (8)$$

Если детектор в измерительной линии квадратичный, то индикатор дает значения, пропорциональные квадрату амплитуды поля. Так что вместо κ измеряется величина $K = \kappa^2$, перепишем (8):

$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \frac{1 - \sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}} \quad (9)$$

При наличии эффективного и надежного согласующего устройства отыскание КНД зеркальным методом сводится к процедуре согласования и последующего измерения КБВ в подводящем волноводном тракте. Согласование достигается за счет включения в волноводный тракт соответствующего устройства (показано пунктиром на рис. 3) при использовании дополнительного щита с поглощающим покрытием, перехватывающего поле излучения.

В данной работе измерения проводились в несогласованном режиме. С учетом отражения от конца подводящего тракта поле на оси волновода, нормированное на амплитуду падающей волны, для некоторого фиксированного положения рупора запишется в виде:

$$E = e^{-ihx} + \Gamma_k e^{i\varphi_k} e^{ihx} + \Gamma e^{i\varphi} e^{ihx} \quad (10)$$

где x - координата, отсчитываемая от конца полноводного тракта (см. рис. 4); h - постоянная распространения волны в волноводе; $\Gamma_k e^{i\varphi_k}$ - коэффициент отражения от конца тракта; $\Gamma e^{i\varphi}$ - коэффициент отражения, обусловленный отражающим щитом.

Смещение антенны на величину ΔX приведет к появлению в (10) дополнительного множителя $e^{ik_0 2\Delta X}$, связанного с дополнительным набегом фазы в свободном пространстве. В результате:

$$|E|^2 = 1 + \Gamma_k^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma_k \Gamma \cos(\varphi - \varphi_k + k_0 2\Delta X) + 2\Gamma_k \cos(2hx + \varphi_k) + 2\Gamma \cos(2hx + \varphi + k_0 2\Delta X) \quad (11)$$

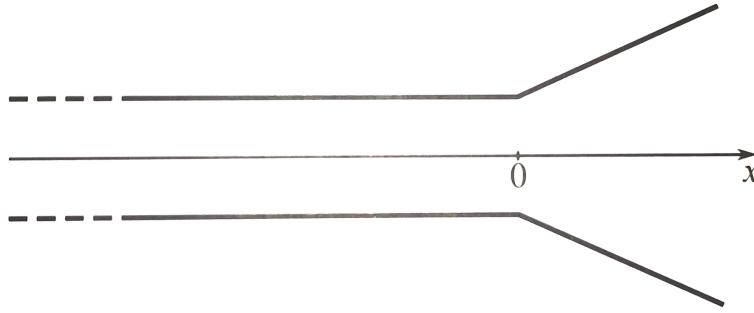


Рис. 4: Волновой тракт

Поскольку Γ_k и Γ достаточно малы, то квадратичными величинами в первом приближении можно пренебречь:

$$|E|^2 \approx 1 + 2\Gamma_k \cos(2hx + \varphi_k) + 2\Gamma \cos(2hx + \varphi + k_0 2\Delta X) \quad (12)$$

$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \Gamma \quad (13)$$

3 Практическая часть

3.1 Определение значения коэффициента отражения и оценка КПД

Перед раскрытием рупора устанавливался щит с поглощающим покрытием, тем самым убирая отраженное от металлического щита поля (т.е. $\Gamma \approx 0$). Перемещая детектор сняли зависимость $|E|^2(x)$ на оси волновода. Полученные результаты:

| x , мм | $V \sim E ^2, a.u.$ |
|----------|----------------------|
| 0 | 49 |
| 3 | 48 |
| 6 | 45 |
| 9 | 42 |
| 12 | 40 |
| 15 | 43 |
| 18 | 45 |
| 21 | 47 |
| 24 | 47 |
| 27 | 44 |
| 30 | 40 |
| 33 | 41,5 |
| 36 | 42 |
| 39 | 44 |
| 42 | 46 |

Из уравнения (12):

$$|E_{min}|^2 \approx 1 - 2\Gamma_k, \quad |E_{max}|^2 \approx 1 + 2\Gamma_k$$

$$\Gamma_k = \frac{|E_{max}|^2 - |E_{min}|^2}{2(|E_{max}|^2 + |E_{min}|^2)}$$

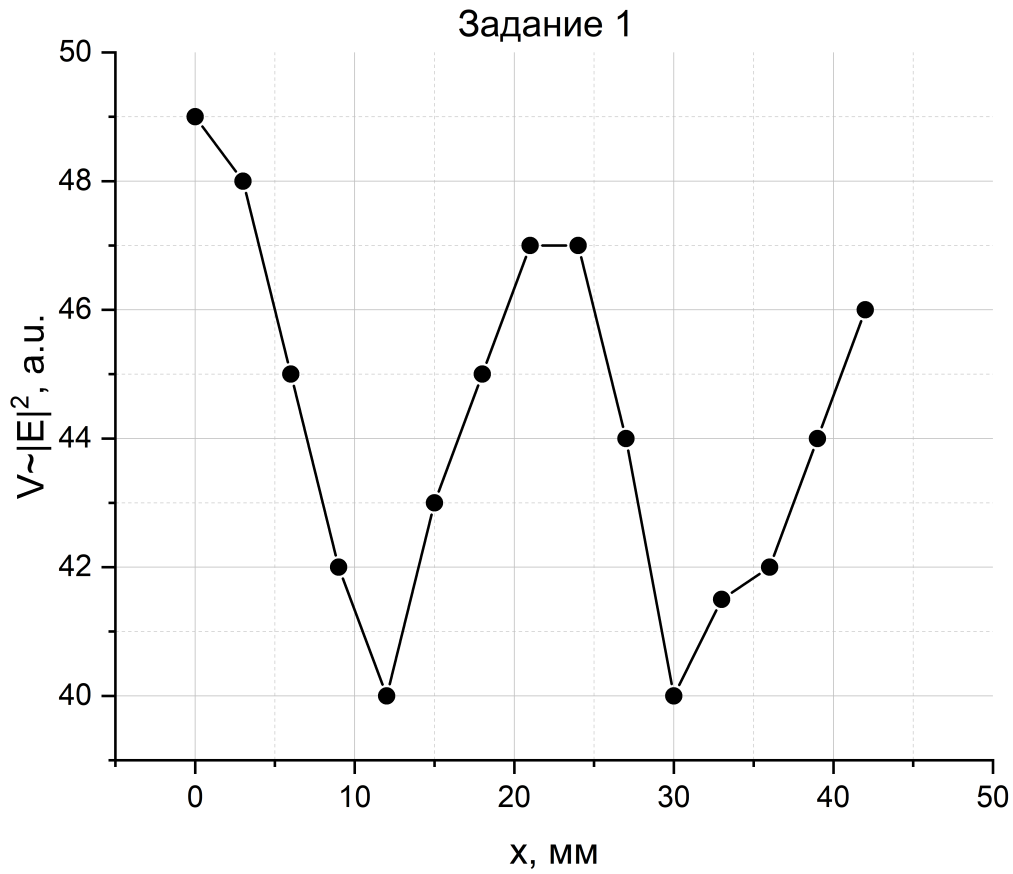
Используя данные из графика ниже:

$$\Gamma_{k1} = \frac{49 - 40}{2 \cdot (49 + 40)} \approx 0,0506; \quad \Gamma_{k2} = \frac{47 - 40}{2 \cdot (47 + 40)} \approx 0,0402$$

$$\Rightarrow \Gamma_{кр} \approx 0,045$$

Длину волны в волноводе определим по двум пучностям. Возьмём на графике точки $x = 0$ мм и $x = 22,5$ мм (среднее между двумя значениями). Тогда получим:

$$\lambda_B = 2 \cdot \Delta x \approx 4,5 \text{ см}$$



Так как в волноводе распространяется волна типа TE_{10} , тогда из дисперсионного соотношения:

$$k = \sqrt{\kappa^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_b}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_b}\right)^2}} \approx 3,34 \text{ см}$$

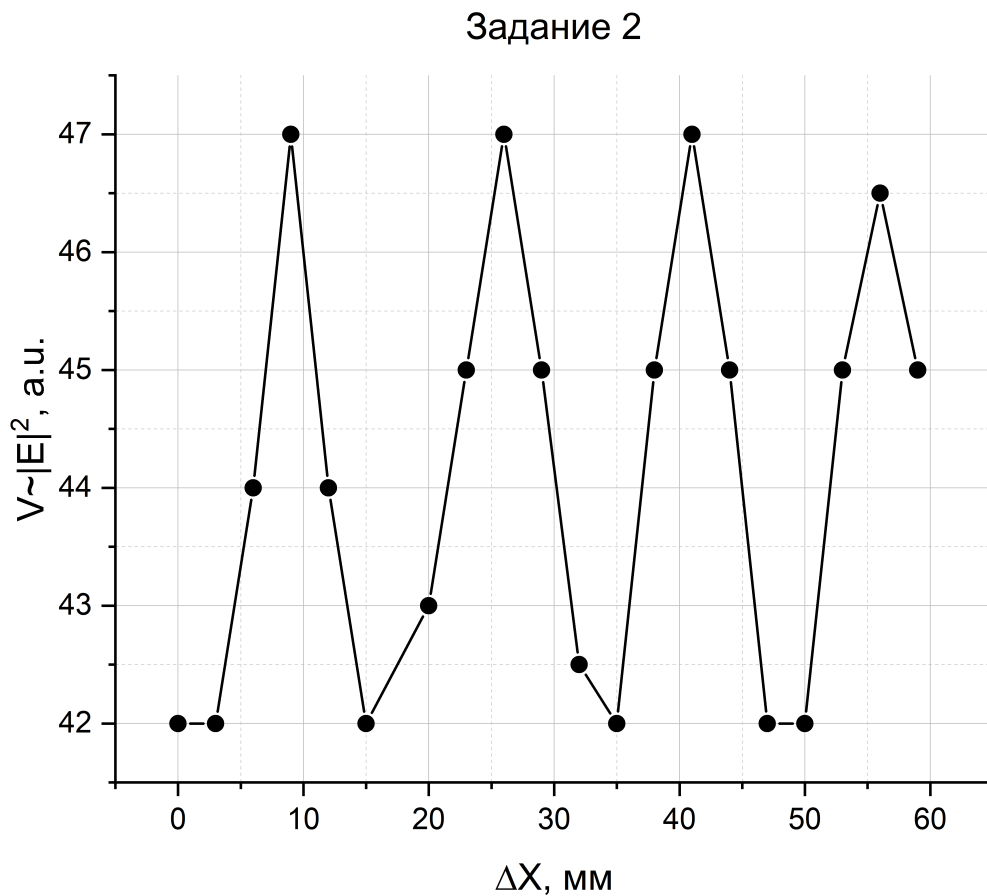
По определению КПД: $\eta = \frac{P_{\text{изл}}}{P_{\text{подв}}}$. Из-за наличия отражения на конце волновода, $P_{\text{изл}} \sim P_{\text{подв}} - P_{\text{отраж}}$. Учитывая, что $P \sim |E|^2$, оценочно:

$$\eta \sim 1 - \Gamma_k^2 \approx 0,998$$

3.2 Определение коэффициента отражения Γ от металлического щита. Расчёт КНД.

Для начала выбрали такое положение x зонда измерительной линии, при котором $\cos(2hx + \varphi_k) = 0$ и зафиксировали его. Щит убран. Изменяя положение антенны, сняли зависимость $|E|^2(\Delta X)$, где ΔX - расстояние между антенной и отражательным щитом.

| $\Delta X, \text{мм}$ | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 41 | 44 | 47 | 50 | 53 | 56 | 59 |
|-----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|----|----|------|----|
| $V \sim E ^2, \text{a.u.}$ | 42 | 42 | 44 | 47 | 44 | 42 | 43 | 45 | 47 | 45 | 42.5 | 42 | 45 | 47 | 45 | 42 | 42 | 45 | 46.5 | 45 |



Коэффициент Γ из формулы (12) - $X = 280$ см:

$$\Gamma = \frac{|E_{max}|^2 - |E_{min}|^2}{2(|E_{max}|^2 + |E_{min}|^2)} = \frac{47 - 42}{2(47 + 42)} \approx 0,028$$

Убедимся в малости величин Γ_k^2 , Γ^2 и $\Gamma_k \Gamma$:

$$\Gamma_k^2 \approx 2 \cdot 10^{-3}, \Gamma^2 \approx 7 \cdot 10^{-4}, \Gamma_k \Gamma \approx 1,26 \cdot 10^{-3}$$

Определим КНД согласно формуле (13):

$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \Gamma \approx 59$$

Так по максимумам из графика можно определить длину волны в свободном пространстве:

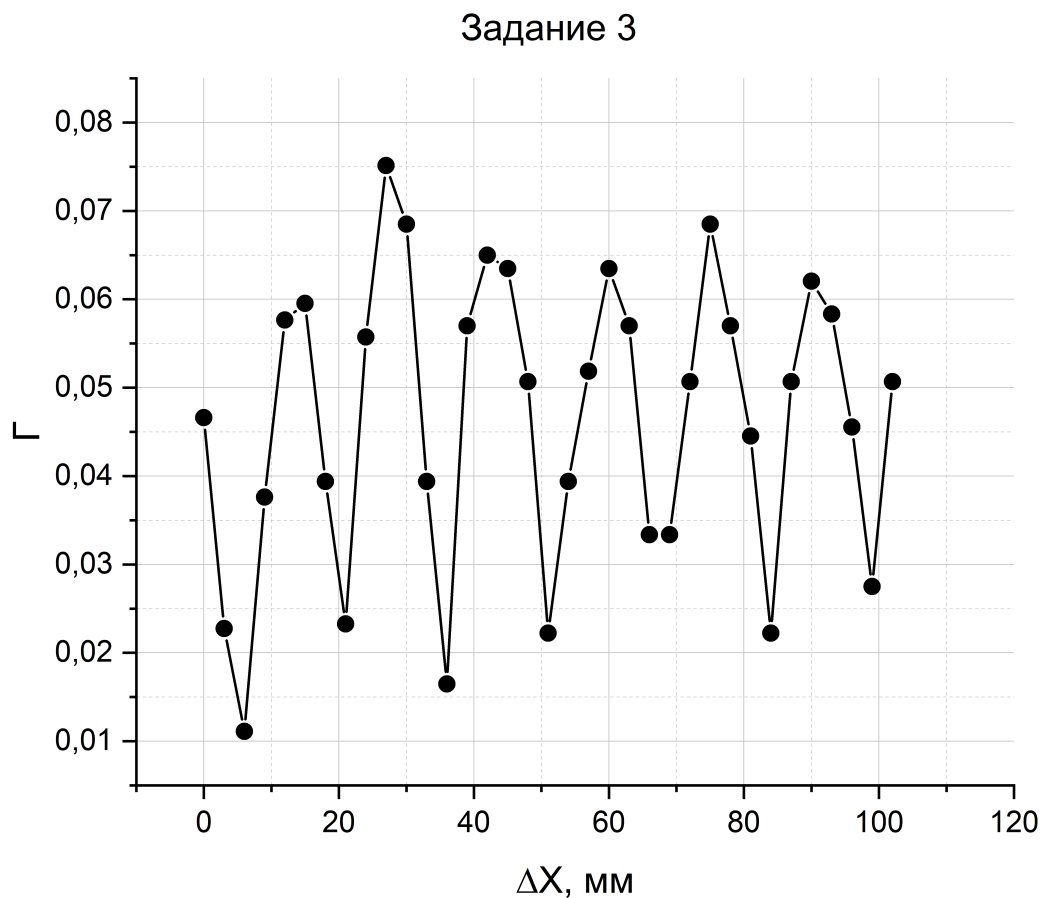
$$\lambda \approx 3,2 \text{ см}$$

3.3 Второй способ определения коэффициента Γ и КНД системы

Зафиксировав положение антенны относительно металлического щита, сняли зависимость $K(\Delta X)$, и по формуле:

$$\tilde{\Gamma}(\Delta X) = \frac{1 - \kappa(\Delta X)}{1 + \kappa(\Delta X)} = \frac{1 - \sqrt{K(\Delta X)}}{1 + \sqrt{K(\Delta X)}} \quad (14)$$

построили график:



| ΔX , мм | $ E_{max} ^2$, а.е. | $ E_{min} ^2$, а.е. | K | $\tilde{\Gamma}(\Delta X)$ |
|-----------------|----------------------|----------------------|---------|----------------------------|
| 0 | 47 | 39 | 0,82979 | 0,04661 |
| 3 | 46 | 42 | 0,91304 | 0,02274 |
| 6 | 46 | 44 | 0,95652 | 0,01111 |
| 9 | 46,5 | 40 | 0,86022 | 0,03763 |
| 12 | 48,5 | 38,5 | 0,79381 | 0,05766 |
| 15 | 49,5 | 39 | 0,78788 | 0,05953 |
| 18 | 48 | 41 | 0,85417 | 0,03939 |
| 21 | 45 | 41 | 0,91111 | 0,02327 |
| 24 | 50 | 40 | 0,8 | 0,05573 |
| 27 | 50 | 37 | 0,74 | 0,07513 |
| 30 | 50 | 38 | 0,76 | 0,0685 |
| 33 | 48 | 41 | 0,85417 | 0,03939 |
| 36 | 47 | 44 | 0,93617 | 0,01649 |
| 39 | 49 | 39 | 0,79592 | 0,057 |
| 42 | 48 | 37 | 0,77083 | 0,06498 |
| 45 | 49 | 38 | 0,77551 | 0,06347 |
| 48 | 49 | 40 | 0,81633 | 0,05069 |
| 51 | 47 | 43 | 0,91489 | 0,02223 |
| 54 | 48 | 41 | 0,85417 | 0,03939 |
| 57 | 48 | 39 | 0,8125 | 0,05186 |
| 60 | 49 | 38 | 0,77551 | 0,06347 |
| 63 | 49 | 39 | 0,79592 | 0,057 |
| 66 | 48 | 42 | 0,875 | 0,03337 |
| 69 | 48 | 42 | 0,875 | 0,03337 |
| 72 | 49 | 40 | 0,81633 | 0,05069 |
| 75 | 50 | 38 | 0,76 | 0,0685 |
| 78 | 49 | 39 | 0,79592 | 0,057 |
| 81 | 49 | 41 | 0,83673 | 0,04453 |
| 84 | 47 | 43 | 0,91489 | 0,02223 |
| 87 | 49 | 40 | 0,81633 | 0,05069 |
| 90 | 50 | 39 | 0,78 | 0,06204 |
| 93 | 48 | 38 | 0,79167 | 0,05834 |
| 96 | 48 | 40 | 0,83333 | 0,04555 |
| 99 | 48 | 43 | 0,89583 | 0,02749 |
| 102 | 49 | 40 | 0,81633 | 0,05069 |

Покажем, что $\tilde{\Gamma}(\Delta X) \approx \Gamma + \Gamma_k$. Для этого в формуле (14) положим $\sqrt{K} \rightarrow \min$, тогда $\tilde{\Gamma}(\Delta X) \rightarrow \max$. Т.е., так как $K = \frac{E_{min}^2}{E_{max}^2}$, значит $E_{min} \rightarrow \min$. Из (12):

$$|E_{min}|^2 = 1 - 2\Gamma_k - 2\Gamma$$

$$|E_{max}|^2 = 1 + 2\Gamma_k + 2\Gamma$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{1 - 2\Gamma_k - 2\Gamma}{1 + 2\Gamma_k + 2\Gamma}} = \{2\Gamma_k + 2\Gamma \equiv x\} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} \approx (1 - \frac{x}{2})(1 + \frac{x}{2}) = 1 - x + \frac{x^2}{4} \approx 1 - x$$

$$\tilde{\Gamma}(\Delta X) = \frac{1 - \kappa}{1 + \kappa} = \frac{1 - 1 + x}{1 + 1 - x} = \{\text{пренебрежём } x \text{ в знаменателе}\} \approx \frac{x}{2} = \Gamma + \Gamma_k$$

Тогда коэффициент отражения от металлического щита:

$$\Gamma = \tilde{\Gamma}_{max} - \Gamma_k \approx 0,03$$

Тогда КНД по формуле (13):

$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \Gamma \approx 63$$

3.4 Оценка погрешностей для обоих методов

$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \Gamma \Rightarrow \delta D \approx \delta \Gamma + \delta \lambda$$

Оценим $\delta \lambda$:

$$\delta \lambda = \delta \left[\sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2} \right] = \frac{\delta \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}{2 \cdot \left(\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\right)} = \frac{2\delta \lambda \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2}}{2 \cdot \left(\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\right)} = \frac{\frac{2\Delta l}{x_{m1} - x_{m0}} \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2}}{\left(\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\right)}$$

$$\delta \lambda \approx 0,004$$

Расчёт относительных погрешностей для коэффициента отражения Γ очень трудоёмок, поэтому укажем только итоговые выражения для различных способов.

1 способ:

$$\delta \Gamma = 2\Delta V \cdot \left[\frac{2E_{max}^2}{E_{max}^4 - E_{min}^4} \right] \approx 0,42$$

$$\Rightarrow \delta D \approx 42,4\%$$

2 способ:

$$\delta \Gamma = \frac{\delta \tilde{\Gamma}_{max} \cdot \tilde{\Gamma}_{max} + \delta \Gamma_k \cdot \Gamma_k}{\tilde{\Gamma}_{max} - \Gamma_k} \approx 0,76$$

где

$$\delta \Gamma_k = 4\Delta V \cdot \left[\frac{E_{max}^2}{E_{max}^4 - E_{min}^4} \right], \quad \delta \tilde{\Gamma}_{max} = \frac{\sqrt{K} \cdot \Delta V \cdot \left(\frac{1}{E_{max}^2} + \frac{1}{E_{min}^2} \right)}{1 - K}$$

$$\Rightarrow \delta D \approx 76,4\%$$

4 Вывод

Выполнив лабораторную работу, мы:

1) Определили коэффициент отражения от конца волновода $\Gamma_{\text{ксп}} \approx 0,045$. Так как имеется ненулевой Γ_k , то $P_{\text{изл}} \neq P_{\text{подв}}$, из-за чего оценочное КПД:

$$\eta \approx 0,998$$

Так же определили длину волны в волноводе и свободном пространстве:

$$\lambda_{\text{в}} \approx 4,5 \text{ см}, \quad \lambda \approx 3,34 \text{ см}$$

2) Определили коэффициент отражения от металлического щита $\Gamma \approx 0,028$ и определили длину волны в свободном пространстве другим способом (по максимумам на графике): $\lambda \approx 3,2 \text{ см}$.

КНД согласно формуле (13):

$$D \approx 59$$

При этом относительная погрешность измерения составила $\delta D \sim 42,4\%$. Что в любом случае попадает в теоретическое значение в п.1.2.

3) Определили коэффициент отражения от металлического щита другим способом: $\Gamma \approx 0,03$. Получили КНД:

$$D \approx 63$$

При этом данным методом погрешность измерения получилась ещё больше: $\delta D \sim 76,4\%$.