

Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет

Отчёт по лабораторной работе №310

Изучение интерференции с бипризмой Френеля

Выполнили (420гр):

Горюнов О.А., Плешков Д.С., Сиднев А.А.

2022 г.

Содержание

1	Теоретическая часть	3
1.1	Интерференция на примере бипризмы Френеля	3
1.2	Частные случаи	5
1.3	Вывод формул	7
2	Практическая часть	10
2.1	Измерение d и ширины щели, при которой размывается картинка:	10
2.2	Зависимость $\delta(h)$ и $\delta d(h)$, средняя длина волны, пропускаемая светофильтрами:	10
2.3	Зависимость числа интерференционных полос N от расстояния h :	14
2.4	Зависимость ширины поля интерференции MN от расстояния между бипризмой и окуляром:	16
3	Вывод	18

Цель работы - изучить явление интерференции на примере бипризмы Френеля.

1 Теоретическая часть

1.1 Интерференция на примере бипризмы Френеля

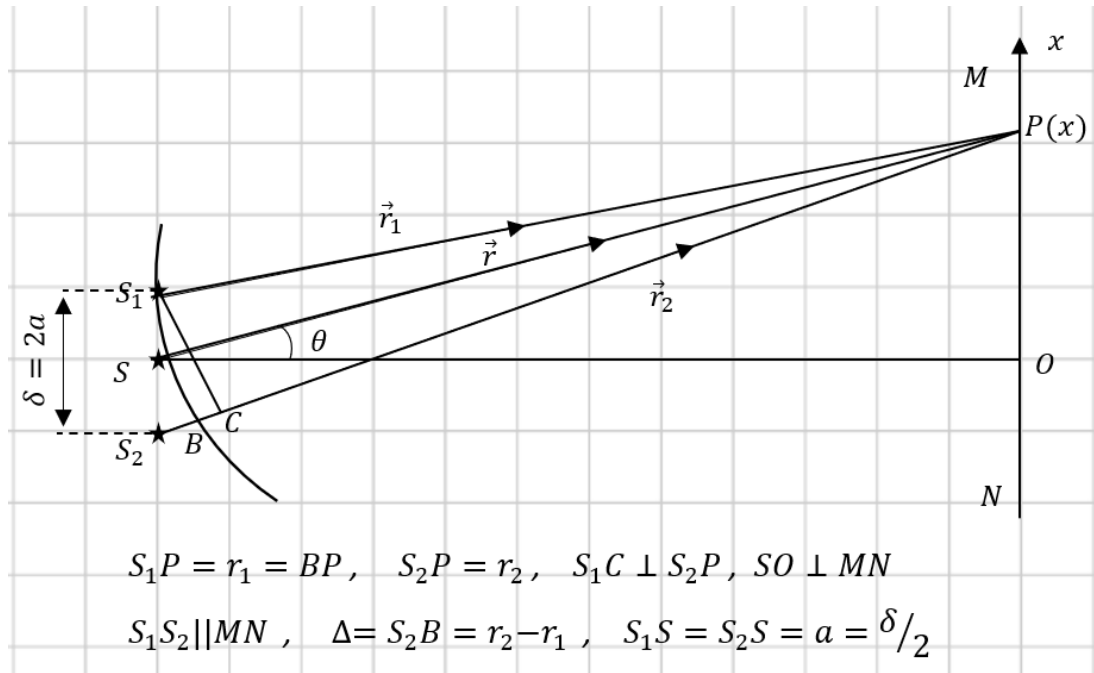


Рис. 1: Два когерентных источника.

Пусть источники S_1 и S_2 излучают сферические монохроматические волны, которые накладываются друг на друга, образуя в плоскости экрана MN интерференционную картину. В произвольной точке экарана $P(x)$ результирующая интенсивность $I(x)$ есть усредненное за время регистрации τ значение квадрата напряжённости суммарного поля:

$$\vec{E}(r, t) = \vec{E}_1(r_1, t) + \vec{E}_2(r_2, t) = \vec{A}_1(r_1)\cos(\omega t - kr_1 + \phi_1) + \vec{A}_2(r_2)\cos(\omega t - kr_2 + \phi_2) \quad (1)$$

Или через интенсивность:

$$I(x) = (\vec{E})^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2(\vec{A}_1, \vec{A}_2)\cos[k(r_2 - r_1) - (\phi_2 - \phi_1)] \quad (2)$$

Бипризма представляет собой две соединенные своими основаниями призмы с одинаковыми и очень малыми (порядка долей градуса) преломляющими углами.

Каждая из половинок бипризмы отклоняет падающие на неё лучи к основанию, тем самым поворачивая фронт волны. Продолжения лучей, отклонённых бипризмой пересекаются в точках S_1 и S_2 , полученные мнимые источники будут когерентными. В области

OMN на рис.3 происходит сложение двух когерентных волн от источников S_1 и S_2 . Тогда на участке MN экрана будет наблюдаться интерференционная картина.

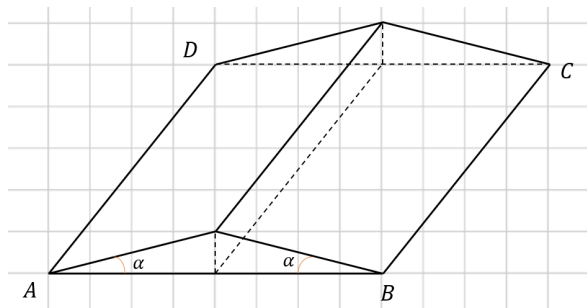


Рис. 2: Бипризма Френеля.

При построении хода лучей в бипризме при малых α и малых углах падения лучей угол отклонения ε :

$$\varepsilon = (n - 1)\alpha \quad (3)$$

Где n - показатель преломления призмы. Угол отклонения призмой лучей зависит лишь от материала призмы и её геометрии.

Ограничения поля интерференции MN за бипризмой зависят от величины предельного угла расходимости ϕ_0 светового пучка, падающего на бипризму от щели S . Особый интерес представляют частные случаи.

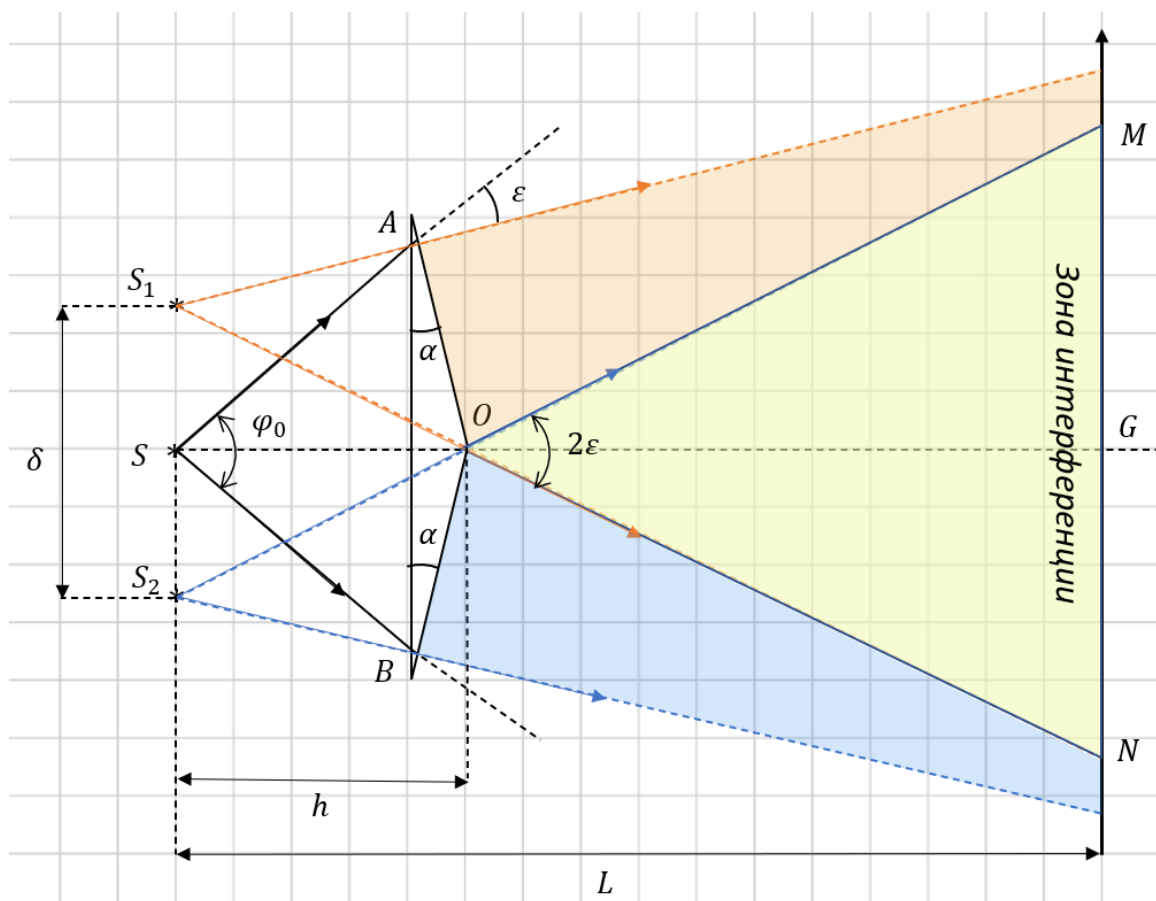


Рис. 3:

1.2 Частные случаи

1) $\phi_0 = 2\varepsilon$ линейная ширина поля интерференции, начиная с расстояния h за бипризмой, остается неизменной и равна расстоянию δ между мнимыми источниками S_1 и S_2 .

2) $h \rightarrow \infty$, $\phi_0 \rightarrow 0$, получим, освещая бипризму параллельным пучком лучей (используя собирающую линзу (рис.4)), интерференционную картину в виде ромба. Максимальная ширина поля интерференции MN равна половине ширины параллельного пучка, падающего на бипризму. Такая схема интерференции соответствует случаю наложения двух параллельных когерентных световых пучков, пересекающихся друг друга под постоянным углом.

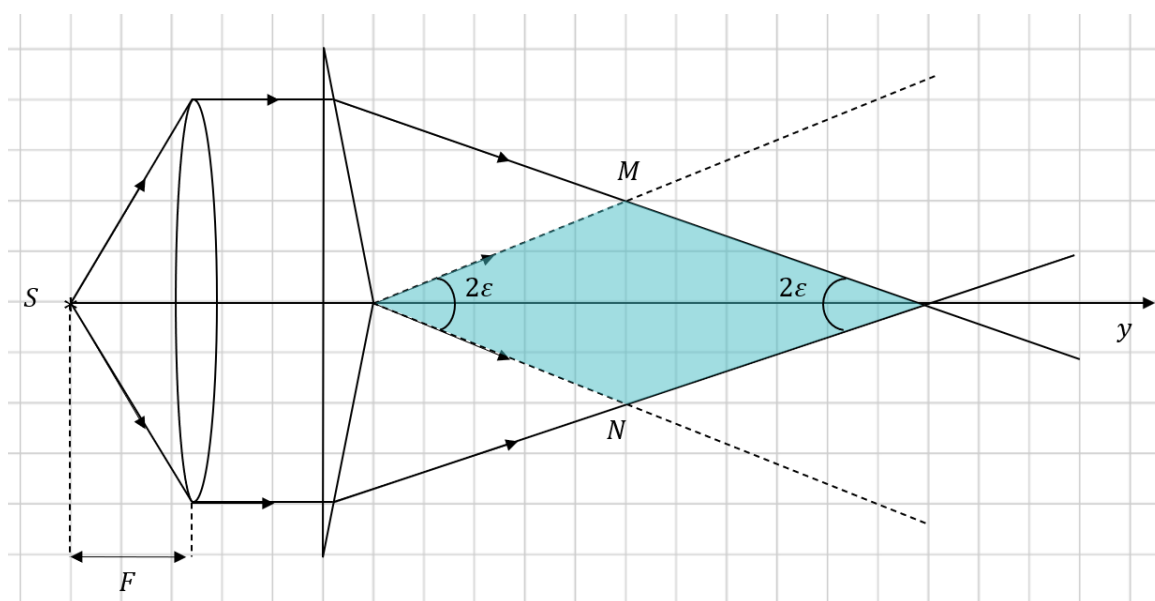


Рис. 4:

Пусть интерференция в области MN - результат синфазного излучения источников S_1 и S_2 . Пусть $A_1 = A_2 = A$ и $\phi_1 = \phi_2 = 0$.

Найдём зависимость ширины d полос интерференции от длины установки L , расстояния δ и длины волны света λ , испускаемого источником S . В точке $P(x)$ на MN колебания придут с разностью хода:

$$\Delta = S_2B = r_2 - r_1 \quad (4)$$

и, следовательно, с разностью фаз:

$$\phi(x) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad (5)$$

$$I(x) = 2A^2(1 + \cos\phi(x)) = 4A^2\cos^2\left(\frac{\phi(x)}{2}\right) \quad (6)$$

Максимумы освещенности будут получаться в тех местах экрана, для которых разность фаз равна:

$$\phi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = 2\pi m \quad (7)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

То есть для которых разность хода:

$$\Delta = r_2 - r_1 = m\lambda \quad (8)$$

Следуя обозначениям на рис.1:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= L^2 + (x - a)^2 \\ r_2^2 &= L^2 + (x + a)^2 \\ \Rightarrow r_2 - r_1 &= \frac{4ax}{r_1 + r_2} \end{aligned} \quad (9)$$

Пусть $\frac{x+a}{L}$ и $\frac{x-a}{L} \ll 1$, тогда можно разложить в ряд:

$$r_1 + r_2 \approx 2L + \frac{x^2 + a^2}{L} \quad (10)$$

$$\Rightarrow r_2 - r_1 \approx \frac{2ax}{L} \left(1 + \frac{x^2 + a^2}{2L^2} \right) \quad (11)$$

При условии:

$$\frac{\delta x(x^2 + a^2)}{2L^3} \ll \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$

позволяющему в выражении (12) слагаемое, дающее малый по сравнению с π вклад в разность фаз интерферирующих волн:

$$r_2 - r_1 \approx \frac{\delta x}{L} \quad (13)$$

это выражение следует при условии малости угла θ ($\sin(\theta) \approx \theta$) из приближения параллельных лучей, если $\vec{r}_1 \parallel \vec{r} \parallel \vec{r}_2$:

$$\Delta = S_1C = \delta \sin \theta \approx \frac{\delta x}{L} \quad (14)$$

Следовательно, ширина полос интерференции равна расстоянию между двумя соседними максимумами (или минимумами) в первом приближении:

$$\begin{aligned} x_{m+1} - x_m = d &= \frac{L\lambda}{\delta} \\ \Rightarrow d\delta &= L\lambda \end{aligned} \quad (15)$$

Эту формулу удобно использовать для проверки теории интерференционных явлений. Если не изменять длину установки L и пользоваться одним и тем же светофильтром ($\lambda = \text{const}$), то δd - должно быть $= \text{const}$, что и будет являться доказательством изложенной теории.

1.3 Вывод формул

Зависимость расстояния между источниками δ от h :

Из рис.3 (стр.4) треугольники $\triangle OMN$ и $\triangle S_1OS_2$ подобны, тогда:

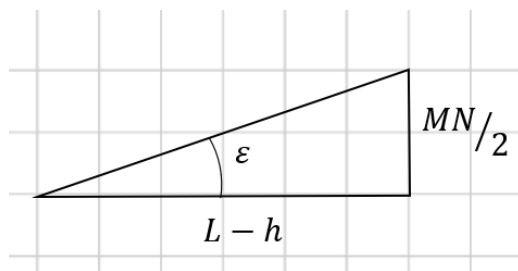
$$\frac{MN}{\delta} = \frac{L-h}{h} \Rightarrow \delta = \frac{MN \cdot h}{L-h}$$

Рассмотрим $\triangle OGM$:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{MN}{2(L-h)} \approx \varepsilon$$

т.к. ε мал.

$$\begin{aligned} \Rightarrow MN &= 2\varepsilon(L-h) = \{\varepsilon = (n-1)\alpha\} = 2(n-1)\alpha(L-h) \\ \Rightarrow \delta &= \frac{(L-h)2(n-1)h\alpha}{(L-h)} = 2(n-1)\alpha h \end{aligned} \quad (16)$$



Зависимость ширины интерференционной полосы d от расстояния h :

См. рис.3 (стр.4). Было выведено выше:

$$d = \frac{L\lambda}{\delta} = \frac{L\lambda}{2(n-1)\alpha h} \quad (17)$$

Зависимость числа интерференционных полос N от расстояния h :

См. рис.3 (стр.4). Из геометрии:

$$\begin{aligned} N = \frac{MN}{d} &= \frac{2(n-1)\alpha(L-h)2(n-1)\alpha h}{L\lambda} = \frac{4(n-1)^2\alpha^2(L-h)h}{L\lambda} \\ \Rightarrow N &= \frac{4(n-1)^2\alpha^2}{\lambda}h - \frac{(n-1)^2\alpha^2}{L\lambda}h^2 \end{aligned} \quad (18)$$

Зависимость прибавки к ширине щели $2k$ от h :

См. рис.3 (стр.4). Из подобия $\triangle S_1O'S_2$ и $\triangle O'JQ$:

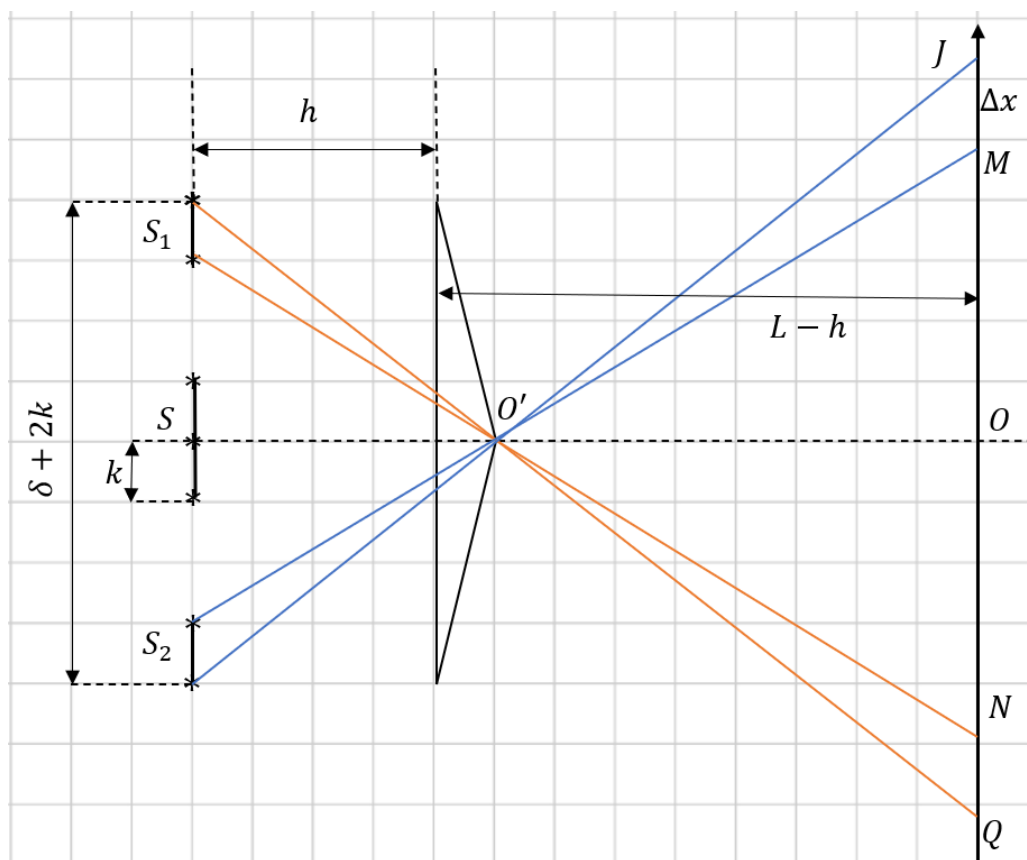
$$\begin{aligned}\frac{MN + 2\Delta x}{\delta + 2k} &= \frac{L - h}{h} \\ \Rightarrow \delta + 2k &= \frac{(MN + 2\Delta x)h}{L - h} \\ \Rightarrow 2k &= \frac{(MN + 2\Delta x)h}{L - h} - \delta \\ MN &= 2(n - 1)L(L - h) \\ \delta &= 2(n - 1)Lh\end{aligned}$$

Подставляем в $2k$:

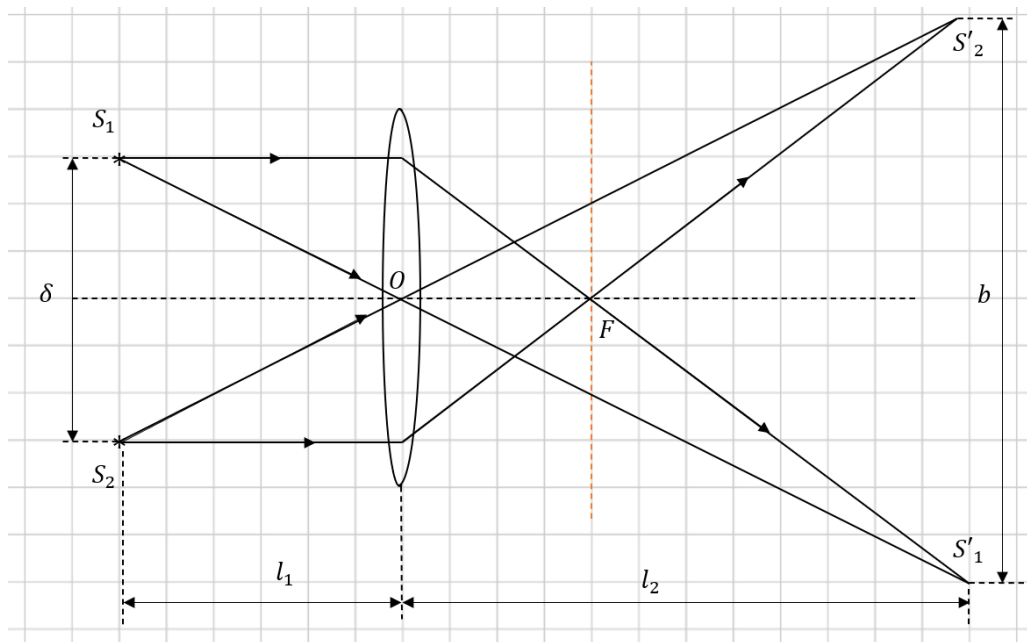
$$2k = \frac{2h\Delta x}{L - h}$$

Т.к. $2\Delta x < d$, иначе картинка полностью размоется:

$$2k < \frac{dh}{(L - h)} \quad (19)$$



Формула вычисления δ по измеренным значениям l_1 и l_2 :



Из подобия $\triangle S_1OS_2$ и $\triangle S'_2OS'_1$:

$$\frac{b}{\delta} = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow \delta = \frac{bl_1}{l_2} \quad (20)$$

2 Практическая часть

2.1 Измерение d и ширины щели, при которой размывается картинка:

	h_{min}	h_{max}
d , мм	0,836	0,096
Δx , мм	0,04	0,73

$$h_{min} = 138 \text{ мм}, h_{max} = 1535 \text{ мм}.$$

Теоретическая ширина щели, при которой картинка размывается:

$$2k = \frac{hd}{(L - h)}$$

$$2k(h_{min}) \approx 0,073 \text{ мм} \quad 2k(h_{max}) \approx 0,768 \text{ мм}$$

2.2 Зависимость $\delta(h)$ и $\delta d(h)$, средняя длина волны, пропускаемая светофильтрами:

Красный светофильтр

№	h , мм	d , мм	l_1 , мм	l_2 , мм	b , мм	δ , мм	$\delta \cdot d$, мм	Δd , мм	Δh , мм	$\Delta \delta d$, мм ²
1	1225	0,112	1424	296	2,09	10,055	1,12616	0,01	2	0,11513
2	1075	0,126	1424	297	1,87	8,96	1,12896	0,01	2	0,10485
3	901	0,148	1424	297	1,54	7,38	1,09224	0,01	2	0,08981
4	697	0,196	1424	297	1,17	5,61	1,09956	0,01	2	0,07447
5	505	0,274	1424	297	0,25	4,07	1,11518	0,01	2	0,09441

Зелёный светофильтр

№	h , мм	d , мм	l_1 , мм	l_2 , мм	b , мм	δ , мм	$\delta \cdot d$, мм	Δd , мм	Δh , мм	$\Delta \delta d$, мм ²
1	1225	0,092	1424	296	2,09	10,055	0,92506	0,01	2	0,11253
2	1075	0,096	1424	297	1,87	8,96	0,86016	0,01	2	0,10122
3	901	0,126	1424	297	1,54	7,38	0,92988	0,01	2	0,08743
4	697	0,162	1424	297	1,17	5,61	0,90882	0,01	2	0,07128
5	505	0,226	1424	297	0,25	4,07	0,91982	0,01	2	0,085

Графики зависимостей:

$$\delta = \frac{bl_1}{l_2} \quad \delta \cdot d = \lambda L$$

$$L = 1720 \text{ мм} \quad \delta = 2\alpha(n - 1)h$$

Расчёт погрешностей:

$$\delta(\delta(h)) = \delta l_1 + \delta l_2 + \delta b = \frac{\Delta L}{l_1} + \frac{\Delta L}{l_2} + \frac{\Delta x_m}{b}$$

где ΔL - погрешность линейки ($\Delta L = 2 \text{ мм}$), Δx_m - погрешность микрометра.

$$\delta(\delta \cdot d(h)) = \delta(\delta(h)) + \delta(d(h)) = \frac{\Delta L}{l_1} + \frac{\Delta L}{l_2} + \frac{\Delta x_m}{b} + \frac{\Delta x_m}{5d}$$

$5d$ - так как измеряли по ширине пяти полос.

$$\Delta(\delta(h)) = \delta(\delta(h)) \cdot \delta(h)$$

$$\Delta(\delta \cdot d(h)) = \delta d(h) \cdot \delta(\delta d(h))$$

По практическому графику $\delta d(h)$ была получена средняя длина волны, пропускаемая светофильтрами:

Для красного: $\lambda_{\text{ср}_{\text{кр}}} \approx 6,48 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$

Относительная погрешность для $\lambda_{\text{ср}_{\text{кр}}}$: $\approx 12\%$

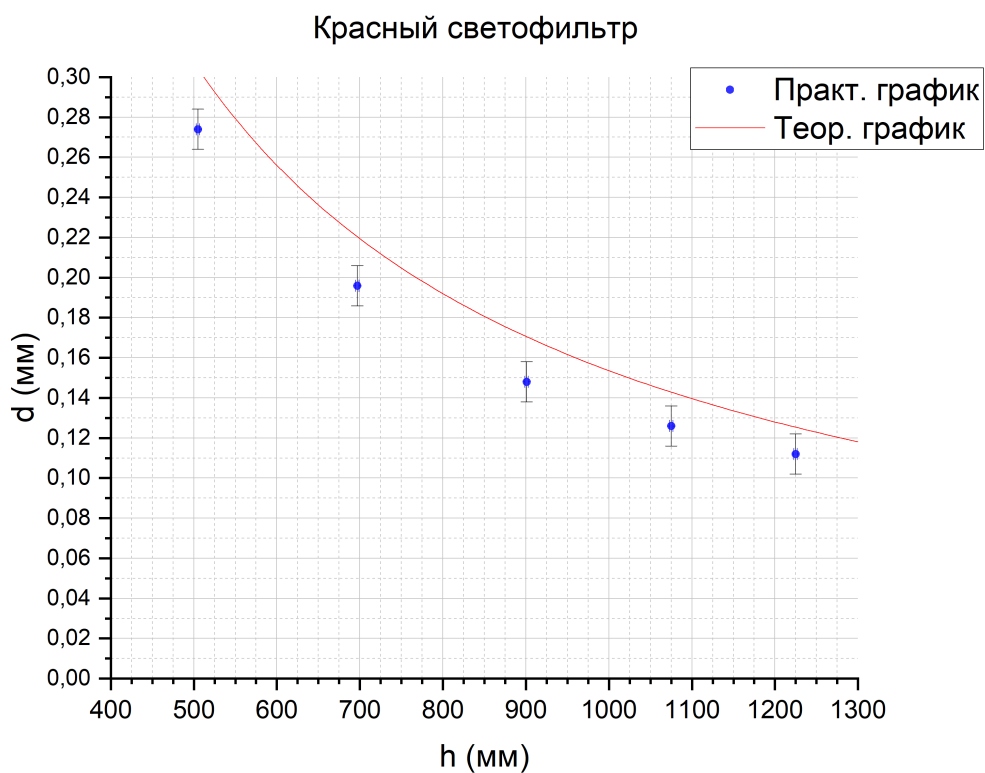
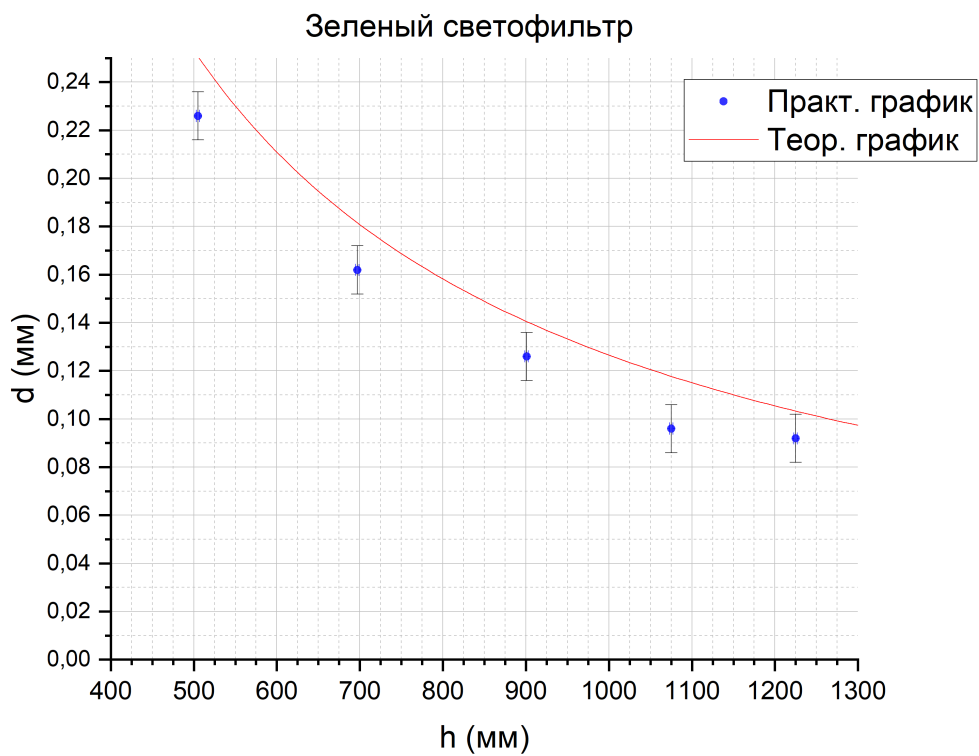
Для зелёного: $\lambda_{\text{ср}_{\text{зел}}} \approx 5,34 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$

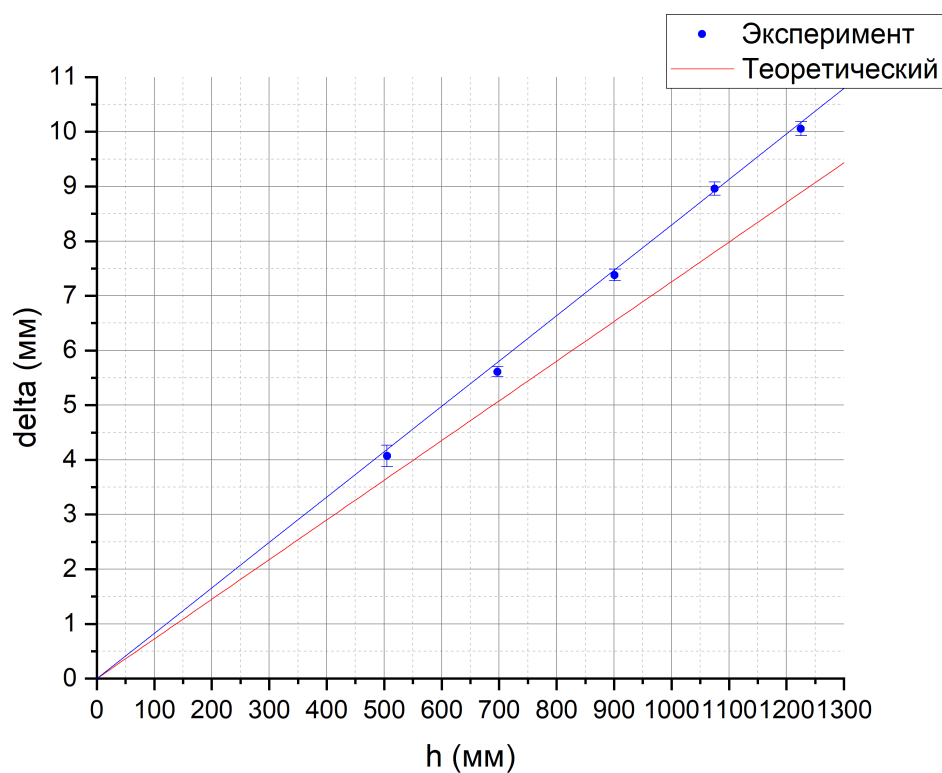
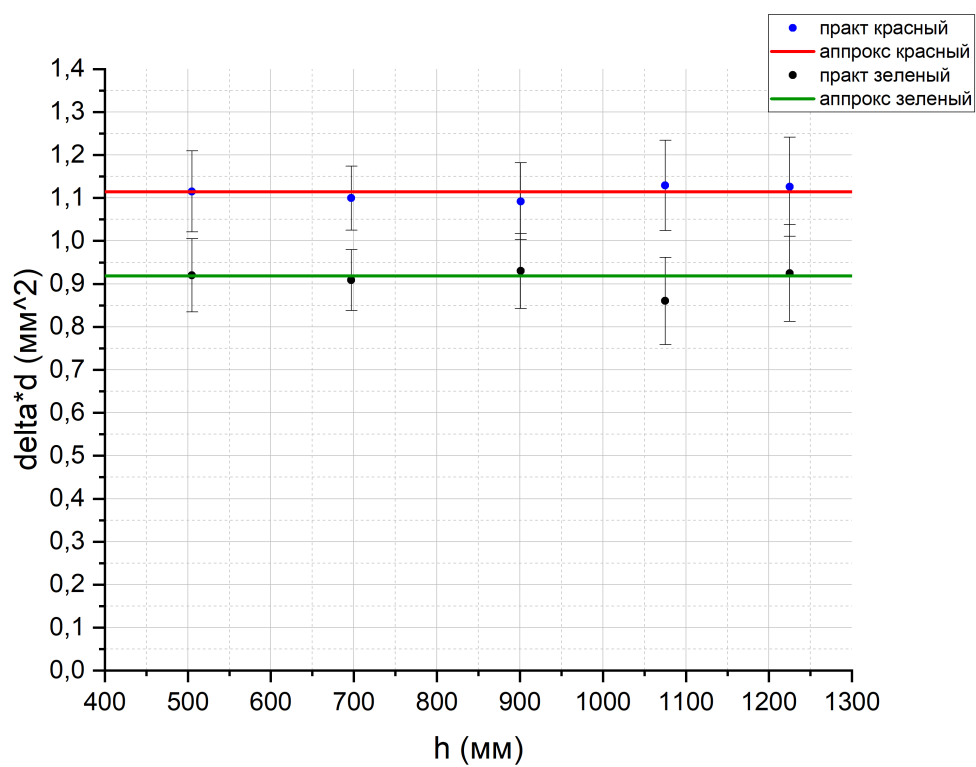
Относительная погрешность для $\lambda_{\text{ср}_{\text{зел}}}$: $\approx 15\%$

По графику $\delta(h)$ можно оценить произведение $2\alpha(n - 1)$ (по коэффициенту угла наклона).

Паспортные данные: $n \approx 1,52$, $\alpha \approx 24'$.

Данные из графика: $2\alpha(n - 1) \approx 0,0083$.

Рис. 5: $d(h)$ Красный светофильтр.Рис. 6: $d(h)$ Зелёный светофильтр.

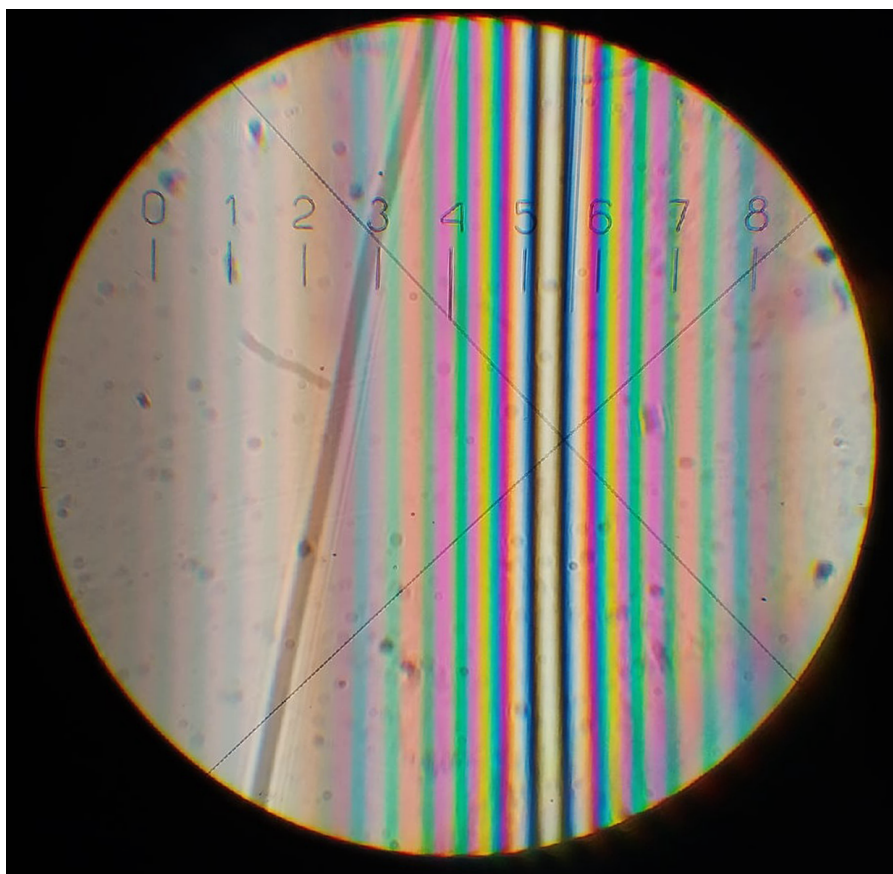
Рис. 7: Зависимость $\delta \cdot d(h)$.Рис. 8: Зависимость $\delta(h)$.

2.3 Зависимость числа интерференционных полос N от расстояния h :

№	h , мм	$N_{\text{кр}}$	$N_{\text{бел}}$	h , мм	$N_{\text{зел}}$	Δh , мм	ΔN
1	505	30	12	290	13	2	1
2	697	34	12	550	15	2	1
3	901	35	11	864	16	2	1
4	1075	33	13	1172	14	2	1
5	1225	31	13	1432	14	2	1

Из полученных данных видно, что число полос, наблюдаемых в белом свете не зависит от h .

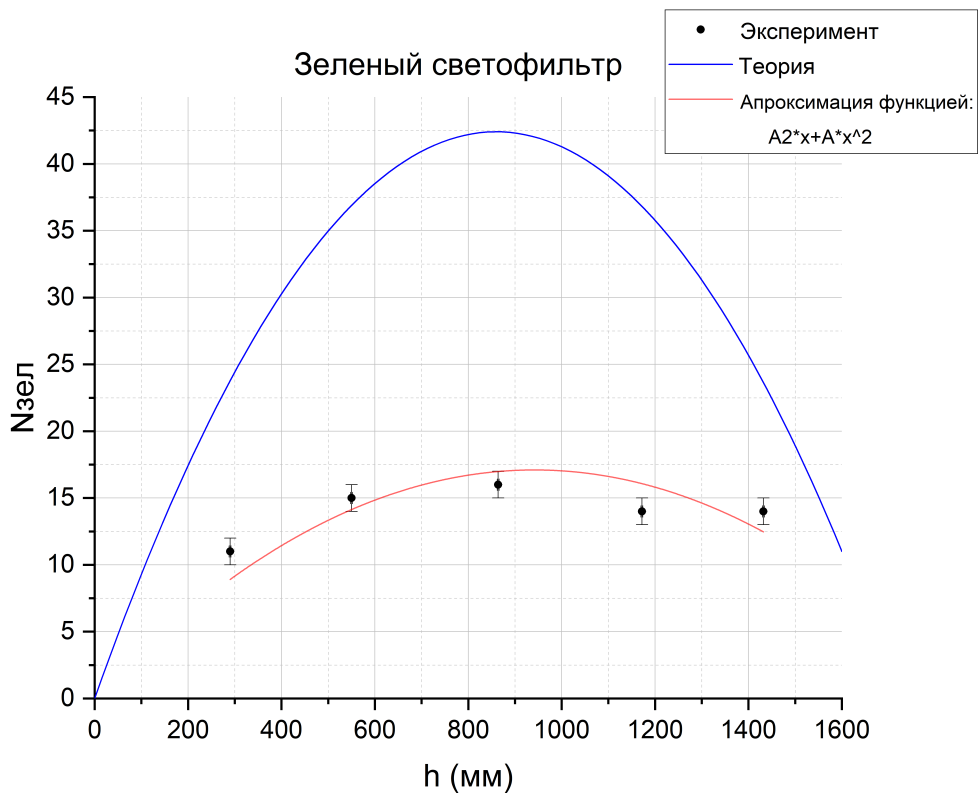
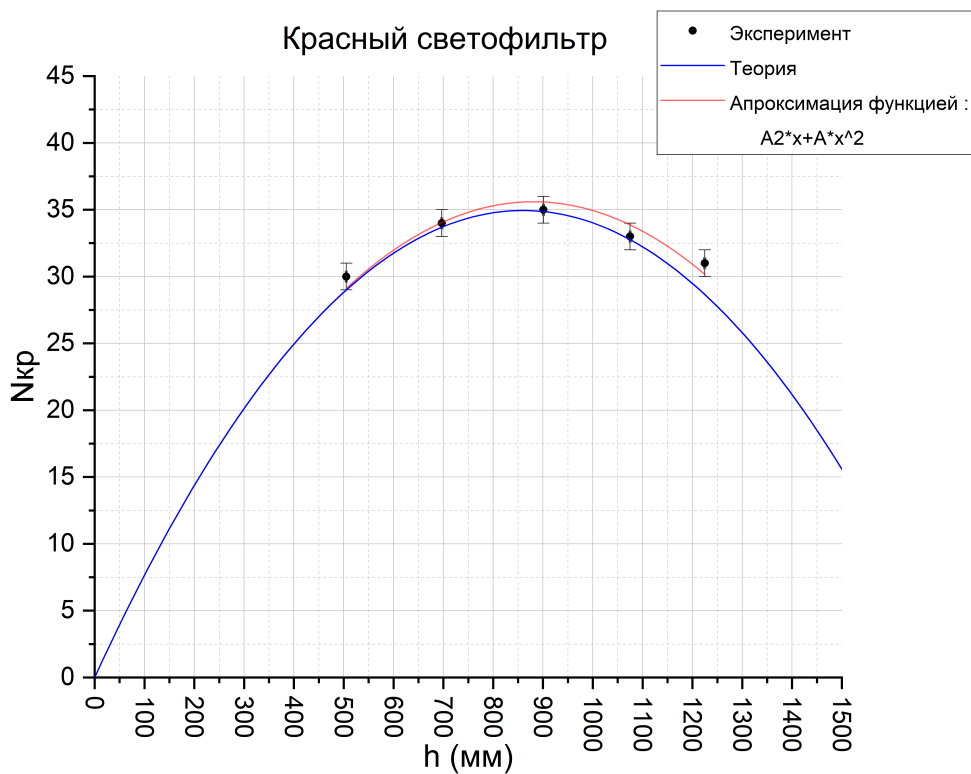
Очерёдность полос в белом свете:



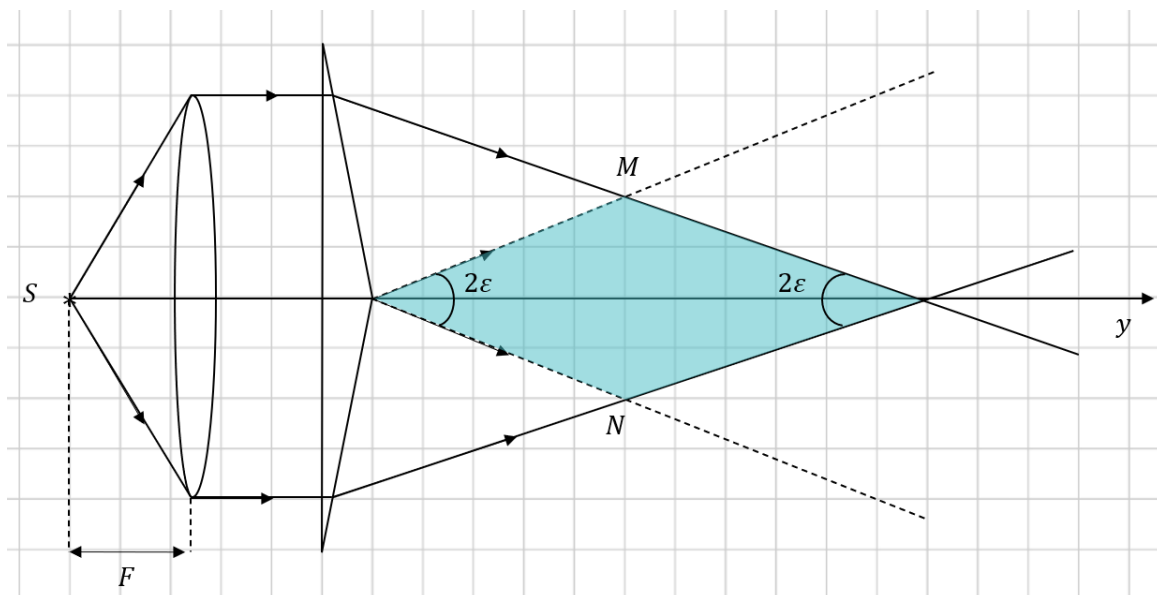
Если считать белую полосу (между делениями 5-6) центральной, то полосы идут в следующем порядке. От центра вправо (влево): чёрный, синий, жёлтый, красный, синий, зелёный, жёлтый, красный и т.д.

Графики:

$$N(h) = \frac{4(n-1)^2\alpha^2}{\lambda^2}h - \frac{(n-1)^2\alpha^2}{L\lambda}h^2$$

Рис. 9: $N(h)$ Зелёный светофильтр.Рис. 10: $N(h)$ Красный светофильтр.

2.4 Зависимость ширины поля интерференции MN от расстояния между бипризмой и окуляром:



-	-	Красный				Зелёный			
y , мм	Δy , мм	d , мм	$N_{кр}$	MN , мм	ΔMN , мм	d , мм	$N_{зел}$	MN , мм	ΔMN , мм
256	2	0,08	26	2,08	0,132	0,068	14	0,952	0,096
350	2	0,08	30	2,4	0,14	0,068	14	0,952	0,096
578	2	0,08	35	2,8	0,15	0,068	14	0,952	0,096
685	2	0,082	31	2,542	0,14	0,068	14	0,952	0,096
847	2	0,082	27	2,214	0,14	0,068	14	0,952	0,096
1033	2	0,08	25	2	0,13	0,068	12	0,816	0,092
1266	2	0,086	19	1,634	0,13				

Расчёт погрешностей:

$$MN = N \cdot d \Rightarrow \delta(MN) = \delta(N) + \delta(d) = \frac{1}{N} + \frac{\Delta x}{5d}$$

$$\Rightarrow \Delta MN = \delta(MN) \cdot MN$$

Рассчитаем угол, под которым сходятся интерферирующие лучи:

$$d = \frac{\lambda}{2\varepsilon} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\lambda}{2d}$$

Для красного: $\varepsilon_{кр} \approx 0,0041$.

Для зелёного: $\varepsilon_{\text{зел}} \approx 0,0039$.

Из пункта 2.2 получили: $(n-1)\alpha \approx 0,00415$

$$\varepsilon_{\text{ср}} = \frac{\varepsilon_{\text{кр}} + \varepsilon_{\text{зел}}}{2} \approx 0,004$$

Сравнивая с результатами этого эксперимента: $(n-1)\alpha \approx \varepsilon_{\text{ср}} \approx 0,004$

$$\Delta\varepsilon_{\text{ср}} = \frac{|\varepsilon_{\text{ср}} - \varepsilon_{\text{кр}}| + |\varepsilon_{\text{ср}} - \varepsilon_{\text{зел}}|}{2} \approx 0,0002$$

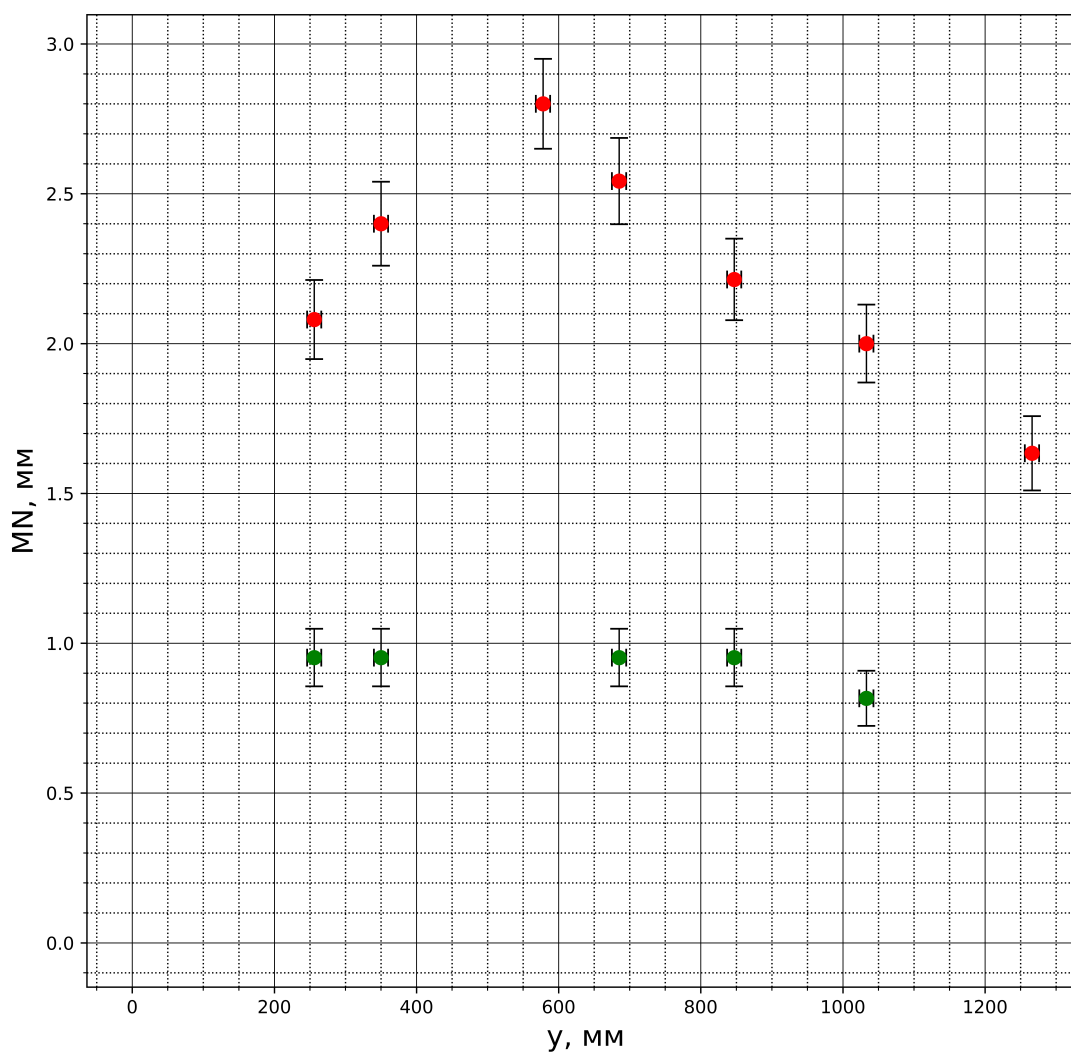


Рис. 11: Зависимость $MN(y)$.

3 Вывод

Выполнив лабораторную работу, мы:

- 1) Качественно пронаблюдали зависимость $d(h)$: при увеличении h , d уменьшается;

	h_{min}	h_{max}
d , мм	0,836	0,096
Δx , мм	0,04	0,73

- 2) Построили зависимость $\delta(h)$ - углового расстояния между мнимыми источниками от расстояния между бипризмой и щелью:

Данные из графика: $2\alpha(n-1) \approx 0,0083$.

- 3) Построили зависимость $\delta d(h)$, что позволило подтвердить правильность теории и найти среднее значение длин волн для светофильтров:

Для красного: $\lambda_{\text{кр}} \approx (6,48 \pm 0,78) \cdot 10^{-4}$ мм;

Для зелёного: $\lambda_{\text{зел}} \approx (5,34 \pm 0,80) \cdot 10^{-4}$ мм;

- 4) Были построены зависимости числа интерференционных полос от расстояния от щели до бипризмы. А также ширины поля интерференции от расстояния между бипризмой и окуляром:

Для красного: $\varepsilon_{\text{кр}} \approx 0,0041$.

Для зелёного: $\varepsilon_{\text{зел}} \approx 0,0039$.

$$(n-1)\alpha \approx \varepsilon_{\text{ср}} \approx (0,0040 \pm 0,0002)$$