

Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского  
Радиофизический факультет

**Отчёт по лабораторной работе №320**  
**Дифракция Фраунгофера**

**Выполнили (420гр):**  
Горюнов О.А., Плешков Д.С., Сиднев А.А.

2022 г.

## Содержание

<b>1 Теоретическая часть</b>	<b>3</b>
1.1 Введение . . . . .	3
1.2 Вывод уравнения для интенсивности на экране . . . . .	3
1.3 Влияние размера источника света . . . . .	6
1.4 Экспериментальная установка . . . . .	6
<b>2 Практическая часть</b>	<b>8</b>
2.1 Измерение угловых координат минимумов интенсивности при дифракции . .	8
2.1.1 На 1 щели. . . . .	9
2.1.2 На 2 щелях . . . . .	10
2.1.3 На 15 щелях . . . . .	11
2.2 Размытие дифракционной картины . . . . .	12
2.3 Изменение дифракционной картины при изменении размеров щели . . . .	12
2.4 Изменение дифракционной картины при изменении периода решётки . . . .	13
2.5 Влияние угла падения на решётку . . . . .	13
2.6 Изменение дифракционной картины при изменении длины световой волны .	14
2.7 Распределение цветов при дифракции . . . . .	14
2.8 Изменение дифракционной картины при изменении длины щели коллиматора	15
<b>3 Вывод</b>	<b>16</b>

**Цель работы** - исследование дифракции Фраунгофера на препятствиях в виде одной щели, двух щелей и решётки из нескольких щелей.

## 1 Теоретическая часть

### 1.1 Введение

Дифракция Фраунгофера - это предельный случай дифракции плоской волны на препятствии, который наблюдается на больших расстояниях от препятствия.

### 1.2 Вывод уравнения для интенсивности на экране

Рассмотрим дифракцию плоской световой волны с длиной волны  $\lambda$  при нормальном падении на щель ширины  $b$  ( $b \gg \lambda$ ) в непрозрачном экране (рис.1). Дифракция проявляется в том, что распределение освещенности в плоскости наблюдения отличается от равномерно засвеченной полоски ширины  $b$ , как это предсказывает геометрическая оптика, причём характер распределения существенно зависит от расстояния  $z$ . В зависимости от  $z$  выделяют три характерные области: геометрической оптики, дифракции Френеля и дифракции Фраунгофера. Области дифракции Фраунгофера соответствуют расстояния, удовлетворяющие условию:

$$z \gg \frac{b^2}{\lambda}$$

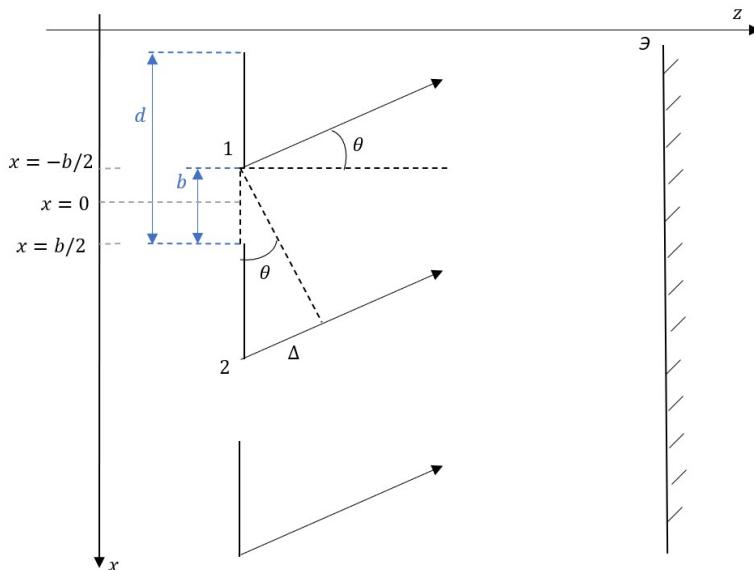


Рис. 1: Геометрия для вывода формул.

Сначала выведем уравнение для распределения интенсивности от одной щели ширины  $b$ . Пусть на щель падает свет с амплитудой  $A_0$ , длиной волны  $\lambda$ , при этом щель будем считать по вертикальной оси бесконечной. Пользуясь принципом Гюйгенса-Френеля, запишем уравнение поля для элементарного кусочка по оси  $x$ :

$$d\hat{f}_p = \frac{A_0}{\sqrt{\lambda z}} e^{i(\omega t - kr + \frac{\pi}{2})} dr$$

Учитываем разность хода для отдельных лучей:

$$\begin{aligned} r &= r_0 - x \sin(\theta) \\ \Rightarrow d\hat{f}_p &= \frac{A_0}{\sqrt{\lambda z}} e^{i\theta_0} e^{ikx \sin(\theta)} dx \\ \Rightarrow \hat{f}_p &= \frac{A_0}{\sqrt{\lambda z}} e^{i\theta_0} \int_{-b/2}^{b/2} e^{ikx \sin(\theta)} dx \\ \hat{f}_p &= \frac{A_0}{\sqrt{\lambda z}} e^{i\theta_0} \frac{e^{ik\frac{b}{2} \sin\theta} - e^{ik\frac{-b}{2} \sin\theta}}{ik \sin\theta} = \frac{A_0 b}{\sqrt{\lambda z}} \frac{\sin(k\frac{b}{2} \sin\theta)}{k\frac{b}{2} \sin\theta} e^{i\theta_0} = \frac{A_0 b}{\sqrt{\lambda z}} \frac{\sin(\pi\frac{b}{\lambda} \sin\theta)}{\pi\frac{b}{\lambda} \sin\theta} e^{i\theta_0} \end{aligned}$$

Тогда интенсивность от одной щели можно найти как:

$$I = I_{max} \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right), \text{ где } I_{max} = \frac{A_0^2 b^2}{\lambda z} \quad (1)$$

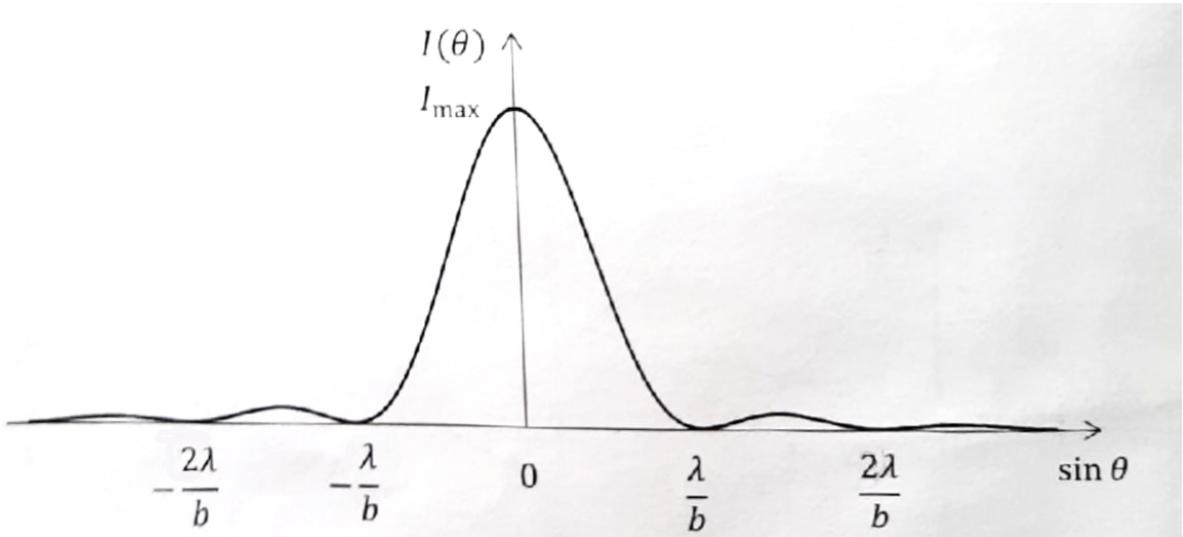


Рис. 2: Угловое распределение интенсивности света при дифракции на щели.

Теперь рассмотрим сложение волн, пришедших на экран от  $N$  щелей. Набег фазы будет зависеть от номера щели:

$$\theta_0 = \omega t - kr_0 + \frac{\pi}{2} \equiv \theta_1$$

$$\theta_n = \theta_1 - kd(n-1)\sin\theta$$

Если для одной щели:

$$f_p = \sqrt{I_p} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right) \cos(\theta_0)$$

то для нескольких щелей:

$$f = \sum_{n=1}^N f_{pn}$$

Проще в МКА:

$$\begin{aligned} \hat{f} &= \sqrt{I_p} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right) e^{i\theta_0} (1 + e^{-ikds\sin\theta} + e^{-ikds\sin\theta} + \dots) \\ \Rightarrow I &= \hat{f} \cdot \hat{f}^* = I_p \cdot \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right) \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi N d \sin\theta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right)} \end{aligned} \quad (2)$$

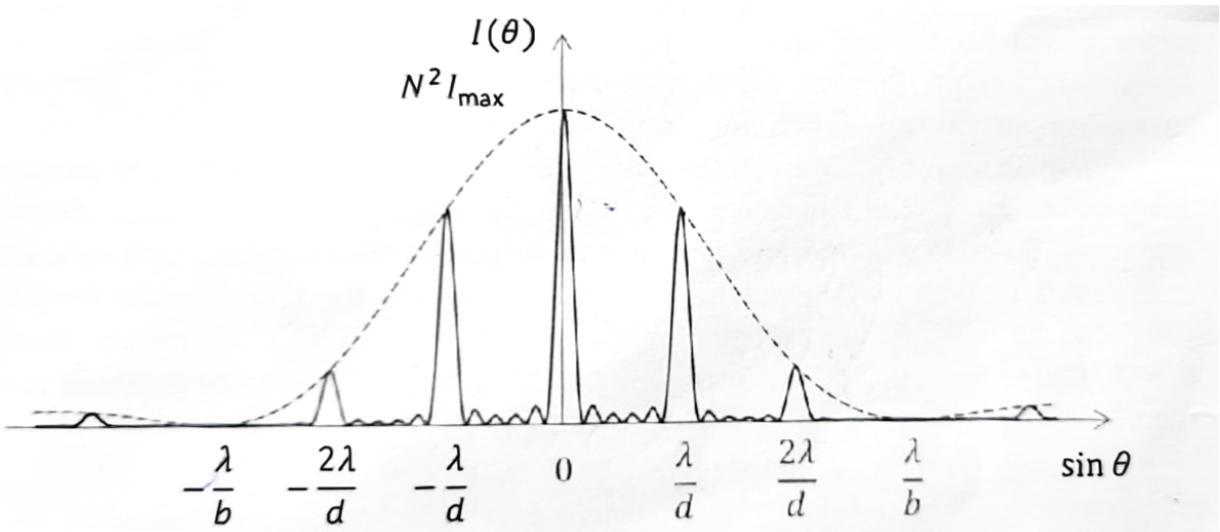


Рис. 3: Угловое распределение интенсивности света при дифракции на  $N$  щелях ( $N = 6$ ,  $d = 3b$ ).

Для наблюдения дифракции Фраунгофера плоскость наблюдения должна находиться на больших расстояниях от препятствия, что практически неудобно. К тому же, интенсивность света в плоскости наблюдения оказывается много меньшей интенсивности  $I_0$ . Поэтому на практике за препятствием ставят линзу, которая собирает параллельные лучи света, идущие под разными углами  $\theta$ , в различные точки фокальной плоскости (в центре собираются лучи с  $\theta_0$ ). Таким образом, в фокальной плоскости линзы получается яркая, локализованная дифракционная картина, соответствующая угловому распределению  $I(\theta)$ .

### 1.3 Влияние размера источника света

Оценим ширину щели источника света, при которой наступает размытие, для случая дифракции на двух щелях, когда в дифракционной картине отсутствуют побочные максимумы. В этом случае размытие наступает при наложении центрального максимума картины от крайней точки щели (с угловой координатой  $\theta = \Delta\alpha/2$ , где  $\Delta\alpha$  – ,) на первый нуль картины от центральной точки щели (с  $\theta = \lambda/(2d)$ ), т.е. при условии  $\Delta\alpha/2 = \lambda/(2d)$ , откуда находим угловой размер щели:

$$\Delta\alpha = \frac{\lambda}{d}$$

Зная фокусное расстояние линзы  $F$ , можно найти соответствующую ширину щели:

$$l = F\Delta\alpha = \frac{\lambda F}{d}$$

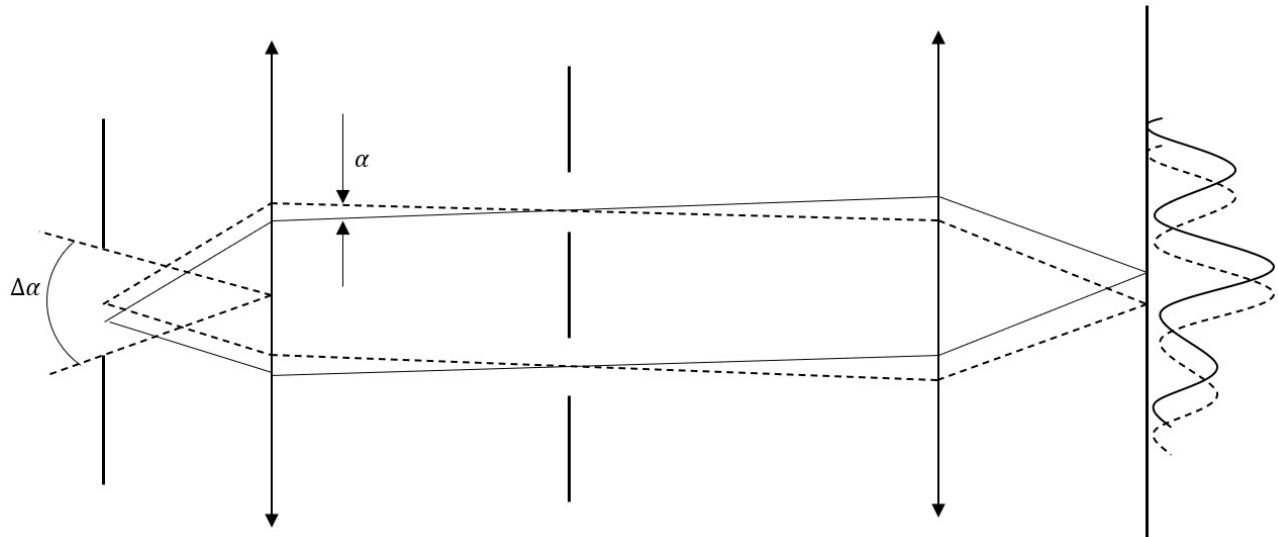


Рис. 4: Дифракционные картины от центральной (пунктир) и смещённой от центра (сплошная линия) точек светящейся щели.

### 1.4 Экспериментальная установка

В экспериментальной установке измерения проводятся при помощи гониометра - оптического прибора, предназначенного для высокоточного измерения углов. Основные части гониометра - это коллиматор 1, зрительная труба 2 и отсчетный микроскоп 3 (рис.5).

Коллиматор преобразует свет от осветителя (лампочки), падающий на его входную щель, в параллельный пучок света, проходящий над предметным столиком 4. В этот пучок

ставится экран со щелями. При этом в фокальной плоскости объектива зрительной трубы получается дифракционная картина Фраунгофера, которую можно наблюдать с помощью окуляра зрительной трубы.

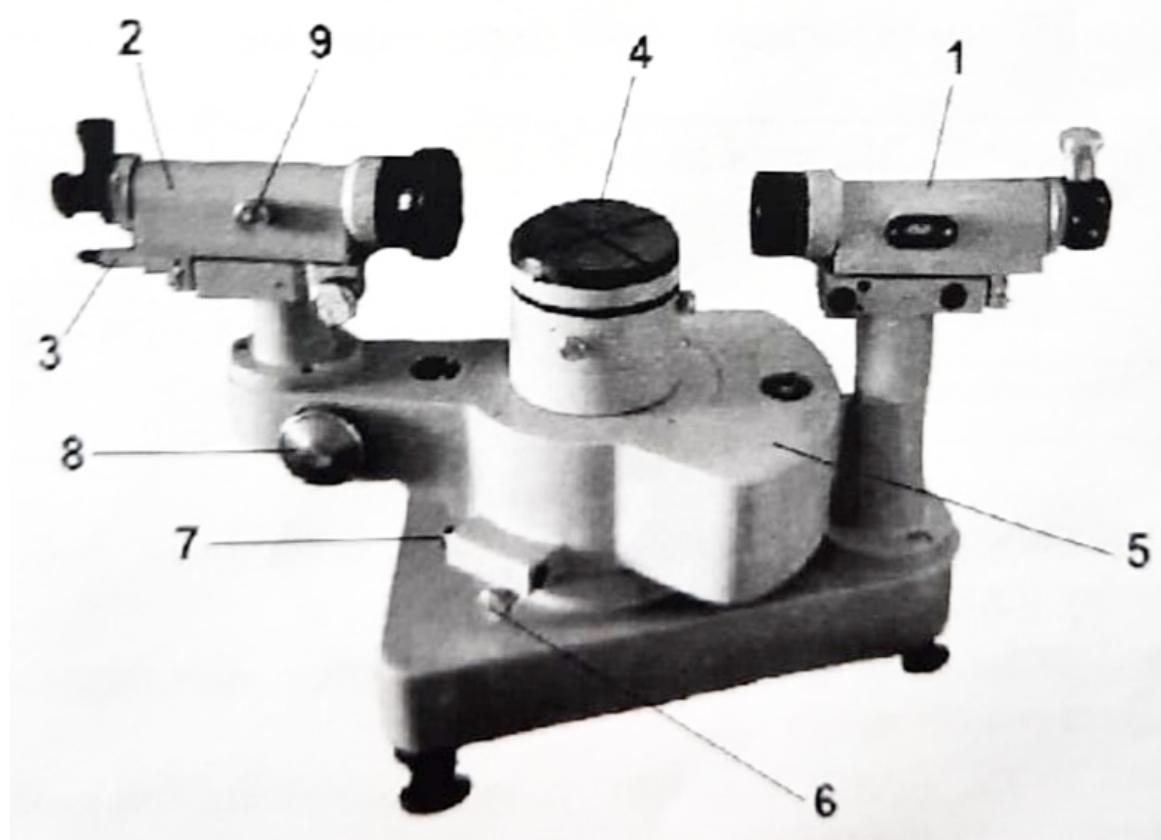


Рис. 5: Гониометр, 1 - коллиматор, 2 - зрительная труба, 3 - отсчётный микроскоп, 4 - предметный столик, 5 - алидада, 6 - зажимной винт, 7 - микрометрический винт, 8 - маховик микроскопа, 9 - маховичок наводки на резкость зрительной трубы.

Углы дифракции измеряются отсчетным микроскопом. С этой целью зрительная труба и микроскоп размещены на улидаде 5, которую можно поворачивать вокруг вертикальной оси. Грубо поворот осуществляется рукой после освобождения зажимного винта 6. При закрепленном винте 6 алидаду можно точно повернуть на небольшой угол вращением микрометрического винта 7.

Отсчет угла поворота производится с помощью отсчетного микроскопа.

## 2 Практическая часть

### 2.1 Измерение угловых координат минимумов интенсивности при дифракции

Параметры решёток			
<i>№</i>	<i>Количество щелей</i>	<i>b, мм</i>	<i>d, мм</i>
1	1	0,52	-
2	2	0,52	1,5
3	15	1,00	2,0

### 2.1.1 На 1 щели.

№ минимума	Угол $\theta$ , °''' — — —	$\Delta$ , °''' — — —	Отсчёт от центра, практический °''' — — —	Отсчёт от центра, теоретический °''' — — —	$\Delta\theta$ , ''
3	272°25'57''	4'18''	0° 12' 30''	0° 12' 54''	24''
2	272°30'15''	3'56''	0° 8' 12''	0° 8' 36''	24''
1	272°34'11''	4'16''	0° 4' 16''	0° 4' 18''	2''
0	272°38'27''	4'24''	0	0	0
-1	272°42'51''	4'04''	-0° 4' 24''	-0° 4' 18''	6''
-2	272°46'55''	4'03''	-0° 8' 28''	-0° 8' 36''	8''
-3	272°50'58''		-0° 12' 31''	-0° 12' 54''	23''

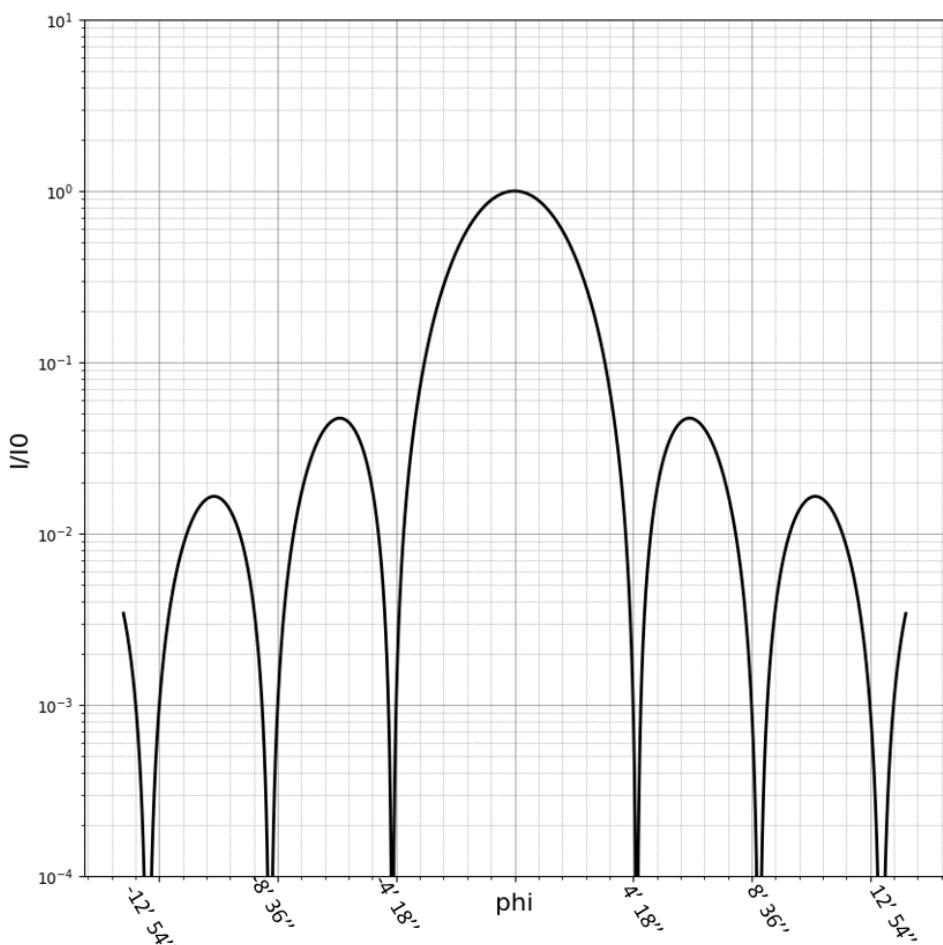


Рис. 6: Теоретический график распределения интенсивности для 1 щели.

### 2.1.2 На 2 щелях

№ минимума	Угол $\theta$ , — — —	$\Delta$ , — — —	Отсчёт от центра, практический	Отсчёт от центра, теоретический	$\Delta\theta$ , — — —
			— — —	— — —	
6	272°31'32"	1'30"	0° 6' 47"	0° 6' 42"	5"
5	272°33'02"	0'53"	0° 5' 17"	0° 5' 13"	4"
4	272°33'55"	0'42"	0° 4' 24"	0° 4' 18"	6"
3	272°34'37"	1'37"	0° 3' 42"	0° 3' 43"	1"
2	272°36'14"	1'13"	0° 2' 05"	0° 2' 14"	9"
1	272°37'27"	0'52"	0° 0' 52"	0° 0' 45"	7"
0	272°38'19"	0'43"	0	0	0
-1	272°39'02"	1'35"	-0° 0' 43"	-0° 0' 45"	2"
-2	272°40'37"	1'25"	-0° 2' 18"	-0° 2' 14"	4"
-3	272°42'02"	0'50"	-0° 3' 43"	-0° 3' 43"	0"
-4	272°42'52"	0'43"	-0° 4' 33"	-0° 4' 18"	15"
-5	272°43'35"	1'31"	-0° 5' 16"	-0° 5' 13"	3"
-6	272°45'06"		-0° 6' 47"	-0° 6' 42"	5"

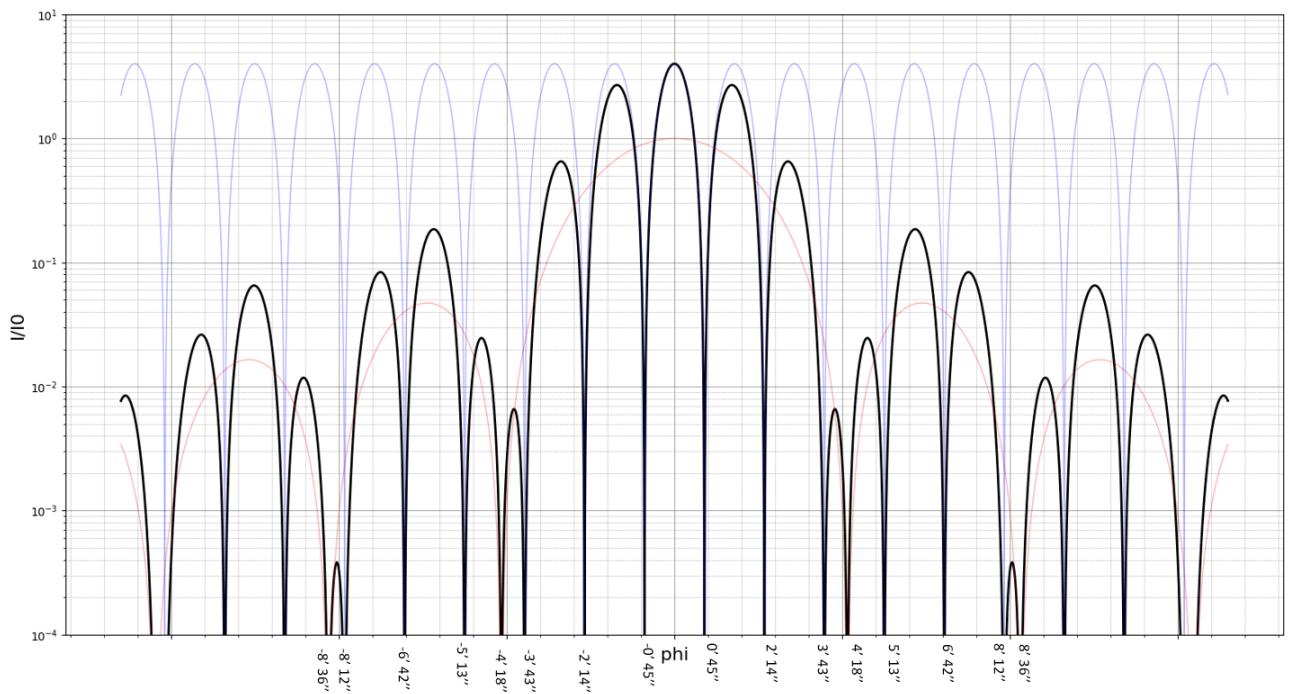


Рис. 7: Теоретический график распределения интенсивности для 2 щелей.

### 2.1.3 На 15 щелях

№ максимума	Угол $\theta$ , °''' — — —	$\Delta$ , °''' — — —	Отсчёт от центра, практический	Отсчёт от центра, теоретический	$\Delta\theta$ , ''
			°''' — — —	°''' — — —	
1	272°36'59''	1'15''	0° 1' 15''	0° 1' 07''	8''
0	272°38'08''	1'07''	0	0	0
-1	272°39'15''		-0° 1' 07''	-0° 1' 07''	0''

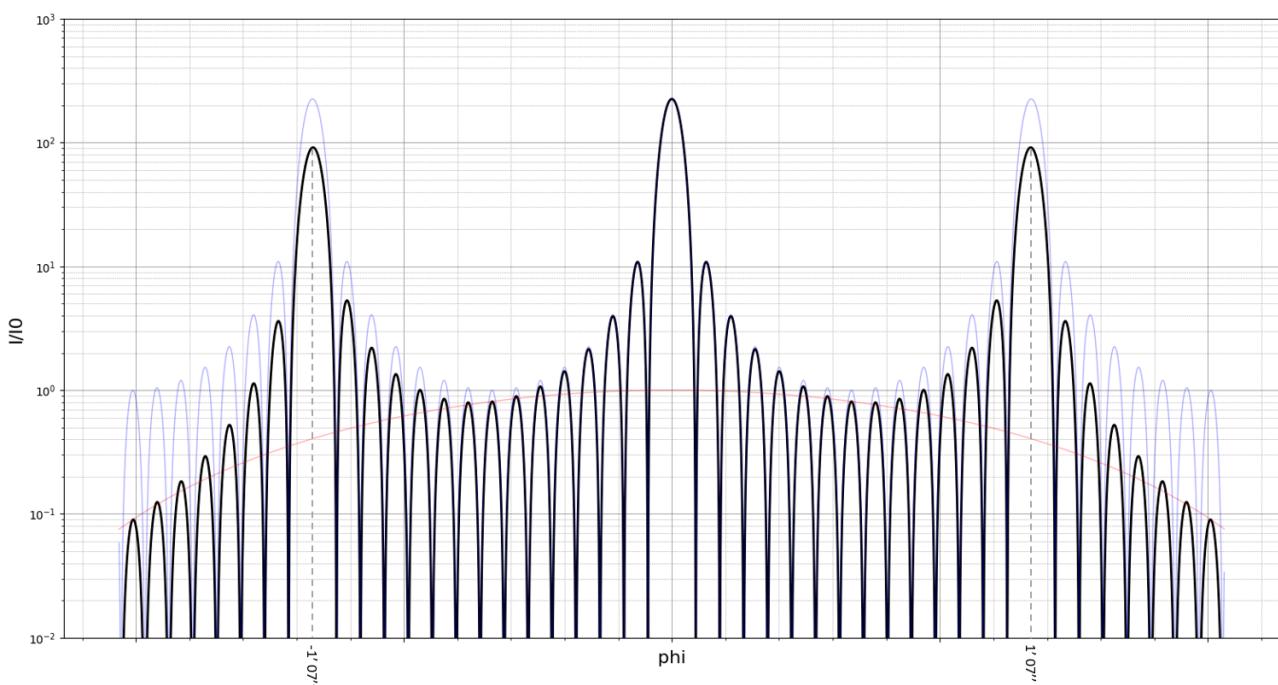


Рис. 8: Теоретический график распределения интенсивности для 15 щелей.

## 2.2 Размытие дифракционной картины

Сначали закрывали полностью щель и постепенно её открывали. В таблице приведены значения когда заканчивается темнота, начинается чёткая и размытая картинка.

Темнота, ·10 <sup>-2</sup> мм	Чёткая картина, ·10 <sup>-2</sup> мм	Размытие, ·10 <sup>-2</sup> мм
7	11	17

$$\Rightarrow l = \text{Размытие} - \text{Темнота} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$$

$$\text{Погрешность микрометра: } \Delta x = 10^{-2} \text{ мм}$$

$$\Rightarrow \Delta l = 2\Delta x = 2 \cdot 10^{-2} \text{ мм}, \Rightarrow l \approx (10 \pm 2) \cdot 10^{-2} \text{ мм}$$

Сравним с теоретической формулой. Зная фокусное расстояние линзы F, можно найти соответствующую ширину щели:

$$l = \frac{\lambda F}{d} \approx 11 \cdot 10^{-2} \text{ мм, где}$$

$\lambda, \text{ мм}$	$F, \text{ мм}$	$d, \text{ мм}$
$6,5 \cdot 10^{-4}, \text{ мм}$	250	1,5

Можно сделать вывод, что практически полученное значение сходится с теоретическим.

## 2.3 Изменение дифракционной картины при изменении размеров щели

С изменением ширины щели решётки - уменьшаем b - картинка расширяется. Это просто объяснить по формуле (2). Минимумы, определяемые щелевым множителем можно найти по формуле:

$$\frac{2\pi b \sin \theta_m}{\lambda} = 2\pi m, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\Rightarrow \sin \theta_m = \frac{\lambda m}{b}$$

пусть m=1 (первый минимум):  $\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{b}$ . То есть при уменьшении b сдвигаются и минимумы  $\Rightarrow$  картинка расширяется.

## 2.4 Изменение дифракционной картины при изменении периода решётки

При уменьшении  $d$  дифракционная картинка так же расширяется. Это можно объяснить аналогично предыдущему пункту, только на примере решёточного множителя, найдём положения минимумов:

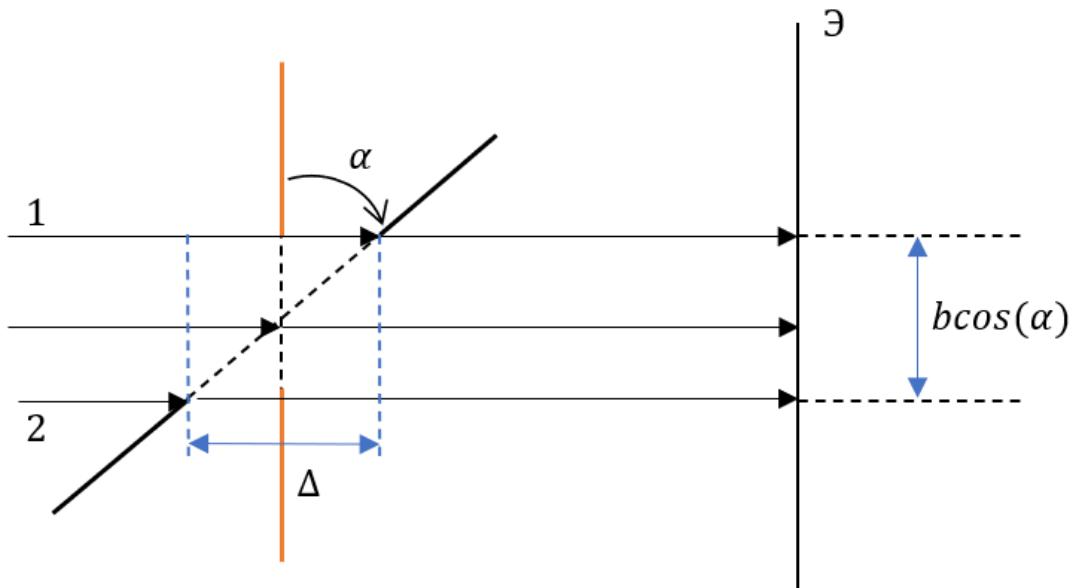
$$\frac{\pi N d \sin \theta_m}{\lambda} = \pi m, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\Rightarrow \sin \theta_m = \frac{\lambda m}{N d}$$

Таким образом, при уменьшении  $d$  расстояние между минимумами увеличивается -> картинка расширится.

## 2.5 Влияние угла падения на решётку

Экспериментально - при увеличении угла картинка расширяется. Рассмотрим картинку для объяснения:



Красным - начальное положение решётки, чёрным - после поворота на угол  $\alpha$ . Если рассматривать распространение, например, волн 1 и 2 до щели. Разность хода  $\Delta = r_1 - r_2$ , то есть 1 луч опережает второй. Но после щели это разность хода "компенсируется" теперь  $r_1 < r_2$  на величину  $\Delta$ . То есть в итоге суммарная разность фаз  $\Delta\phi_{\Sigma}$  останется постоянной. Но ширина щели теперь спроектируется на угол  $\alpha$ :

$$b \Rightarrow b \cos(\alpha) < b$$

То есть в итоге уменьшается проекция щели на экран, а следовательно сдвинутся и минимумы интенсивности ( $\sin\theta_m = \frac{\lambda m}{b}$ ) -> расшириться картинка.

## 2.6 Изменение дифракционной картины при изменении длины световой волны

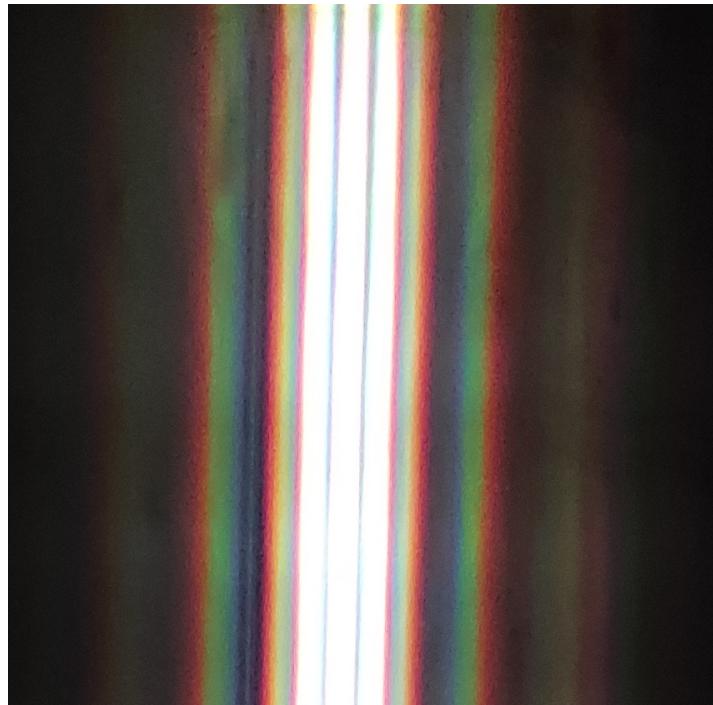
В эксперименте меняли красный светофильтр на зелёный ( $\lambda_{\text{кр}} > \lambda_{\text{зел}}$ ), ширина максимумов уменьшалась. Это объясняется аналогично с пунктами 2.3 и 2.4. Для минимумов:

$$\sin\theta_m = \frac{\lambda m}{b}$$

То есть при уменьшении  $\lambda$  уменьшается ширина между минимумами, то есть картинка сжимается.

## 2.7 Распределение цветов при дифракции

Распределение цветов при дифракции в белом свете: фиолетовый - синий - зелёный - оранжевый - красный.



$$\lambda_{\Phi} < \lambda_c < \lambda_3 < \lambda_o < \lambda_{\text{кр}}$$

На примере одной щели, минимумы интенсивности можно найти по формуле:

$$\frac{\pi b \sin\theta_m}{\lambda} = 2\pi m, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\Rightarrow \sin\theta_m = \frac{\lambda m}{b}$$

Между двумя минимумами есть максимум интенсивности, и для каждой длины волны он свой. При уменьшении  $\lambda$  минимумы сдвигаются к центру, следовательно, сдвигаются и максимумы, поэтому и распределение цветов по длинам волн будет в соответствующем порядке.

## 2.8 Изменение дифракционной картины при изменении длины щели коллиматора

При уменьшении длины коллиматора, по горизонтали картинка не изменяется, а по вертикали - "урезается".

### 3 Вывод

*Выполнив лабораторную работу, мы:*

- 1) Определили распределение интенсивностей от угла дифракции для решёток с 1 щелью, 2 и 15 щелями. В эксперименте с 1 щелью, максимальное расхождение с теорией составило  $\Delta\theta = 24''$ , с 2 щелями  $\Delta\theta = 15''$ , с 15 щелями  $\Delta\theta = 8''$ . Если считать, что средняя ошибка глаза  $20''$ , можно сказать, что экспериментальные данные хорошо сходятся с теоретическими;
- 2) Определили размеры источника света, при котором наступает размытие дифракционной картины:

$$l \approx (10 \pm 2) \cdot 10^{-2} \text{ мм}$$

Что сходится с теоретической формулой:  $\frac{\lambda F}{d} \approx 11 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$ ;

- 3) С уменьшением ширины щели дифракционная картинка расширялась. Это объясняется формулой:  $\sin\theta_m = \frac{\lambda m}{b}$ , то есть с уменьшением  $b$  увеличивается расстояние между минимумами;
- 4) С уменьшением периода решётки  $d$  картина так же расширялась, что объясняется аналогично, но с помощью решёточного множителя:

$$\sin\theta_m = \frac{\lambda m}{Nd}$$

При уменьшении  $d$  увеличивается расстояние между побочными минимумами;

- 5) При изменении угла падения на решётку картинка расширялась. Суммарная разность фаз волн не изменяется, но размер щели теперь проецируется на плоскость экрана:  $b\cos(\alpha) < b$ , из-за чего увеличивается расстояние между минимумами;
- 6) При уменьшении длины волны дифракционная картинка сжималась, что объясняется формулой  $\sin\theta_m = \frac{\lambda m}{b}$ . Так как  $\lambda$  в числителе, при уменьшении длины волны уменьшается и расстояние между минимумами;
- 7) Наблюдали распределение цветов при дифракции в белом свете: фиолетовый - синий - зелёный - оранжевый - красный. Цвета расположены по уменьшению длины волны, которая входит в числитель для положения минимумов (а между ними и максимумов) интенсивности. Именно поэтому мы и видим их в таком порядке;
- 8) При уменьшении длины коллиматора, по горизонтали картинка не изменяется, а по вертикали "обрезается".